有界噪声条件下基于集员滤波的扩展目标跟踪方法

刘　盼，马天力，张　荣，李颐果
（西安工业大学电子信息工程学院，西安，710021）

摘要　现有概率框架下的扩展目标跟踪方法需要已知系统量测噪声统计特性，然而在实际过程中量测噪声大多为边界已知而统计特性未知的有界噪声，其难以利用概率方法对扩展目标运动状态与形态进行计算。针对有界噪声条件下的扩展目标跟踪问题，提出一种基于集员滤波的扩展目标跟踪方法，该方法通过 UBB 椭球集合对量测噪声进行表示，并采用集员滤波对运动状态集合参数进行计算。在对扩展目标形态估计过程中，结合凸包计算几何理论中的 Graham scan 算法，求解包含目标形态最大误差的最小边界矩阵，最后利用仿射变换和偏移超曲面计算椭球 Minkowski 差的边界参数，从而对目标形态矩阵进行更新。仿真结果表明，在有界噪声条件下，相比于传统概率框架下的贝叶斯滤波方法，文中所提出的方法对目标运动和扩展形态的跟踪精度更高。

关键词　扩展目标；有界噪声；集员滤波；Graham scan；Minkowski 差
DOI　10.3969/j.issn.2097-1915.2023.06.011
中图分类号　TN953　　**文献标志码**　A　　**文章编号**　2097-1915(2023)06-0078-08

An Extended Object Tracking Method Based on Set Membership Filter with Unknown but Bounded Noise

LIU Pan, MA Tianli, ZHANG Rong, LI Yiguo
(College of Electronic Information Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an 710021, China))

Abstract　The extended object tracking method under condition of now available probability framework requires the statistic information of the system measurement noise, however, most of the measurement noise is unknown but bounded in real object tracking systems, and the probability-based tracking methods are difficult to estimate the position and shape of the extended object accurately. For the above-mentioned reasons, an extended object tracking algorithm is proposed based on the set membership filter with unknown but bounded noise. The proposed algorithm expresses the unknown but bounded noise by using an enclosing ellipsoidal set and by using the set membership filter to calculate state set parameters. In the process of the estimation of the object shape, the Graham scan algorithm in convex hull computational geometry theory is used to calculate the minimum boundary matrix, including the maximum error of the object shape. To obtain the updated object shape matrix, the boundary parameters of Minkowski different are calculated by using the offset hypersurface and the affine transformation. The simulation results show that the estimation accuracy of the proposed algorithm under the UBB noise is prior to the Bayesian filters based on the traditional probability framework at the state and extent of the target.

收稿日期：2023-05-12
基金项目：国家自然科学基金(82101969)；陕西省创新能力引导计划(2022QFY01-16)；陕西省重点研发计划(2022GY-242)
作者简介：刘　盼(1998－)，女，陕西延安人，硕士生，研究方向为群目标识别与跟踪。E-mail：1828253950@qq.com

引用格式：*刘盼，马天力，张荣，等. 有界噪声条件下基于集员滤波的扩展目标跟踪方法[J]. 空军工程大学学报，2023，24(6)：78-85. LIU Pan, MA Tianli, ZHANG Rong, et al. An Extended Object Tracking Method Based on Set Membership Filter with Unknown but Bounded Noise[J]. Journal of Air Force Engineering University, 2023, 24(6): 78-85.*

Key words　extended object; UBB noise; set membership filter; Graham scan; Minkowski different

目标跟踪基于最优估计原理，采用相关滤波算法对受到噪声干扰的量测信息进行处理，从而准确估计目标特征，其广泛应用于智能驾驶、视频监控、防空反导等领域[1-5]。传统目标跟踪算法主要以"点目标"假设为前提，假定一个目标最多产生一个量测。随着传感器分辨率的提高，一个目标往往可占据多个分辨单元，即可产生多个量测，该目标被称为扩展目标。不同于传统的点目标跟踪，扩展目标跟踪可以从量测集合中提取目标扩展状态信息（例如目标大小、形状和朝向等[6-7]。因其更贴近实际过程，近几年吸引了国内外学者的广泛关注。

