

# 双基地米波 MIMO 雷达低空目标俯仰维 DOD 和 DOA 联合估计方法

王鸿帧<sup>1,2</sup>, 宋玉伟<sup>1</sup>, 辛 波<sup>3</sup>, 游志远<sup>1</sup>

(1. 空军工程大学防空反导学院, 西安, 710051; 2. 93575 部队, 河北承德, 067000; 3. 93501 部队, 北京, 100010)

**摘要** 对于双基地米波多输入多输出(MIMO)雷达低空目标俯仰维测向场景, 受多径效应影响, 发射接收导向矢量因存在耦合现象而与噪声子空间失去正交性, 导致以多重信号分类(MUSIC)为主的子空间类算法在该场景下不可用, 而基于空间平滑预处理的子空间类算法由于阵列孔径损失存在角度估计精度不高的问题。为解决上述难题, 建立了双基地米波 MIMO 雷达单目标和非相干多目标镜面反射信号模型, 在信号模型数学变换和分析的基础上发现了一种仍旧与噪声子空间正交的导向矢量矩阵, 然后利用新的导向矢量矩阵结合广义 MUSIC 和最大似然算法提出了双基地米波 MIMO 雷达低空目标俯仰维波离方向和波达方向联合估计方法, 最后通过仿真验证了所提方法的有效性和俯仰维测向性能的优越性。

**关键词** 双基地 MIMO 雷达; 米波; 波离方向; 波达方向; 多径效应

**DOI** 10.3969/j.issn.2097-1915.2024.01.015

**中图分类号** TN957    **文献标志码** A    **文章编号** 2097-1915(2024)01-0098-08

## A Joint Estimation Method for DOD and DOA of Low Altitude Targets Based on Bistatic Meter Wave MIMO Radar

WANG Hongzhen<sup>1,2</sup>, SONG Yuwei<sup>1</sup>, XIN Bo<sup>3</sup>, YOU Zhiyuan<sup>1</sup>

(1. Air and Missile Defense School, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China;

2. Unit 93575, Chengde 067000, Hebei, China; 3. Unit 93501, Beijing 100010, China)

**Abstract** For the low altitude target elevation direction finding scenario of bistatic multiple input multiple output (MIMO) radar, due to multipath effects, the transmitting and receiving steering vectors lose orthogonality with the noise subspace due to coupling, resulting in the unavailability of subspace class algorithms mainly based on multiple signal classification (MUSIC) in this scenario. However, subspace algorithms based on spatial smoothing preprocessing suffer from low accuracy in angle estimation due to array aperture loss. To solve the above problems, this paper establishes a bistatic meter wave MIMO radar single target and incoherent multi target mirror reflection signal model. Based on the mathematical transformation and analysis of the signal model, a steering vector matrix that is still orthogonal to the noise subspace is discovered, then, a new guidance vector matrix combined with generalized MUSIC and maximum likelihood algorithm was used to propose a joint estimation method for the elevation direction of departure

收稿日期: 2023-05-23

基金项目: 陕西省自然科学基金(2023-JC-QN-0652)

作者简介: 王鸿帧(1988—), 男, 河南郑州人, 工程师, 研究方向为雷达信号处理。E-mail: 214344163@qq.com

通信作者: 宋玉伟(1986—), 女, 辽宁大连人, 讲师, 博士, 研究方向为空间谱估计。E-mail: songyuwei2015@163.com

**引用格式:** 王鸿帧, 宋玉伟, 辛波, 等. 双基地米波 MIMO 雷达低空目标俯仰维 DOD 和 DOA 联合估计方法[J]. 空军工程大学学报, 2024, 25(1): 98-105. WANG Hongzhen, SONG Yuwei, XIN Bo, et al. A Joint Estimation Method for DOD and DOA of Low Altitude Targets Based on Bistatic Meter Wave MIMO Radar[J]. Journal of Air Force Engineering University, 2024, 25(1): 98-105.

and arrival of low altitude targets in a bistatic meter wave MIMO radar. Finally, simulation experiments verified the effectiveness of the proposed method and the superiority of the elevation direction finding performance.

**Key words** bistatic MIMO radar; meter wave; direction of departure; direction of arrival; multipath effect

近年来,阵列信号处理技术<sup>[1]</sup>中大量理论创新成果在雷达领域得到广泛应用,空间谱估计<sup>[2]</sup>作为阵列信号处理技术中的核心问题,相比于单脉冲等传统测向技术,其可突破“瑞利限”从而实现超分辨估计。在阵列信号处理技术发展的同时,双基地雷达因其反隐身、抗干扰和收发分置的优势成为专家学者们的研究热点<sup>[3]</sup>。将空间估计理论应用到双基地雷达,由此衍生出一个新的研究方向,即双基地雷达波离方向(direction of departure, DOD)和波达方向(direction of arrival, DOA)联合估计。

与单基地雷达不同,双基地雷达是根据目标 DOD 和 DOA 对信源进行交叉定位,测向模型更加复杂,从而导致谱估计复杂度增加,且会出现三大同步(空间、时间、频率和相位同步)问题<sup>[4]</sup>。多输入多输出<sup>[5]</sup>(multi input multi output, MIMO)技术的引入,不仅有效解决了双基地雷达三大同步问题,并且提高了目标测向精度和最大估计数,由此双基地 MIMO 雷达作为研究热点得到进一步发展。2008 年,Liu 和 Chen 等提出了基于旋转不变子空间 (estimating signal parameters via rotational invariance techniques, ESPRIT) 算法<sup>[6,7]</sup>的双基地 MIMO 雷达目标 DOD 和 DOA 联合估计方法。2009 年,Li 和 Liu 等人采用基于摩尔伪逆矩阵和 SVD 的 ESPRIT 算法<sup>[8]</sup>实现 DOD 和 DOA 的自动配对,并且提高了测向精度。2010 年,Zhang 等提出了降维 Capon<sup>[9]</sup>和多重信号分类(multiple signal classification, MUSIC)算法<sup>[10]</sup>,降低算法复杂度的同时提高了测向精度。2012 年,Zheng 等提出了一种酉 ESPRIT 算法<sup>[11]</sup>,利用中心 Hermitian 矩阵求出信号子空间的实值旋转不变性方程来估计目标 DOD 和 DOA。2013 年,Wang 等利用改进传播算子算法<sup>[12]</sup>精确估计目标 DOD 和 DOA,在保证精度的同时极大减小了算法复杂度。2014 年,Zheng 等利用离散傅里叶变换矩阵还原范德蒙结构<sup>[13]</sup>,以求根 MUSIC 算法估计目标 DOD 和 DOA,并实现自动配对,有效降低了算法复杂度。2017 年,Wen 等在考虑空间色噪声平稳性的基础上利用张量变换的协方差差分方法<sup>[14-15]</sup>来实现更精确的角度估计,并且计算

