

基于优化双向 A* 与人工势场法的无人机三维航迹规划

唐宇洋, 郑恩辉, 邱 潇

(中国计量大学机电工程学院, 杭州, 310018)

摘要 针对传统 A* 算法在无人机航迹规划中面对复杂环境和高动态任务时存在搜索速度慢、冗余节点多等问题, 提出了一种基于优化双向 A* 算法和人工势场相结合的三维无人机航迹规划方法。通过采用双向搜索机制并设置权重系数优化启发函数, 引入自适应步长策略, 利用调节因子动态调整双向 A* 搜索步长, 综合考虑全局规划与实时避障需求提出了 Bi-A* PF 算法。仿真实验表明: 与传统的航迹规划方法相比, Bi-A* PF 算法不仅能够使无人机在三维环境下高效规划出一条期望航迹, 还能有效避开突发威胁。

关键词 无人机; 双向 A* 算法; 人工势场算法; 航迹规划

DOI 10.3969/j.issn.2097-1915.2024.05.009

中图分类号 V324; TP273 **文献标志码** A **文章编号** 2097-1915(2024)05-0069-07

3D UAV Trajectory Planning Based on Optimized Bidirectional A* and Artificial Potential Field Method

TANG Yuyang, ZHENG Enhui, QIU Xiao

(School of Mechanical and Electrical Engineering, China Jiliang University, Hangzhou 310018, China)

Abstract Aiming at the problems of slow search speed and many redundant nodes of traditional A* algorithms in UAV trajectory planning when facing complex environments and high-dynamic tasks, a 3D UAV trajectory planning method based on the combination of optimized bi-directional A* algorithm and artificial potential field is proposed. By adopting a bidirectional search mechanism and setting weight coefficients to optimize the heuristic function, introducing an adaptive step-size strategy, and dynamically adjusting the bidirectional A* search step-size by using an adjustment factor, the Bi-A* PF algorithm is proposed by comprehensively considering the global planning and real-time obstacle avoidance requirements. Simulation experiments show that compared with traditional trajectory planning methods, the Bi-A* PF algorithm not only enables the UAV to efficiently plan a desired trajectory in a 3D environment, but also effectively avoids unexpected threats.

Key words UAV; bidirectional A* algorithm; artificial potential field algorithm; trajectory planning

无人机航迹规划指在考虑地理环境、威胁和飞行长度等多种因素的情况下, 为无人机规划出一条满意的飞行轨迹, 从而提高任务的成功率。其本质

是解决连续空间内路径寻优问题, 以找到最佳航迹线路。四旋翼无人机以其结构简单、轻便易携带且扩展性强的性能特点^[1], 在短路径长度、高时效等方

收稿日期: 2023-11-20

基金项目: “十四五”国家重点研发计划重点专项(2022YFF0708600)

作者简介: 唐宇洋(1998-), 男, 安徽绩溪人, 硕士生, 研究方向为无人机路径规划。E-mail: 869700450@qq.com

通信作者: 郑恩辉(1975-), 男, 浙江杭州人, 副教授, 博士, 研究方向为小型无人机软硬件设计及行业应用。E-mail: ehzheng@cjlu.edu.cn

引用格式: 唐宇洋, 郑恩辉, 邱潇. 基于优化双向 A* 与人工势场法的无人机三维航迹规划[J]. 空军工程大学学报, 2024, 25(5): 69-75. TANG Yuyang, ZHENG Enhui, QIU Xiao. 3D UAV Trajectory Planning Based on Optimized Bidirectional A* and Artificial Potential Field Method [J]. Journal of Air Force Engineering University, 2024, 25(5): 69-75.

面展现出良好的性能。在军事领域,无人机发挥着越来越重要的作用。其中,无人机航迹规划技术是无人机任务决策规划的核心模块,体现了无人机的自主控制和智能化水平。因此,无人机航迹规划技术的研究和应用是无人机作战运用研究中的重要方向,对提高无人机作战能力具有重要意义。

依据对地图环境构建的完整性可以把路径规划方法分类为基于已知完备信息的全局路径规划和基于当前环境感知信息的局部路径规划^[2]。其中,全局路径规划算法属于静态规划,包括:以 RRT^[3] 为代表的基于采样的算法,以 A*^[4]、Dijkstra^[5] 为代表的基于节点搜索的算法以及包括遗传算法^[6] 和蚁群算法^[7] 在内的智能算法。而局部路径规划算法属于动态规划,包括:基于曲线拟合的算法和基于数值优化的算法,如贝塞尔曲线^[8]、软约束/硬约束^[9] 等。