Koch[8]于 2008 年首次提出基于随机矩阵模型（random matrix model, RMM）的扩展目标跟踪框架，其将目标椭圆轮廓描述为二维对称正定（symmetric and positive definite, SPD）随机矩阵，并假设目标散射源均匀散布于目标轮廓表面，并利用贝叶斯滤波对扩展目标运动状态与扩展形态进行估计。该模型仅考虑目标散射源统计特性，未考虑实际过程中存在的传感器测量误差对系统的影响。为此，Fledman 等[9]提出混合加性量测噪声表示模型，其主要思想是量测的散布程度受到扩展目标形态与实际观测噪声共同作用，具体表现为两者线性组合的形式，但是其难以采用基于贝叶斯理论的滤波方法对其状态与扩展形态的后验概率密度进行求解。针对这一问题，兰剑等[10-11]提出量测噪声近似策略，通过构建形态观测矩阵对混合加性量测噪声进行近似。Liu[12]则构建乘性误差模型（multiplicative error model, MEM），该模型通过引入高斯乘性噪声项对目标散射源分布进行描述，进而利用扩展卡尔曼滤波（extended Kalman filter, EKF）和二阶扩展卡尔曼滤波（second-order EKF, SO-EKF）等[13-15]方法对扩展目标状态和形态进行估计。

在实际应用过程中，由于传感器系统受到内部热噪声和外部信号扰动影响，量测噪声可能存在非高斯性，若采用上述方法对扩展目标进行估计，极易导致目标跟踪精度降低。鉴于此，Zhang 等[16]将量测噪声通过偏正态分布进行表示，利用变分贝叶斯推理计算系统后验概率密度函数。LI Yawen、Gao Lei 和陈辉等提出基于 Student's t 分布的量测噪声统计模型，并分别利用变分推理、鲁棒 Student's t 滤波算法对扩展目标运动状态与形态进行计算[17-19]。

现有的扩展目标跟踪方法均是基于概率框架，其假设扩展目标状态以及量测服从某一特定分布，并利用贝叶斯滤波方法对其目标状态与形态进行估计。事实上，因目标加速度物理特性，外界未知环境不确定干扰，使得量测噪声具有未知但有界特性（unknown but bounded, UBB），难以运用概率框架下的相关滤波算法进行求解。因此，针对 UBB 噪声条件下扩展目标状态估计问题，本文提出一种基于集员滤波的扩展目标跟踪方法（extended object tracking based on set membership filter, SMF-EOT），通过 UBB 椭球集合对量测噪声进行表示，利用集员滤波方法对状态集合参数进行计算，在形态更新过程中，结合 Graham scan 策略，求得包含目标形态最大误差的最小边界矩阵，通过仿射变换和偏移超曲面对扩展目标形态进行更新，最终获得扩展目标运动状态与扩展形态。

1　问题描述

建立扩展目标状态空间模型：

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}_k = \boldsymbol{\Phi}_k \boldsymbol{x}_{k-1} + \boldsymbol{w}_k \\ \boldsymbol{z}_k^r = \tilde{\boldsymbol{H}}_k \boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{v}_k^r, r = 1, 2, \cdots, n_k \end{cases} \tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{x}_k$ 为 k 时刻扩展目标运动状态；系统状态转移矩阵 $\boldsymbol{\Phi}_k = \boldsymbol{F}_k \otimes \boldsymbol{I}_d$，$\boldsymbol{F}_k$ 为动力学转移矩阵，$\boldsymbol{I}_d$ 为单位阵，$\otimes$ 表示 Kronecker 内积。$\boldsymbol{Z}_k$ 是 k 时刻的扩展目标量测集合，$\boldsymbol{Z}_k = \{\boldsymbol{z}_k^r\}_{r=1}^{n_k}$，其中 n_k 为 k 时刻扩展目标产生的量测数目。$\tilde{\boldsymbol{H}}_k = \boldsymbol{H}_k \otimes \boldsymbol{I}_d$ 是观测矩阵。$\boldsymbol{w}_k$ 和 $\boldsymbol{v}_k^r$ 分别是噪声边界为 $\boldsymbol{Q}_k$ 和 $\boldsymbol{C}_k$ 的 UBB 过程与量测噪声，其包含在椭球集合 $E(0, \boldsymbol{Q}_k)$ 和 $E(0, \boldsymbol{C}_k)$ 内，其中量测噪声的边界 $\boldsymbol{C}_k$ 可表示为：