复杂度较其它基于张量的子空间方法有所降低。2020 年,Wen 和 Shi 等利用接收信号的噪声协方差矩阵的稀疏结构,设计了一种新的基于双基地 MIMO 雷达的去噪方法<sup>[16]</sup>,该方法由于不会带来任何虚拟孔径损失从而提升目标估计性能。

利用常规子空间类算法估计相干信源 DOD 和 DOA 时,信号和噪声子空间存在相互渗透现象,此时满秩协方差矩阵会发生秩亏,从而无法准确估计相干信源数目。为解决上述问题,学者们提出了两种方法,分别是非降维类和降维类处理算法,前者主要有频域平滑算法<sup>[17]</sup>、Toeplitz 方法<sup>[18]</sup>,后者主要有空间平滑算法<sup>[19]</sup>和矩阵重构类算法<sup>[20]</sup>,均可有效解决相干目标测向问题。2015 年,Hong 等人提出了一种空间差分平滑算法<sup>[21]</sup>,通过基于阵列旋转不变式的发射分集非对称空间平滑方式估计目标 DOD 和 DOA,该算法测向效果更好,但相干信源估计数目受到限制。2017 年,Shi 等人提出一种联合收发阵列的分集平滑算法<sup>[22]</sup>,通过获得更多协方差矩阵用于空间平滑来提升目标 DOD 和 DOA 估计精度,但其计算复杂度过高。

当前,双基地 MIMO 雷达相干目标测向存在很多待解决问题,尤其是双基地米波 MIMO 雷达低空目标俯仰维测向问题,多径效应严重影响了 DOD 和 DOA 估计精度和稳定性。为应对现代战争中复杂空中威胁,开展双基地米波 MIMO 雷达低空目标俯仰维测向研究具有重大意义。为此,本文基于双基地米波 MIMO 雷达抗干扰、反隐身目标和抗击反辐射武器的天然优势,以提升低空目标俯仰维测向性能为出发点,结合经典超分辨测向算法,进一步开展高精度和高分辨率的非相干多目标测向研究。

## 1 信号模型

如图 1 所示,考虑一个双基地米波 MIMO 雷达系统,发射和接收天线为均匀线阵且垂直放置,阵元数分别为  $M$  和  $N$  个,天线高度分别为  $h_t$  和  $h_r$ ,阵元间距  $d_t = d_r = 0.5\lambda$ , $\lambda$  为信号波长。这里假设反射面为光滑平坦地面。

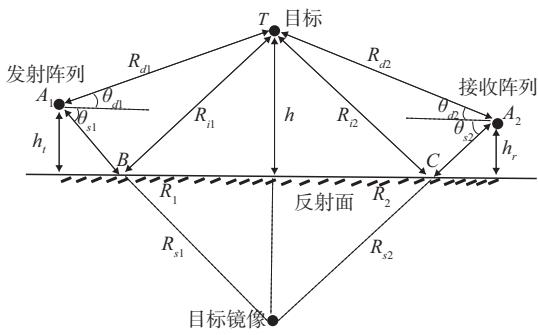


图 1 双基地米波 MIMO 雷达镜面反射信号模型

米波 MIMO 雷达需考虑发射多径, 则经空气传播到达目标处的发射信号为:

$$\mathbf{x}(t) = [\mathbf{a}_t(\theta_{d1}) + \rho_1 e^{-jk_0 \Delta R_1} \mathbf{a}_t(\theta_{s1})]^T \boldsymbol{\varphi}(t) \quad (1)$$

式中:  $k_0 = 2\pi/\lambda$ ;  $\rho_1$  为发射地面反射系数;  $\theta_{d1}$  和  $\theta_{s1}$  分别表示发射直达波和反射波入射角。观察图 1 不难发现, 发射直达波与反射波波程差  $\Delta R_1 \approx 2h_r \sin \theta_{d1}$ 。 $\mathbf{a}_t(\theta_{d1})$  和  $\mathbf{a}_t(\theta_{s1})$  为发射导向矢量, 其表达式为:

$$\mathbf{a}_t(\theta_{d1}) = [1, e^{-j2\pi d_t \sin \theta_{d1}/\lambda}, \dots, e^{-j2\pi(M-1)d_t \sin \theta_{d1}/\lambda}]^T \quad (2)$$

$$\mathbf{a}_t(\theta_{s1}) = [1, e^{-j2\pi d_t \sin \theta_{s1}/\lambda}, \dots, e^{-j2\pi(M-1)d_t \sin \theta_{s1}/\lambda}]^T \quad (3)$$

考虑接收多径, 则第  $n$  个阵元的接收信号为:

$$z_n(t, \tau) = [\mathbf{a}_{r,n}(\theta_{d2}) + \rho_2 e^{-jk_0 \Delta R_2} \mathbf{a}_{r,n}(\theta_{s2})] \cdot \beta(\tau) \mathbf{x}(t) + v_n(t, \tau) \quad (4)$$

式中:  $\beta(\tau) = \alpha e^{j2\pi f_d \tau}$  为不同脉冲下目标复反射系数;  $f_d$  为多普勒频率;  $\rho_2$  为接收地面反射系数;  $\theta_{d2}$  和  $\theta_{s2}$  分别表示接收直达波和反射波入射角, 接收直达波与反射波波程差  $\Delta R_2 \approx 2h_r \sin \theta_{d2}$ 。

则整个阵列接收信号为:

$$\mathbf{z}(t, \tau) = [\mathbf{a}_r(\theta_{d2}) + \rho_2 e^{-jk_0 \Delta R_2} \mathbf{a}_r(\theta_{s2})]^T \beta(\tau) \cdot [\mathbf{a}_t(\theta_{d1}) + \rho_1 e^{-jk_0 \Delta R_1} \mathbf{a}_t(\theta_{s1})]^T \boldsymbol{\varphi}(t) + \mathbf{v}(t, \tau) \quad (5)$$