传统 A* 搜索算法结合了均匀代价搜索和贪婪搜索的优点,它保证了最优路径,但是搜索时间长、效率低。而双向 A* 基于单向算法从初始状态向前搜索,从目标位置向后搜索,当两个搜索在某个节点相遇时停止,减少了时间复杂度,提升了搜索速度,逐渐成为国内外学者的研究热点。张亚兰等^[10] 提出一种离线规划和在线避障结合的搜索方法,利用改进的双向 A* 算法提高搜索速度,利用 VFH 算法进行实时避障,但是仅限于二维环境。李世国等^[11] 通过在静态障碍物附近规划缓冲区及改进代价函数,利用双向搜索方式成功规划出一条路径,使搜索出的路径更平滑,但是该方法没有考虑无人机自身的飞行条件。

人工势场算法 (artificial potential field algorithm, APF)^[12] 是一种简单且应用广泛的方法,它不仅数学描述简洁、便于实时控制等优点,还有很强的可移植性,适用于单机或多机系统路径规划问题。Huang 等^[13] 提出了一种基于并行搜索的 APF 算法,将一种绕过最近障碍物的移动算法合成为有源滤波器,以避免陷入局部最小值。Chen 等^[14] 提出了一个等势线外切圆,并重新定义势函数,使 USV 在导航过程中避开未知障碍,但出现了运算复杂度更高、计算量更大等问题。

基于上述研究发现,双向 A* 算法与 APF 算法多是解决无人机二维平面航迹规划问题,面对错综复杂的三维空间环境,还存在一定差距。双向 A* 算法相比单向 A* 虽然能显著加快搜索速度,但是由于其全局算法的客观属性,无法及时有效避开突发障碍物,且不能保证搜索到的路径最优。人工势场法只能解决局部问题,但容易陷入局部最优解^[15]。鉴于此,本文以三维地图环境为背景,对传

统双向 A* 算法引入自适应步长和权重策略,动态调整无人机的飞行角度和速度,保证算法在静态障碍物环境下缩减节点搜索数量、提升搜索效率;同时提出 Bi-A* PF 融合算法,在突发障碍物环境下采用人工势场法弥补双向 A* 算法实时避障的短板。仿真实验验证了本文所提算法应用于无人机航迹规划的有效性与可行性。

1 航迹规划问题建模

在无人机航迹规划中,需要综合考虑地形、气象、障碍物等环境因素以及无人机自身的飞行性能限制^[16],以确定从初始位置飞行到目标位置最佳的飞行路径。

1.1 水平最大转角约束建模

无人机在飞行过程中,需要根据航迹进行航向调整。由于无人机飞行转弯形成的弧度受自身飞行性能限制,它限制无人机只能在特定的转弯半径内转弯,如果超过这个限制,无人机就有可能失去平衡,甚至发生坠毁事故。这个最大转弯角度被称为最大转弯角约束。

无人机在三维空间内的位置为 (x, y, z) , 其中 x, y 分别表示无人机三维航迹投影到水平面内的横、纵坐标, z 为飞行高度。无人机的航迹可以通过节点序列 $\{S, M_1, M_2, \dots, M_{n-1}, G\}$ 来表示,其中 S 为起始节点, G 为目标节点, M_1, M_2, \dots, M_{n-1} 为中间节点。

设当前路径节点为 $M_i(x_i, y_i, z_i)$, 它的子节点为 $M_{i+1}(x_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1})$, 则无人机水平方向最大转角约束为:

$$\theta_{\max} \geq \tan^{-1} \left(\frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} \right), i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

式中: θ_{\max} 为无人机在水平方向上的最大转角。

1.2 垂直最大转角约束建模

无人机在三维空间内进行航向调整时,还需要考虑无人机的俯仰角度,即垂直方向上的角度。设当前路径节点为 $M_i(x_i, y_i, z_i)$, 它的子节点为 $M_{i+1}(x_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1})$, 则无人机垂直方向最大转角约束为:

$$\varphi_{\max} \geq \tan^{-1} \left(\frac{|z_{i+1} - z_i|}{\sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2}} \right), i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