$$\boldsymbol{C}_k = \lambda \boldsymbol{X}_k \oplus \boldsymbol{U}_k \tag{2}$$

式中：λ 为散射因子，表示目标扩展状态对量测值的影响程度，$\lambda \in (0, 1]$；$\boldsymbol{X}_k$ 为 k 时刻目标形态矩阵；$\boldsymbol{U}_k$ 为传感器量测误差边界；$\oplus$ 表示 Minkowski 和。

对于上述扩展目标跟踪系统，在 UBB 噪声条件下如何对目标运动和扩展状态进行估计将是本文解决的核心问题。

2　基于集员滤波的扩展目标跟踪方法

2.1　集员滤波相关基础理论

对 UBB 噪声条件下的扩展目标进行跟踪，其主要思路是利用基于区间数学理论的集员估计方法[20]，下面首先介绍集合相关定义及其运算性质。

定义 1　椭球集合 $E(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{S})$ 表示为：

$$E(\boldsymbol{x},\boldsymbol{S})=\{y\in R^n \mid (y-\boldsymbol{x})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}^{-1}(y-\boldsymbol{x})\leqslant 1\} \quad (3)$$

式中：$\boldsymbol{x}$ 为椭球中心；$\boldsymbol{S}$ 为 SPD 矩阵，表示椭球形状大小。

定义 2 椭球集合 $E(\boldsymbol{x},\boldsymbol{S})$ 的支持函数[20]表示为：

$$\eta(E(\boldsymbol{x},\boldsymbol{S}))=\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}+(\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{\alpha})^{1/2},\boldsymbol{\alpha}\in R^n \quad (4)$$

定理 1 椭球集合 $E(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{S}_1)$ 与 $E(\boldsymbol{x}_2,\boldsymbol{S}_2)$ 支持函数的 Minkowski 和[20]为：

$$\eta(E(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{S}_1)\oplus E(\boldsymbol{x}_2,\boldsymbol{S}_2))=\eta(E(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{S}_1))+\eta(E(\boldsymbol{x}_2,\boldsymbol{S}_2)) \quad (5)$$

虽然定理 1 给出了 $E(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{S}_1)$ 和 $E(\boldsymbol{x}_2,\boldsymbol{S}_2)$ 支持函数的 Minkowski 和，但其并不是一个确定大小的椭球。因此，需找到包含 Minkowski 和的外定界椭球 $E(\boldsymbol{x},\boldsymbol{S})$，如图 1 所示。

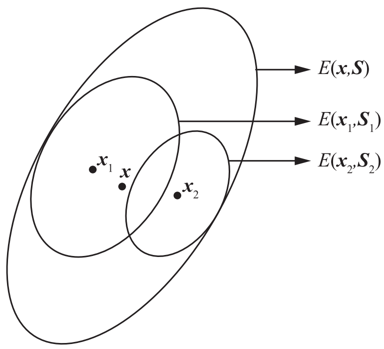


图 1 外定界椭球

因此，需要根据定理 2 和定理 3 计算最优准则下的外定界椭球 $E(\boldsymbol{x},\boldsymbol{S})$。

定理 2 $E(\boldsymbol{x},\boldsymbol{S})$ 为椭球集合，Σ 为已知 n 维方阵，则：

$$\Sigma E(\boldsymbol{x},\boldsymbol{S})=E(\boldsymbol{\Sigma x},\boldsymbol{\Sigma S \Sigma}^{\mathrm{T}}) \quad (6)$$