式中:  $\mathbf{a}_r(\theta_d)$  和  $\mathbf{a}_r(\theta_s)$  为接收导向矢量, 表达式为:

$$\mathbf{a}_r(\theta_{d2}) = [1, e^{-j2\pi d_r \sin \theta_{d2}/\lambda}, \dots, e^{-j2\pi(N-1)d_r \sin \theta_{d2}/\lambda}]^T \quad (6)$$

$$\mathbf{a}_r(\theta_{s2}) = [1, e^{-j2\pi d_r \sin \theta_{s2}/\lambda}, \dots, e^{-j2\pi(N-1)d_r \sin \theta_{s2}/\lambda}]^T \quad (7)$$

MIMO 雷达发射信号  $\boldsymbol{\varphi}(t)$  满足下式:

$$\int_0^{T_p} \boldsymbol{\varphi}(t) \boldsymbol{\varphi}(t)^H dt = \mathbf{I}_M \quad (8)$$

式中:  $T_p$  为 1 个脉冲持续时间。

利用发射信号对式(5)匹配滤波后可得:

$$\begin{aligned} \mathbf{Z} &= \int_{0z}^{T_p} \mathbf{v}(t, \tau) \boldsymbol{\varphi}(t)^H dt = \\ &[\mathbf{a}_r(\theta_{d2}) + \gamma_2 \mathbf{a}_r(\theta_{s2})]^T \beta(\tau) \cdot \\ &[\mathbf{a}_t(\theta_{d1}) + \gamma_1 \mathbf{a}_t(\theta_{s1})]^T + \mathbf{V}(\tau) \end{aligned} \quad (9)$$

这里,  $\gamma_1 = \rho_1 e^{-jk_0 \Delta R_1}$ ,  $\gamma_2 = \rho_2 e^{-jk_0 \Delta R_2}$ 。

对  $\mathbf{Z}$  矢量化操作得:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \text{vec}(\mathbf{Z}) = [\mathbf{a}_t(\theta_{d1}) + \gamma_1 \mathbf{a}_t(\theta_{s1})] \otimes \\ &[\mathbf{a}_r(\theta_{d2}) + \gamma_2 \mathbf{a}_r(\theta_{s2})] \beta(\tau) + \text{vec}(\mathbf{V}(\tau)) = \mathbf{A} \beta(\tau) + \mathbf{V} \end{aligned} \quad (10)$$

式中:  $\text{vec}$  代表矢量化操作;  $\otimes$  代表 kron 积;  $\mathbf{V}$  为经匹配滤波和矢量化操作后的噪声, 若原始噪声为高斯白噪声, 则  $\mathbf{V}$  仍为高斯白噪声,  $\mathbf{A}$  为复合导向矢量, 其表达式如下:

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}_t(\theta_{d1}) + \gamma_1 \mathbf{a}_t(\theta_{s1})] \otimes [\mathbf{a}_r(\theta_{d2}) + \gamma_2 \mathbf{a}_r(\theta_{s2})] \quad (11)$$

为方便讨论, 上述为单目标模型, 且只有一条反射路径。对于非相干多目标, 其回波信号是单目标回波的叠加, 这里不再赘述, 直接给出结论。

假设双基地米波 MIMO 雷达收发天线俯仰维波束宽度内有  $K$  个非相干目标, 各目标发射直达波和反射波入射角分别为  $\theta_{d1}^k$  和  $\theta_{s1}^k$ , 接收直达波和反射波入射角分别为  $\theta_{d2}^k$  和  $\theta_{s2}^k$ , 其中  $k=1, 2, \dots, K$ 。

则矢量化后的回波信号矩阵表达式为:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}_t \odot \mathbf{A}_r \Psi + \mathbf{V} = \mathbf{A} \Psi + \mathbf{V} \quad (12)$$

式中:  $\odot$  为 Khatri-Rao 积;  $\Psi = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_K]$  为目标复反射系数矩阵; 复合导向矢量  $\mathbf{A}$  表达式为:

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_t \odot \mathbf{A}_r = \mathbf{A}_t(\theta_d, \theta_s) \odot \mathbf{A}_r(\theta_d, \theta_s) = [\mathbf{A}_t(\theta_{d1}^1, \theta_{s1}^1) \otimes \mathbf{A}_r(\theta_{d2}^1, \theta_{s2}^1), \dots, \mathbf{A}_t(\theta_{d1}^K, \theta_{s1}^K) \otimes \mathbf{A}_r(\theta_{d2}^K, \theta_{s2}^K)] \quad (13)$$

式中:  $\mathbf{A}_t(\theta_{d1}^k, \theta_{s1}^k) = \mathbf{a}_t(\theta_{d1}^k) + \gamma_1 \mathbf{a}_t(\theta_{s1}^k)$ ,  $\mathbf{A}_r(\theta_{d2}^k, \theta_{s2}^k) = \mathbf{a}_r(\theta_{d2}^k) + \gamma_2 \mathbf{a}_r(\theta_{s2}^k)$ 。

## 2 DOD 和 DOA 估计

双基地米波 MIMO 雷达与单基地一样, 回波信号矩阵中同样包含多径反射波, 即收发导向矢量存在耦合问题, 这致使导向矢量与噪声子空间失去正交性。利用空间平滑等解相干算法对仰角估计性能的提升有限, 本文提出一种基于新的导向矢量矩阵的广义 MUSIC (generalized MUSIC, GMUSIC) 和最大似然算法 (maximum likelihood, ML) ML 算法, 该导向矢量矩阵仍与噪声子空间正交。

### 2.1 基础算法

对式(10)化简变形得:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \begin{bmatrix} \mathbf{a}_t(\theta_{d1}) \otimes \mathbf{a}_r(\theta_{d2}) \\ \mathbf{a}_t(\theta_{s1}) \otimes \mathbf{a}_r(\theta_{d2}) \\ \mathbf{a}_t(\theta_{d1}) \otimes \mathbf{a}_r(\theta_{s2}) \\ \mathbf{a}_t(\theta_{s1}) \otimes \mathbf{a}_r(\theta_{s2}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 \\ \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_1 \gamma_2 \end{bmatrix} \beta(\tau) + \mathbf{V} = \\ &\mathbf{A}(\theta) [1 \ \gamma_1 \ \gamma_2 \ \gamma_1 \gamma_2]^T \beta(\tau) + \mathbf{V} \end{aligned} \quad (14)$$