式中: φ_{\max} 为无人机在垂直方向上的最大转角。

1.3 最小转弯半径约束

无人机的转弯半径受限于其自身飞行性能,因此它只能在特定的转弯半径内进行转弯。如果转弯

半径过大,无人机可能无法完成转弯或需要较长的时间和空间来完成转弯动作,这可能导致飞行路径的偏离或无法按照预定的航线进行飞行。另一方面,如果转弯半径过小,无人机可能会面临过大的离心力和飞行状态不稳定的问题,导致失控或失去平衡。因此,无人机的转弯半径需要在合理范围内进行选择,以确保飞行的安全和稳定。最小转弯半径约束可表示为:

$$R_i \leq R_{\max}, i=1, 2, \dots, n \quad (3)$$

式中: R_i 为航迹中第*i*段转弯处的转弯半径; R_{\max} 为无人机的最大转弯半径。无人机的最小转弯半径为:

$$R_{\min} = \frac{v_{\min}^2}{g \sqrt{n_{y\max}^2 - 1}} \quad (4)$$

式中: v_{\min} 为无人机最小飞行速度; g 为重力加速度; $n_{y\max}$ 为无人机最大过载能力。

2 算法原理

2.1 A* 算法

A*算法是建立在最佳优先搜索(best-first search, BFS)算法和Dijkstra算法基础上的一种启发式搜索算法,单向递进搜索方式的A*算法是从起始点向目标点搜索,最终获得最小成本航迹,传统A*算法启发函数为:

$$f(n) = g(n) + h(n) \quad (5)$$

式中: $f(n)$ 为节点*n*的总代价; $g(n)$ 为从起始点到节点*n*的实际代价; $h(n)$ 为从节点*n*到目标点的预估代价。

双向A*算法是A*算法的改进版本,起始节点和目标点同时将对方视为目标节点,并按照A*的启发函数,同时进行正、反向搜索,当前节点相遇时,则停止迭代,并返回一条可行路径。相比于传统的A*算法,双向A*算法可以显著减少搜索节点数量,尤其是在规模较大的图搜索问题中,效率提高更为明显。

2.2 人工势场法

人工势场算法(APF)的作用原理如图1所示,构造虚拟的引力场和斥力场,以目标点为引力场,产生吸引力使无人机接近目标点,无人机所受到的引力大小与无人机到目标点的距离呈正相关。以障碍物为斥力场,产生排斥力使无人机远离障碍物,在一定范围内无人机所受到的斥力与无人机到障碍物的距离呈负相关,且在该范围之外无人机障碍物对无人机的斥力为0。最终无人机在吸引力与排斥力的共同作用下沿合力方向运动。人工势场法公式为:

$$U_{\text{att}}(X) = \frac{1}{2} K_{\text{att}} \rho(X, X_{\text{goal}})^2 \quad (6)$$

$$U_{\text{rep}}(X) = \begin{cases} \frac{1}{2} K_{\text{rep}} \left(\frac{1}{\rho(X, X_{\text{obs}})} - \frac{1}{\rho_0} \right)^2, \\ 0, \rho(X, X_{\text{obs}}) > \rho_0 \end{cases}$$

$$\rho(X, X_{\text{obs}}) \leq \rho_0 \quad (7)$$

式中: U_{att} 、 U_{rep} 分别为引力场、斥力场; K_{att} 、 K_{rep} 分别为引力因子和斥力因子; $\rho(X, X_{\text{goal}})$ 为无人机和目标点之间的相对距离; $\rho(X, X_{\text{obs}})$ 为无人机与障碍物之间的相对距离; ρ_0 为障碍物的辐射半径。

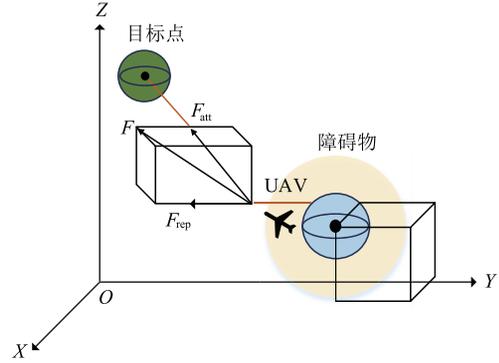


图1 人工势场法作用原理示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the principle of the artificial potential field method

3 优化双向A*算法

3.1 启发函数优化

在传统A*算法中,启发函数*f(n)*由实际代价值*g(n)*和估计代价值*h(n)*共同作用所得。启发函数对A*算法搜索路径的性能有较大影响。当*h(n)*远小于*g(n)*或*h(n)*为0时,A*算法演变为Dijkstra算法,保证搜索到最短路径但运行速度较慢;而当*h(n)*远大于*g(n)*时,A*算法演变为BFS算法,能够快速地向目标节点的方向进行搜索,但搜索出的路径无法满足最优性^[17]。因此,在实际应用中需要根据具体问题选择合适的启发函数,以平衡搜索算法的检索速度和路径最优性,并结合优化技术来提升A*算法的搜索性能,以更好地适应不同飞行环境的需求。改进后的启发函数如下:

$$\begin{cases} f(n) = g(n) + \varphi(n)h(n) \\ \varphi(n) = \frac{P(n) + c}{P} (c > 0) \end{cases} \quad (8)$$

式中: $\varphi(n)$ 为自适应函数; $P(n)$ 为当前节点的路径搜索深度,即当前节点*n*到起始节点的欧氏距离; P 为起始节点到目标节点的最大路径搜索深度,即起始节点到目标节点的欧氏距离。

为保证算法搜索到的路径最优,评价函数*h(n)*的估计值应与实际路径值相接近,故对评价函数

$h(n)$ 进一步优化:

$$\begin{cases} h(n) = (1-\omega)h_v(n) + \omega h_s(n) \\ h_s(n) = \sqrt{(x_n - x_{\text{goal}})^2 + (y_n - y_{\text{goal}})^2 + (z_n - z_{\text{goal}})^2} \end{cases} \quad (9)$$

式中: $h_v(n)$ 为当前节点的速度信息; $h_s(n)$ 为当前节点到目标节点的位置信息; ω 为权重系数。

当节点距离起始点越近时, $D(n)$ 越小,路径搜索会更关注实际路程,因而可以保证路径最短;当节点距离起始点越远时, $D(n)$ 越大,路径搜索会注重搜索靠近目标节点的路径,因而速度显著加快。通过自适应权重调整,能灵活平衡无人机的飞行速度与最短路径选择,增加无人机飞行的鲁棒性以适应各种复杂环境,优化飞行轨迹。

3.2 自适应步长策略

双向 A^* 与单向 A^* 路径规划算法类似,都是基于当前节点搜索下一个子节点,但是由于其固定步长,就会导致当前节点靠近障碍物区域时,无法缩短步长,进而获取不到最优解;当前节点位于安全区域时,无法增大步长,进而收敛速度较慢。为了解决这一问题,本文提出了一种自适应步长策略^[18],通过设置调整因子,根据当前节点处于不同环境时动态调节步长。自适应步长策略的计算公式为:

$$L = \begin{cases} L_{\max} - \frac{\max\{D_R, D_H\}}{2D}, & D \geq \max\{D_R, D_H\} \\ L_{\min} + L_{\min} \frac{D}{\max\{D_R, D_H\}}, & D < \max\{D_R, D_H\} \end{cases} \quad (10)$$

式中: L 为步长; L_{\max} 和 L_{\min} 分别为最大步长和最小步长; D 为当前节点与其最近障碍物的距离; R 、 H 分别为障碍物的底面半径和高度。在复杂三维环境下,静态障碍物模型用圆柱体近似,如图2所示。设圆柱体平面中心点为 O_1 、半径为 R 、高度为 H ,则根据已知障碍物模型可以得出相应风险区域,即以 O_2 点为平面中心的等比例圆柱体。设置调节因子 α ($0 < \alpha < 1$),则无人机飞行最小接近距离 D_R 和最小高度距离 D_H 分别表示为:

$$D_R = \alpha R, D_H = \frac{\alpha}{2} H \quad (11)$$

当无人机远离障碍物时,认为无人机处于安全区域($D \geq \max\{D_R, D_H\}$)。这种情况下,允许以较大的步长加速收敛。如果在障碍物风险区域($D < \max\{D_R, D_H\}$),说明无人机正在靠近障碍物,则采用小步长来保证路径的最优性。通过设置调节因子自适应调整障碍物风险区域的大小,当调