式中:  $\mathbf{A}(\theta)$  即所提导向矢量矩阵, 其表达式如下:

$$\bar{\mathbf{A}}(\theta) = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_t(\theta_{d1}) \otimes \mathbf{a}_r(\theta_{d2}) \\ \mathbf{a}_t(\theta_{s1}) \otimes \mathbf{a}_r(\theta_{d2}) \\ \mathbf{a}_t(\theta_{d1}) \otimes \mathbf{a}_r(\theta_{s2}) \\ \mathbf{a}_t(\theta_{s1}) \otimes \mathbf{a}_r(\theta_{s2}) \end{bmatrix}^T \quad (15)$$

依据最大似然准则,回波数据协方差矩阵可从下式得到:

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{L} \mathbf{Y} \mathbf{Y}^H \quad (16)$$

式中: $L$ 为快拍数。

此时广义 MUSIC 算法谱峰搜索函数为:

$$f_{\text{GMUSIC}}^{\text{Bi-MIMO}}(\theta) = \frac{\det[\bar{\mathbf{A}}^H(\theta)\bar{\mathbf{A}}(\theta)]}{\det[\bar{\mathbf{A}}^H(\theta)\mathbf{E}_n^H\mathbf{E}_n\bar{\mathbf{A}}(\theta)]} \quad (17)$$

式中: $\det$ 表示求行列式操作; $\mathbf{E}_n$ 为 $\hat{\mathbf{R}}$ 特征值分解得到噪声子空间。式(17)为四维搜索,可利用收发天线直达波与反射波入射角之间几何关系实现降维。不难发现,其几何关系式如下:

$$\theta_{s1} = -\arctan(\tan(\theta_{d1}) + 2h_t/R_1) \approx -\theta_{d1} \quad (18)$$

$$\theta_{s2} = -\arctan(\tan(\theta_{d2}) + 2h_r/R_2) \approx -\theta_{d2} \quad (19)$$

式中: $R_1$ 和 $R_2$ 分别为目标在地面垂直投影至发射接收阵列的水平距离。

同理,利用导向矢量矩阵 $\bar{\mathbf{A}}(\theta)$ 构造 ML 算法空间投影矩阵如下:

$$\bar{\mathbf{P}}(\theta) = \bar{\mathbf{A}}(\theta)(\bar{\mathbf{A}}^H(\theta)\bar{\mathbf{A}}(\theta))^{-1}\bar{\mathbf{A}}^H(\theta) \quad (20)$$

则 ML 算法谱峰搜索函数如下:

$$f_{\text{ML}}^{\text{Bi-MIMO}}(\theta) = \frac{1}{\det[\text{trace}(\mathbf{I}_{MN} - \bar{\mathbf{P}}(\theta))\hat{\mathbf{R}}]} \quad (21)$$

式中: $\text{trace}$ 代表求迹操作。

获得空间谱后,谱峰所在位置就是发射和接收直达波入射角的估计值 $\hat{\theta}_{d1}$ 和 $\hat{\theta}_{d2}$ ,即目标俯仰维 DOD 和 DOA 估计值。

## 2.2 实值处理算法

为降低算法复杂度,可对回波数据和阵列导向矢量实值处理。定义维度为 $MN \times MN$ 的变换矩阵 $\boldsymbol{\Pi}$ 和酉矩阵 $\mathbf{U}$ 如下:

$$\boldsymbol{\Pi} = \begin{bmatrix} 0 & & 1 \\ & \ddots & \\ 1 & & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\mathbf{U}_{2K_M+1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{K_M} & 0 & j\mathbf{I}_{K_M} \\ \mathbf{0}^T & \sqrt{2} & \mathbf{0}^T \\ \boldsymbol{\Pi}_{K_M} & 0 & -j\boldsymbol{\Pi}_{K_M} \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\mathbf{U}_{2K_M} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{K_M} & j\mathbf{I}_{K_M} \\ \boldsymbol{\Pi}_{K_M} & -j\boldsymbol{\Pi}_{K_M} \end{bmatrix} \quad (24)$$

若 $MN$ 为奇数,采用式(23),且 $K_M = (MN - 1)/2$ ;若 $MN$ 为偶数,采用式(24),且 $K_M = MN/2$ 。

则经过实值处理的回波数据协方差矩阵和导向矢量表达式如下:

$$\hat{\mathbf{R}}_u = \frac{1}{2} \mathbf{U}^H (\hat{\mathbf{R}} + \boldsymbol{\Pi}^H \hat{\mathbf{R}}^* \boldsymbol{\Pi}) \mathbf{U} \quad (25)$$

$$\bar{\mathbf{A}}_u(\theta) = \mathbf{U}^H \bar{\mathbf{A}}(\theta) \quad (26)$$

则实值 GMUSIC (UGMUSIC) 和实值 ML (UML) 算法谱峰搜索函数如下:

$$f_{\text{UGMUSIC}}^{\text{Bi-MIMO}}(\theta) = \frac{\det(\bar{\mathbf{A}}_u^H(\theta)\bar{\mathbf{A}}_u(\theta))}{\det(\bar{\mathbf{A}}_u^H(\theta)\mathbf{U}_n\mathbf{U}_n^H\bar{\mathbf{A}}_u(\theta))} \quad (27)$$

$$f_{\text{UML}}^{\text{Bi-MIMO}}(\theta) = \frac{1}{\det[\text{trace}(\mathbf{I}_{MN} - \bar{\mathbf{P}}_u(\theta))\hat{\mathbf{R}}_u]} \quad (28)$$

式中: $\mathbf{U}_n$ 为实协方差矩阵 $\hat{\mathbf{R}}_u$ 特征分解得到的实噪声子空间,实值空间投影矩阵为:

$$\bar{\mathbf{P}}_u(\theta) = \bar{\mathbf{A}}_u(\theta)(\bar{\mathbf{A}}_u^H(\theta)\bar{\mathbf{A}}_u(\theta))^{-1}\bar{\mathbf{A}}_u^H(\theta) \quad (29)$$

式(27)和式(28)为四维搜索,同理可利用式(18)和式(19)进行降维。

## 3 算法分析

### 3.1 算法步骤

**步骤1** 计算双基地米波 MIMO 雷达发射、接收直达波和反射波导向矢量;

**步骤2** 利用式(18)和式(19)进行降维,并根据式(15)计算复合导向矢量,需要降低算法计算量时利用式(26)进行实值处理;

**步骤3** 对回波信号数据矢量化,然后根据式(16)计算数据协方差矩阵并进行特征值分解得到噪声子空间 $\mathbf{E}_n$ ;需要降低算法计算量时,利用式(25)对协方差矩阵进行实值处理并进行特征分解得到实值噪声子空间 $\mathbf{U}_n$ ;

**步骤4** 利用式(16)或(17)进行 GMUSIC 或 ML 算法谱峰搜索,获得低空目标俯仰维 DOD 和 DOA 低仰角估计值 $\hat{\theta}_{d1}$ 和 $\hat{\theta}_{d2}$ ;需要降低算法计算量时,利用式(27)或式(28)进行 UGMUSIC 或 UML 算法谱峰搜索。

### 3.2 算法复杂度

本文所提算法复杂度主要包含以下部分:①协方差矩阵构造;②协方差矩阵特征分解;③谱峰搜索。实值处理算法和加法运算增加的计算量很小,在此忽略。此外,1 次复数乘法相当于 4 次实数乘法。则各算法复杂度计算公式如下:

$$C_{\text{GMUSIC}} = 4P^2L + 4P^3 + 4\Theta(8P + 2P^2) \quad (30)$$

$$C_{\text{ML}} = 4P^2(L + P) + 4\Theta(8P + 2P^2 + P^3) \quad (31)$$

$$C_{\text{UGMUSIC}} = P^2L + P^3 + \Theta(8P + 2P^2) \quad (32)$$

$$C_{\text{UML}} = P^2(L + M) + \Theta(8P + 2P^2 + P^3) \quad (33)$$

式中: $\Theta$  为谱峰搜索次数; $P=MN$  为虚拟阵元数。

图 2 为所提算法复杂度随虚拟阵元数目变化图,不失一般性,这里假设快拍数  $L=30$ ,目标数为 1,谱峰搜索次数  $\Theta=1\,000$ 。不难发现,GMUSIC 算法较 ML 算法计算复杂度更低,随着虚拟阵元数增多,实值处理算法可极大地降低计算复杂度。

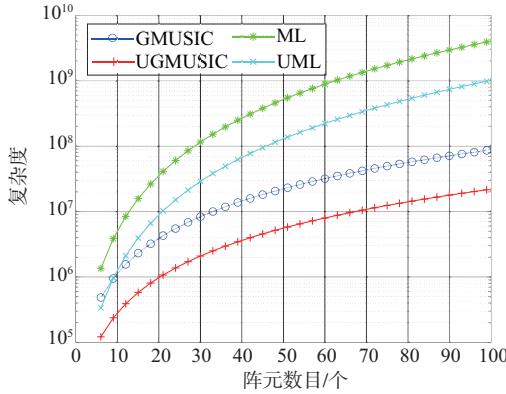


图 2 各算法复杂度随虚拟阵元数目变化图

#### 4 仿真实验

假设一个双基地米波 MIMO 雷达采用垂直放置的均匀线阵作为收发天线,发射接收阵元数分别为  $M=10$  和  $N=8$ ,阵列高度分别为  $h_t=5$  m 和  $h_r=4$  m,阵元间距  $d_t=d_r=0.5\lambda$ ,雷达工作频率为 300 MHz。空间低空非相干目标数为  $K$ ,接收噪声为高斯白噪声,地面平坦光滑,且发射接收地面反射系数分别为  $\rho_1=-0.98$  和  $\rho_2=-0.95$ ,分别利用 GMUSIC、ML、UGMUSIC 和 UML 算法进行 DOD 和 DOA 估计,角度搜索范围均为  $0^\circ \sim 10^\circ$ ,搜索间隔为  $0.1^\circ$ 。本文采取蒙特卡洛重复实验对比不同算法的测角精度,实验次数为 500 次,角度均方根误差(root mean square error, RMSE)计算式为:

$$\text{RMSE}_{\text{DOD}} = \sqrt{\frac{1}{IK} \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K (\hat{\theta}_{d1}^{ki} - \theta_{d1}^k)^2} \quad (34)$$

$$\text{RMSE}_{\text{DOA}} = \sqrt{\frac{1}{IK} \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K (\hat{\theta}_{d2}^{ki} - \theta_{d2}^k)^2} \quad (35)$$

式中: $I$  为蒙特卡洛实验次数;  $\hat{\theta}_{d1}^{ki}$  和  $\hat{\theta}_{d2}^{ki}$  分别为第  $i$  次测得的第  $k$  个低空目标俯仰维 DOD 和 DOA 角度估计值。

##### 4.1 空间谱对比实验

此组实验条件为信噪比  $\text{SNR}=10$  dB,快拍数  $L=10$ ,低空目标数  $K=1$ ,DOD 和 DOA 角度分别为  $\theta_{d1}=6^\circ$ , $\theta_{d2}=5^\circ$ 。图 3 为各算法空间谱,谱峰所在位置为目标 DOD 和 DOA 估计值。仿真结果表明,各算法都能准确估计目标 DOD 和 DOA,实值