节因子越大,障碍物附近的风险区域空间就越大,无人机在飞行时更关注与障碍物保持距离,避免碰撞;当调节因子越小,风险区域空间就越小,此时无人机更注重飞行速度。

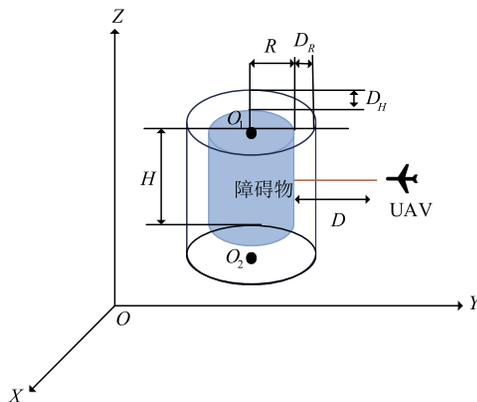


图2 静态障碍物示意图

Fig. 2 Schematic diagram of static obstacles

3.3 Bi- A^* PF 融合算法

本文针对全局算法在避障能力和局部算法在复杂环境下寻路效率方面存在的问题,提出了一种新的算法——Bi- A^* PF 算法。该算法通过优化双向 A^* 算法进行初步航迹搜索,并将搜索后的航迹点信息作为 APF 法的临时终点。在未遇到突发障碍物之前,按照优化双向 A^* 算法规划飞行航迹,遇到突发障碍物时立即调用 APF 法避免碰撞。在实时避障完成后,再次回到既定航迹规划。这种融合算法^[19]既保证了优化双向 A^* 算法在全局航迹规划上的性能优势,又具有实时避障功能。与单一 APF 算法相比,融合算法具有全局规划性,并且规划时间进一步缩短。具体算法流程如图3所示。

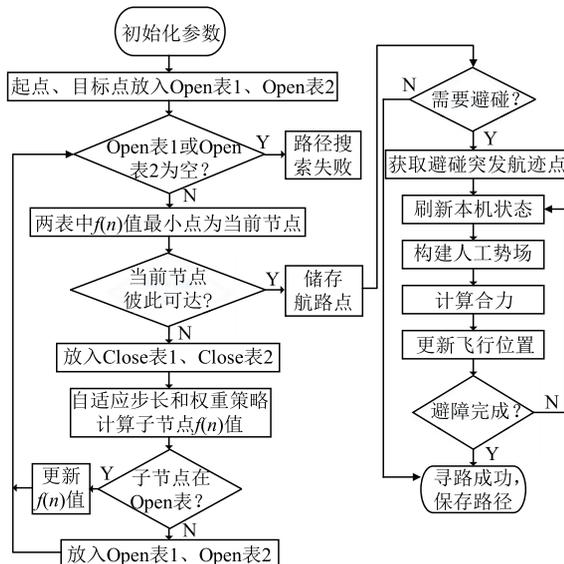


图3 Bi- A^* PF 算法流程图

Fig. 3 Flowchart of Bi- A^* PF algorithm

4 实验与仿真

为验证本文所提融合算法的有效性,以山地为背景,选取 $50\text{ m} \times 50\text{ m} \times 50\text{ m}$ 任务区域,采用多种算法在存在动态和静态障碍物的三维复杂环境下进行无人机航迹规划仿真对比分析。计算机配置为 Window 11(64 位),处理器 Intel(R)Core(TM) i7-12 700H CPU,主频 2.7 GHz,可睿频至 4.7 GHz,内存 16 GB。仿真软件为 MATLAB R2017b。无人机的起始点位置、目标点位置由人为设定,最小转弯半径、步长依据地图尺寸确定。在实际应用中,无人机位置姿态通常由 GPS 和机载传感器获得,并使用相应的算法来获得准确的位置坐标,这属于另一研究课题,本文不做讨论。初始化数值如表 1 所示。

表 1 参数初始化数值

参数	符号	数值
起始点位置/m	S	(1,1,5)
目标点位置/m	G	(49,49,15)
最大横滚角/(°)	θ_{\max}	45
最大俯仰角/(°)	φ_{\max}	45
最小转弯半径/m	R_{\min}	4
最大步长/m	L_{\max}	1.2
最小步长/m	L_{\min}	0.4
步长调节因子	α	0.5
权重系数	ω	0.6

4.1 改进双向 A* 算法仿真分析

传统单向 A* 算法、传统双向 A* 算法、改进双向 A* 算法、遗传算法、粒子群算法静态航迹规划平视图、俯视图如图 4 和图 5 所示,仿真结果记录在表 2。其中黑色方块为起始点,粉色方块为目标点,绿色阴影部分为障碍物。