处理算法与基础算法角度估计性能相近,GMUSIC 算法谱峰较 ML 算法尖锐。

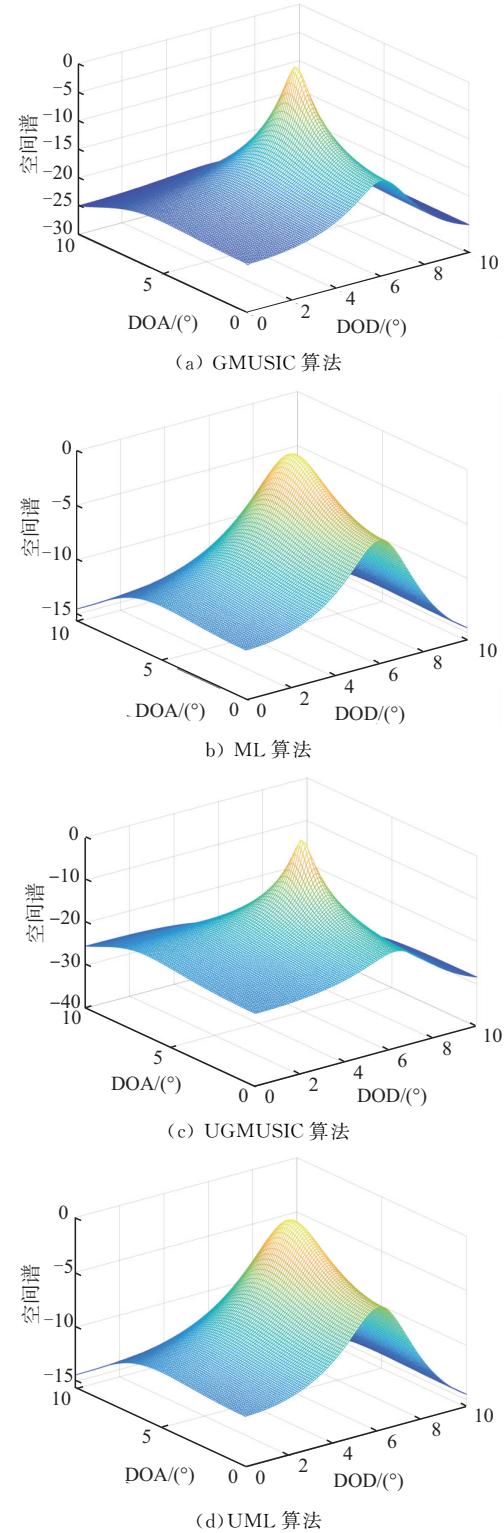


图 3 各算法空间谱

##### 4.2 角度分辨力对比实验

此组实验条件为信噪比  $\text{SNR}=20$  dB,快拍数  $L=30$ ,低空非相干目标数  $K=2$ ,目标 1 和目标 2 DOD 和 DOA 角度分别为  $\theta_{d1}^1=9^\circ$ , $\theta_{d2}^1=3^\circ$  和  $\theta_{d1}^2=4^\circ$ , $\theta_{d2}^2=8^\circ$ 。图 4 为各算法空间谱等高线图,等高线中央所在位置就是目标 DOD 和 DOA 估计值。仿

真结果表明:在信源不相干的情况下,GMUSIC 算法较 ML 算法角度分辨力高,实值处理算法较基础

算法分辨力低,这是由于实值处理时丢失回波数据协方差矩阵虚部信息造成的。

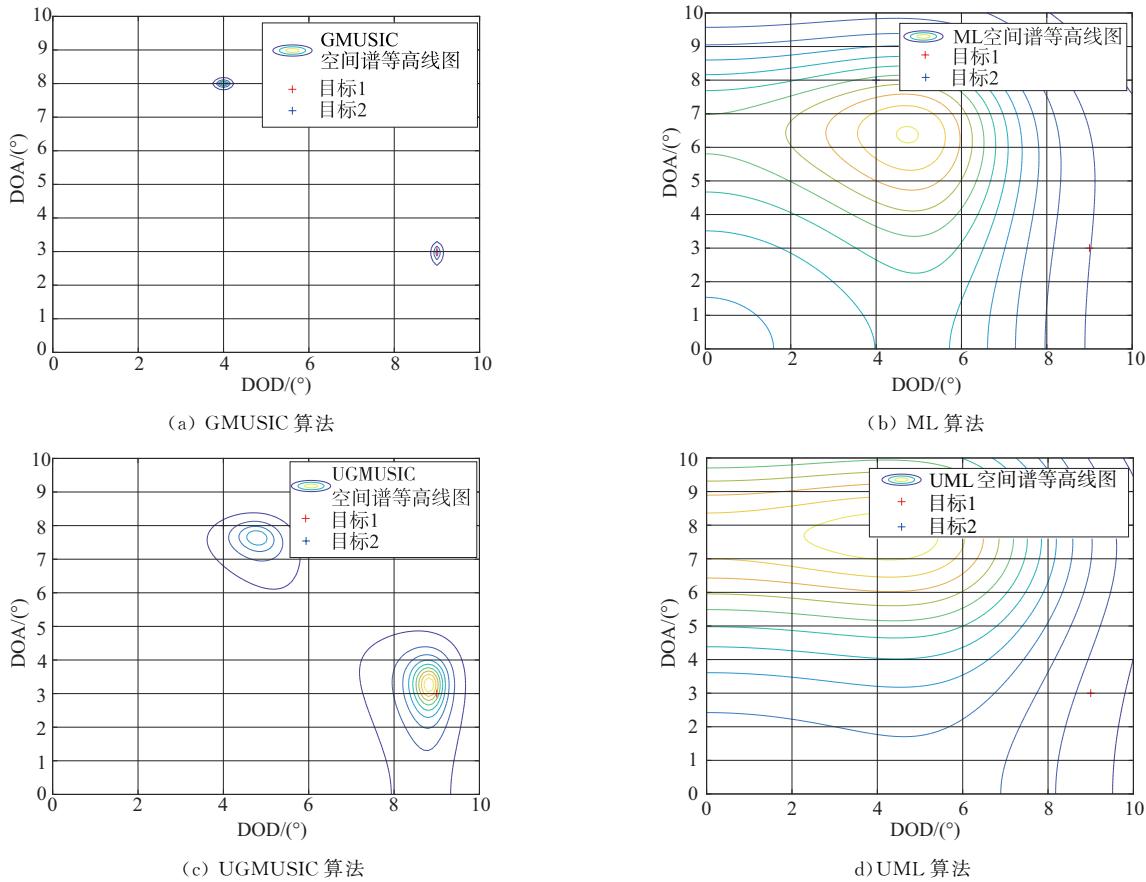


图 4 各算法空间谱等高线图

#### 4.3 信噪比影响测角精度实验

此组实验条件为低空目标数  $K = 1$ , DOD 和 DOA 角度分别为  $\theta_{d1} = 6^\circ$ ,  $\theta_{d2} = 5^\circ$ , 快拍数  $L = 10$ , 信噪比 SNR 取值范围为  $-10 \sim 10$  dB, 间隔 5 dB, 各算法角度 RMSE 与 SNR 关系如图 5 所示。仿真结

果表明:在同等信噪比下,GMUSIC 算法与 ML 算法测角精度相近,而实值处理算法测角精度总体上比基础算法低,主要原因是实值处理丢失了回波数据协方差矩阵虚部信息。

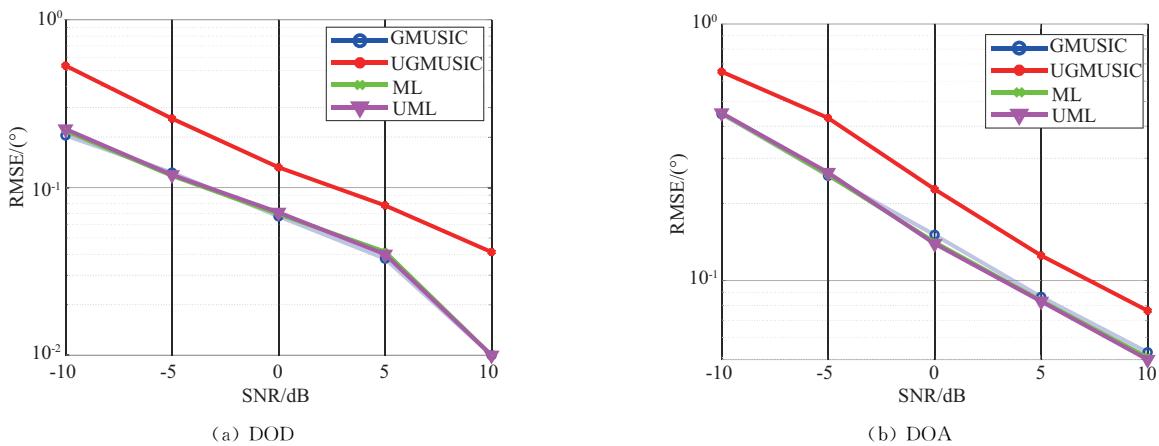


图 5 信噪比对测角精度的影响

#### 4.4 快拍数影响测角精度实验

此组实验条件为低空目标数  $K = 1$ , DOD 和 DOA 角度分别为  $\theta_{d1} = 6^\circ$ ,  $\theta_{d2} = 5^\circ$ , 信噪比  $SNR = 0$  dB, 快拍数  $L$  取值范围为  $10 \sim 50$  次, 间隔 10 次, 各

算法角度 RMSE 与快拍数关系如图 6 所示。仿真结果表明:在同等快拍数下,GMUSIC 算法与 ML 算法测角精度相近,而实值处理算法测角精度总体

上比基础算法低,主要原因是实值处理丢失了回波数据协方差矩阵虚部信息。

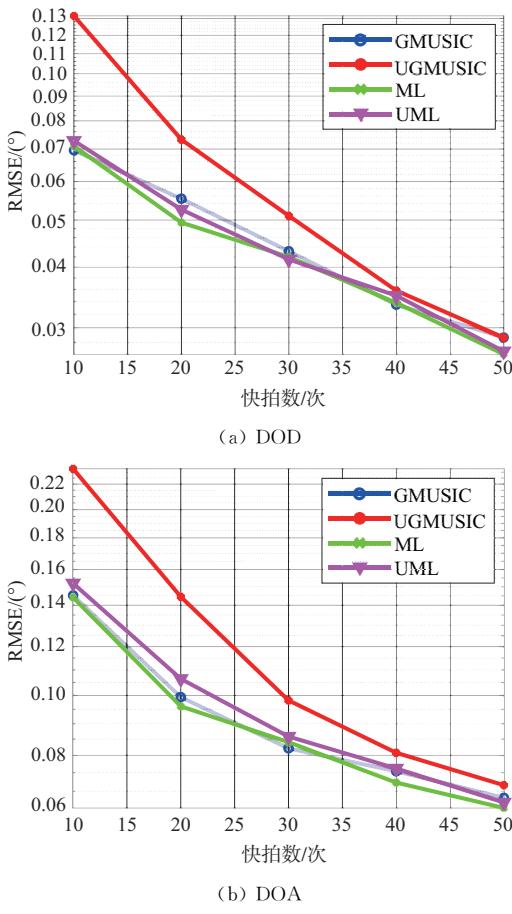
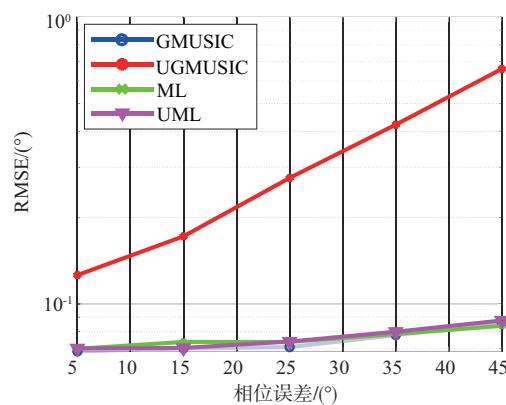
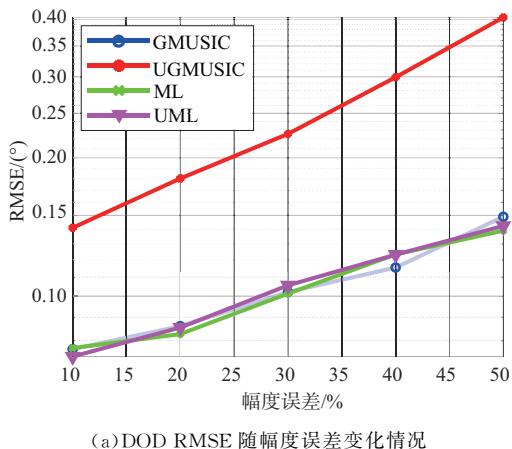