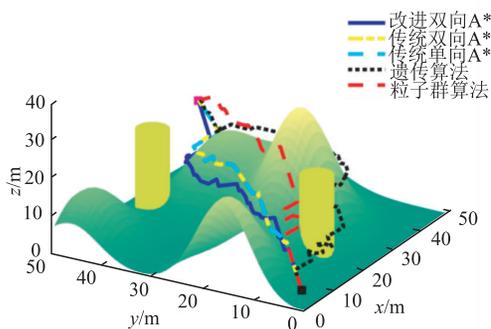


图 4 全局静态航迹规划平视图

Fig. 4 Global static trajectory planning horizon view

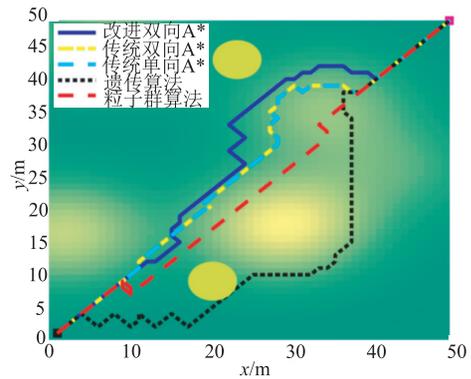


图 5 全局静态航迹规划俯视图

Fig. 5 Top view of global static trajectory planning

表 2 A* 算法仿真性能指标对比

Tab. 2 Comparison of simulation performance metrics of A* algorithm

算法	时间/s	搜索节点个数	有效节点个数	航程/m
传统单向 A*	29.64	4 074	62	113.8
传统双向 A*	5.79	2 747	62	113.8
改进双向 A*	3.89	1 358	46	95.1
遗传算法	8.73	2 243	77	127.5
粒子群算法	7.32	1 925	64	105.2

从图 4 可以看出,无人机从初始位置原点出发,通过传统单向 A* 算法、传统双向 A* 算法、改进双向 A* 算法、遗传算法、粒子群算法均能有效规避静态威胁,规划出一条从起点至目标点的航迹。结合表 2 的数据可知,本文提出的改进双向 A* 算法所规划出的路径,在路径搜索时间、搜索节点数、路径长度等方面,都要明显优于传统单向 A* 算法、传统双向 A* 算法、遗传算法、粒子群算法。传统单向 A* 算法和传统双向 A* 算法搜索到的路径相同,但传统双向 A* 算法的路径搜索时间比传统单向 A* 算法减少了 23.85 s。改进双向 A* 算法应用于无人机航迹规划在满足自身约束条件前提下,通过动态调整启发函数权重,自适应步长调整策略,有效减少了搜索时间与路程,提高了搜索效率。从表 2 的具体数据可以看出,本文规划算法与传统双向 A* 算法、遗传算法、粒子群算法相比,航迹规划时间分别减少了 32.8%、55.4% 和 46.9%,搜索节点数分别减少了 50.6%、39.5% 和 29.5%,有效节点数分别减少了 25.8%、40.3% 和 28.1%,路径长度分别减少了 16.4%、25.4% 和 9.6%。通过以上仿真实验对比结果,验证了本文改进双向 A* 算法的有效性与先进性。

4.2 Bi-A* PF 算法仿真分析

为进一步检验本文所提融合算法的有效性,同时为了应对飞行过程中可能出现的突发局部动态威

胁,比如其他飞行物或漂浮物体,在满足无人机性能约束的条件下,在静态障碍物空间中添加突发障碍物,突发障碍物采用椭球体模拟,突发障碍物信息如表 3 所示,并将融合算法与改进双向 A* 算法进行仿真对比,以验证本文融合算法的动态避障性能。仿真实验结果如图 6 和图 7 所示。

表 3 突发障碍物信息

Tab. 3 Sudden obstacle information

序号	位置坐标/m	三轴半径/m
1	(10,8,3)	(10,7,5)
2	(30,40,13)	(16,15,11)

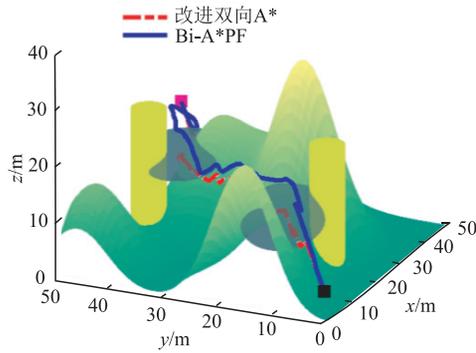


图 6 局部动态航迹规划平视图

Fig. 6 Local dynamic trajectory planning horizon view

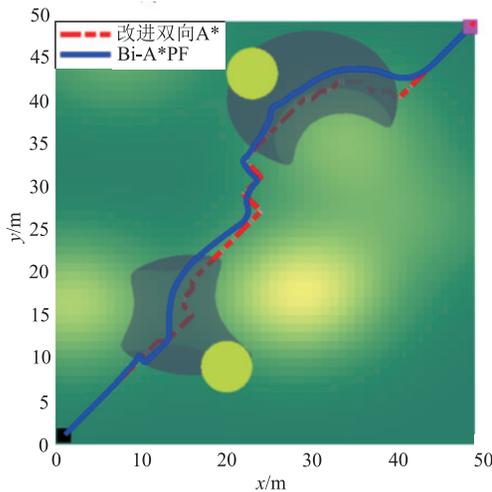


图 7 局部动态航迹规划俯视图

Fig. 7 Top view of local dynamic trajectory planning

根据图 6 可知,若临时障碍物出现在无人机航迹最优路线上,改进双向 A* 算法不能有效规避障碍物,会造成无人机航迹规划任务失败。Bi-A* PF 算法应用于无人机航迹规划在满足自身约束条件前提下,沿着期望参考航迹穿越地图中已有的静态威胁到达突发障碍物处时,此时启动人工势场法进行局部航迹规划成功规避突发威胁,并在避障完成后返回参考轨迹。通过以上仿真结果的对比,再次证明了本文所提融合算法的有效性。