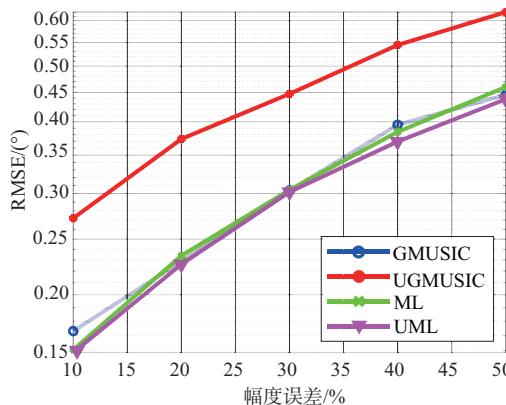
图 6 快拍数对测角精度的影响

#### 4.5 帧相误差影响测角精度实验

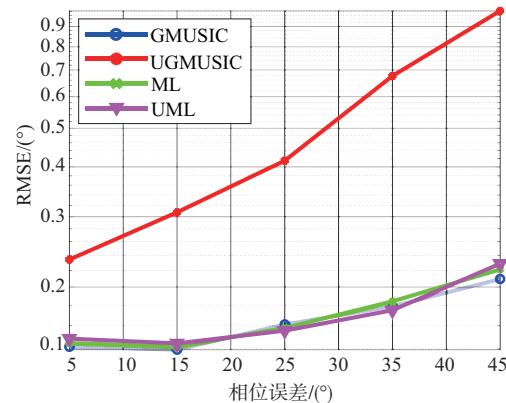
此组实验条件为低空目标数  $K = 1$ , DOD 和 DOA 角度分别为  $\theta_{d1} = 6^\circ, \theta_{d2} = 5^\circ$ , 快拍数  $L = 10$ , 信噪比  $SNR = 0$  dB, 帧相误差均服从均匀分布, 幅度误差变化范围为  $10\% \sim 50\%$ , 间隔  $10\%$ , 相位误差变化范围为  $5^\circ \sim 45^\circ$ , 间隔  $10^\circ$ 。图 7 为各算法角度 RMSE 与帧相误差关系图。仿真结果表明: 在同等幅度误差条件下, 各算法测角精度总体排序为  $ML \approx UML \approx GMUSIC > UGMUSIC$ , 实值处理算法是在牺牲估计精度的前提下降低了计算复杂度。



(b) DOD RMSE 随相位误差变化情况



(c) DOA RMSE 随幅度误差变化情况



(d) DOA RMSE 随相位误差变化情况

图 7 幅相误差对测角精度的影响

## 5 结语

对于双基地米波 MIMO 雷达低空目标俯仰维 DOD 和 DOA 联合估计问题,本文建立了适用于该场景的镜面反射信号模型,找到了一种新的仍与噪声子空间正交的导向矢量,并结合 GMUSIC 和 ML 算法提出了多个非相干目标俯仰维 DOD 和 DOA 联合估计方法。实验结果表明:本文所提算法较好解决了多径效应下双基地米波 MIMO 雷达多个非相干低空信源的俯仰维 DOD 和 DOA 估计问题,实值处理算法在损失测角精度前提下降低了运算复杂度,可根据需求选择相应算法。本文信号模型是在

理想镜面反射条件下建立的,而实际阵地是复杂的,且电磁环境中充满大量相干信号,对于复杂阵地条件下双基地米波MIMO雷达多个低空相干目标的DOD和DOA估计问题将是下一步研究重点。

## 参考文献

- [1] 周成伟.互质阵列信号处理算法研究[D].杭州:浙江大学,2018.
- [2] 王千里.基于自适应网格的稀疏信号处理方法研究[D].成都:电子科技大学,2020.
- [3] 赵霞.双基地MIMO雷达的目标定位方法研究[D].西安:西北工业大学,2019.
- [4] 张永顺.MIMO双基地雷达目标参数测量方法研究[D].西安:西安电子科技大学,2011.
- [5] 赵永波,刘宏伟.MIMO雷达技术综述[J].数据采集与处理,2018,33(3):389-399.
- [6] CHEN D, CHEN B, QIN G. Angle Estimation Using ESPRIT in MIMO Radar[J]. Electronics Letters, 2008, 44(12):770-771.
- [7] CHEN J, GU H, SU W. Angle Estimation Using ESPRIT without Pairing in MIMO Radar[J]. Electronics Letters, 2008, 44(24):1422-1423.
- [8] LIU X, LIAO R. Multi-Target Localisation in Bistatic MIMO Radar[J]. Electronics Letters, 2010, 46(13):945-946.
- [9] ZHANG X, XU D. Angle Estimation in MIMO Radar Using Reduced-Dimension Capon[J]. Electronics Letters, 2010, 46(12):860-861.
- [10] ZHANG X, XU L Y, XU L, et al. Direction of Departure (DOD) and Direction of Arrival (DOA) Estimation in MIMO Radar with Reduced-Dimension MUSIC[J]. IEEE Communications Letters, 2010, 14(12):1161-1163.
- [11] ZHENG G, CHEN B, YANG M. Unitary ESPRIT Algorithm for Bistatic MIMO Radar[J]. Electronics Letters, 2012, 48(3):179-181.
- [12] WANG W, WANG X, LI X. Propagator Method for Angle Estimation of Non-circular Sources in Bistatic MIMO Radar[C]// IEEE Radar Conference. [S. l.]: IEEE, 2013:1-5.
- [13] ZHENG G. Beamspace Root-MUSIC Algorithm for Joint DOD DOA Estimation in Bistatic MIMO Radar[J]. Wireless Personal Communications, 2014, 75 (4): 1879-1889.
- [14] WEN F, ZHANG Z, WANG K, et al. Covariance Differencing-based Angle Estimation Method for Bistatic Multiple-Input Multiple-Output Radar in Unknown Coloured Noise[J]. The Journal of Engineering, 2017(8): 466-468.
- [15] WEN F, ZHANG Z, ZHANG G, et al. A Tensor-based Covariance Differencing Method for Direction Estimation in Bistatic MIMO Radar with Unknown Spatial Colored Noise[J]. IEEE Access, 2017(5): 18451-18458.
- [16] WEN F, SHI J, ZHANG Z. Joint 2D-DOD, 2D-DOA, and Polarization Angles Estimation for Bistatic EMVS-MIMO Radar via PARAFAC Analysis[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2019, 69 (2): 1626-1638.
- [17] WANG H, KAVEH M, et al. On the Performance of Signal-subspace Processing Part II: Coherent Wide-band Systems[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1987, 35(11):1583-1591.
- [18] CHEN Y, LEE J, YEH C, et al. Bearing Estimation without Calibration for Randomly Perturbed Arrays [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1991, 39(1): 194-197.
- [19] SHAN T, KAILATH T. Adaptive Beamforming for Coherent Signals and Interference[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1985, 33(3): 527-536.
- [20] 张小飞,陈晨.MIMO雷达中一种降维MUSIC的相干角度估计算法[J].沈阳航空航天大学学报,2012,29(3):64-70.
- [21] HONG S, WAN X, KE H. Spatial Difference Smoothing for Coherent Sources Location in MIMO Radar[J]. Signal Processing, 2015(109): 69-83.
- [22] SHI J, HU G, ZHANG X, et al. Smoothing Matrix Set-based MIMO Radar Coherent Source Localisation [J]. International Journal of Electronics, 2018, 105 (8): 1345-1357.

(编辑:徐敏)