定义无人机对于突发障碍物的飞行安全评价指

标为:

$$F_{\text{index}} = \left(\frac{x_i - x_{\text{ob}}}{a} \right)^2 + \left(\frac{y_i - y_{\text{ob}}}{b} \right)^2 + \left(\frac{z_i - z_{\text{ob}}}{c} \right)^2 - 1 \quad (12)$$

式中: (x_i, y_i, z_i) 为无人机实时位置坐标; $(x_{\text{ob}}, y_{\text{ob}}, z_{\text{ob}})$ 为突发障碍物的位置坐标, (a, b, c) 为椭球的三轴半径, F_{index} 为飞行安全评价指标。评价指标与无人机实时位置的关系如图 8 所示,当评价指标大于 0 时,说明无人机与突发障碍物保持安全距离,反之说明无人机避障失败。无人机对于突发障碍物的飞行安全评价指标始终大于 0,说明在遭遇突发障碍物时启用 APF 算法有效解决了双向 A* 算法实时避障性能不足问题,实现了三维复杂环境下无人机航迹规划。

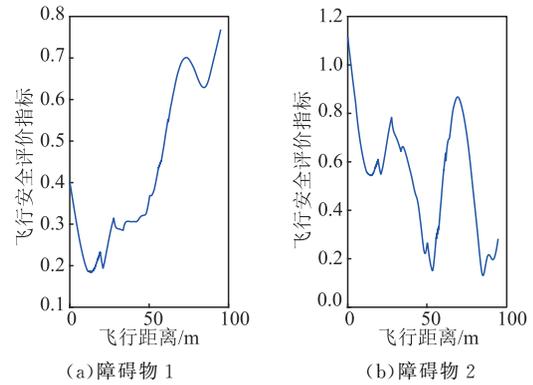


图 8 飞行安全评价指标对比

Fig. 8 Comparison of flight safety evaluation indicators

5 结语

针对传统 A* 算法应用于无人机航迹规划搜索节点多、计算量大且不具备动态避障等问题,本文对传统双向 A* 算法进行改进并提出具有全局规划的 Bi-A* PF 算法。在静态障碍物环境下改进双向 A* 算法能够缩减节点搜索数量、提升搜索效率;在突发障碍物环境下融合算法能够弥补双向 A* 算法实时避障的短板,确保无人机在最优航迹上规避突发障碍物。仿真与实验验证了本文所提算法应用于无人机航迹规划的有效性与可行性。

参考文献

- [1] 姚喜,陈衍德.基于多元约束 Petri 网的水利测绘无人机路径规划[J].计算机学报,2023,50(S1):232-238.
YAO X, CHEN Y D. Path Planning of Hydrographic Mapping UAV Based on Multi-Constraint Petri Net [J]. Computer Science, 2023, 50(S1): 232-238. (in Chinese)
- [2] WANG Y H, ZHANG W J, ZHOU T X. Path Planning of Surface Unmanned Craft Based on Variable

- Step-Length Sparse A-Star Algorithm[C]//2021 33rd Chinese Control and Decision Conference (CCDC). Kunming:IEEE,2021: 1917-1920.
- [3] GAN Y,ZHANG B,KE C, et al. Research on Robot Motion Planning Based on RRT Algorithm with Non-holonomic Constraints[J]. Neural Processing Letters, 2021,53(4): 3011-3029.
- [4] 沈克宇,游志宇,刘永鑫,等. 基于改进 A* 算法的移动端机器人路径规划[J]. 计算机应用研究,2023,40(1): 75-79.
- SHEN K Y, YOU Z Y, LIU Y X, et al. Mobile Robot Path Planning Based on Improved A* Algorithm[J]. Computer Application Research,2023,40(1): 75-79. (in Chinese)
- [5] LIU L S, LIN J F, YAO J X, et al. Path Planning for Smart Car Based on Dijkstra Algorithm and Dynamic Window Approach[J]. Wireless Communications and Mobile Computing,2021: 8881684.
- [6] 黄书召,田军委,乔路,等. 基于改进遗传算法的无人机路径规划[J]. 计算机应用,2021,41(2): 390-397.
- HUANG S Z, TIAN J W, QIAO L, et al. UAV Path Planning Based on Improved Genetic Algorithm[J]. Computer Applications, 2021, 41 (2): 390-397. (in Chinese)
- [7] 张恒,何丽,袁亮,等. 基于改进双层蚁群算法的移动端机器人路径规划[J]. 控制与决策,2022,37(2): 303-313.
- ZHANG H, HE L, YUAN L, et al. Mobile Robot Path Planning Based on Improved Two-Layer Ant Colony Algorithm[J]. Control and Decision Making,2022,37(2): 303-313. (in Chinese)
- [8] 黄志锋,刘媛华. 基于四阶贝塞尔曲线和改进狮群优化算法求解路径规划问题[J]. 信息与控制,2023,52(2):176-189.
- HANG Z F, LIU Y H. Solving Path Planning Problem Based on Fourth-Order Bezier Curve and Improved Lion Swarm Optimization Algorithm [J]. Information and Control,2023,52(2):176-189. (in Chinese)
- [9] 陈朋,江勇奇,俞天纬,等. 基于局部软约束优化的无人机航迹规划方法[J]. 华南理工大学学报(自然科学版),2022,50(6): 27-36.
- CHEN P, JIANG Y Q, YU T W, et al. UAV Trajectory Planning Method Based on Local Soft Constraint Optimization[J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2022, 50(6): 27-36. (in Chinese)
- [10] 张亚兰,赵成萍,严华. 基于改进双向 A* 和向量场直方图算法的无人机航路规划[J]. 科学技术与工程,2019,19(4): 179-184.
- ZHANG Y L, ZHAO C P, YAN H. UAV Route Planning Based on Improved Bidirectional A* and Vector Field Histogram Algorithm [J]. Science Technology and Engineering,2019,19(4): 179-184. (in Chinese)
- [11] 李世国,苏卫华,郭鹏飞,等. 基于改进 A* 算法的无人搜救全局路径规划研究[J]. 医疗卫生装备,2020,41(12): 16-20.
- LI S G, SU W H, GUO P F, et al. Research on SAR Drone Global Path Planning Based on Improved A* Algorithm [J]. Chinese Medical Equipment Journal, 2020,41(12): 16-20. (in Chinese)
- [12] DENG X, LI R F, ZHAO L J, et al. Multi-Obstacle Path Planning and Optimization for Mobile Robot [J]. Expert Systems with Applications,2021,183: 115445.
- [13] HUANG T P, HUANG D Q, QIN N, et al. Path Planning and Control of a Quadrotor UAV Based on an Improved APF Using Parallel Search [J]. International Journal of Aerospace Engineering,2021: 5524841.
- [14] CHEN Y L, BAI G Q, ZHAN Y, et al. Path Planning and Obstacle Avoiding of the USV Based on Improved ACO-APF Hybrid Algorithm with Adaptive Early-Warning [J]. IEEE Access,2021,9: 40728-40742.
- [15] FAN X J, GUO Y J, LIU H, et al. Improved Artificial Potential Field Method Applied for AUV Path Planning [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2020: 6523158.
- [16] 张宏宏,甘旭升,李双峰,等. 复杂低空环境下考虑区域风险评估的无人机航路规划[J]. 仪器仪表学报,2021,42(1): 257-266.
- ZHANG H H, GAN X S, LI S F, et al. Unmanned Aircraft Route Planning in Complex Low Altitude Environments Considering Regional Risk Assessment [J]. Journal of Instrumentation, 2021, 42 (1): 257-266. (in Chinese)
- [17] 马云红,张恒,齐乐融,等. 基于改进 A* 算法的三维无人机路径规划[J]. 电光与控制,2019,26(10): 22-25.
- MA Y H, ZHANG H, QI L R, et al. 3D UAV Path Planning Based on Improved A* Algorithm [J]. Electro-Optics and Control,2019,26(10): 22-25. (in Chinese)
- [18] WU X L, XU L, ZHEN R, et al. Bi-Directional Adaptive A* Algorithm Toward Optimal Path Planning for Large-Scale UAV under Multi-Constraints [J]. IEEE Access,2020,8: 85431-85440.
- [19] LI X X, HU X G, WANG Z Q, et al. Path Planning Based on Combination of Improved A-STAR Algorithm and DWA Algorithm [C]//2020 2nd International Conference on Artificial Intelligence and Advanced Manufacture (AIAM). Manchester: IEEE, 2020: 99-103.

(编辑:刘勇)