证明：利用支持函数可将 $E(\boldsymbol{x},\boldsymbol{S})$ 表示为：

$$\Sigma E(\boldsymbol{x},\boldsymbol{S})=\boldsymbol{\Sigma}[\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}+(\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{\alpha})^{1/2}]=\Sigma\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}x+(\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\Sigma^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S\Sigma\alpha})^{1/2}=E(\boldsymbol{\Sigma x},\boldsymbol{\Sigma S\Sigma}^{\mathrm{T}}) \quad (7)$$

定理 3 已知椭球集合 $E(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{S}_1)$ 和 $E(\boldsymbol{x}_2,\boldsymbol{S}_2)$，包含 2 个椭球的 Minkowski 和的外定界椭球 $E(\boldsymbol{x},\boldsymbol{S})$ 可表示为：

$$E(\boldsymbol{x},\boldsymbol{S})=E(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{S}_1)\oplus E(\boldsymbol{x}_2,\boldsymbol{S}_2)=E(\boldsymbol{x}_1+\boldsymbol{x}_2,\boldsymbol{S}(p)) \quad (8)$$

其中：

$$\begin{cases}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}_1+\boldsymbol{x}_2\\ \boldsymbol{S}(p)=(1+p^{-1})\boldsymbol{S}_1+(1+p)\boldsymbol{S}_2,\ p>0\end{cases} \quad (9)$$

证明 考虑椭球集合 $E(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{S}_1)$ 和 $E(\boldsymbol{x}_2,\boldsymbol{S}_2)$，根据椭球定义：

$$E(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{S}_i)=\{y\in R^n \mid (y-\boldsymbol{x}_i)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_i^{-1}(y-\boldsymbol{x}_i)\leqslant 1\},\ i=1,2 \quad (10)$$

假定外接椭球集合为 $E(\boldsymbol{x},\boldsymbol{S})$。

$$E(\boldsymbol{x},\boldsymbol{S})=\{y\in R^n \mid (y-\boldsymbol{x})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}^{-1}(y-\boldsymbol{x})\leqslant 1\} \quad (11)$$

若外接定界椭球集合 $E(\boldsymbol{x},\boldsymbol{S})$ 能够包含 2 个椭球集合，则其支持函数必须满足下列不等式：

$$\eta(E(\boldsymbol{x},\boldsymbol{S}))\geqslant\eta(E(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{S}_1))+\eta(E(\boldsymbol{x}_2,\boldsymbol{S}_2)) \quad (12)$$

根据定义 2，上式可变换为：

$$\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}+(\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{\alpha})1/2\geqslant\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_1+(\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_1\boldsymbol{\alpha})^{1/2}+\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_2+(\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_2\boldsymbol{\alpha})^{1/2} \quad (13)$$

则外定界椭球中心 $\boldsymbol{x}$ 为：

$$\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}_1+\boldsymbol{x}_2 \quad (14)$$

根据式(13)，将外界椭球边界 $\boldsymbol{S}$ 通过 $\boldsymbol{S}_1$ 和 $\boldsymbol{S}_2$ 的线性组合表示为：

$$\gamma\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_1\boldsymbol{\alpha}+\rho\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_2\boldsymbol{\alpha}\geqslant\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_1\boldsymbol{\alpha}+2(\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_1\boldsymbol{\alpha})^{1/2}\cdot(\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_2\boldsymbol{\alpha})^{1/2}+\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_2\boldsymbol{\alpha} \quad (15)$$

令 $G_1^2=\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_1\boldsymbol{\alpha}$，$G_2^2=\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_2\boldsymbol{\alpha}$，在式(15)左右两边乘以 $\gamma-1$，即可变换为：

$$[(\gamma-1)G_1-G_2]^2+[(\gamma-1)(\rho-1)-1]G_2^2\geqslant 0 \quad (16)$$

当 $(\gamma-1)(\rho-1)\geqslant 1$ 时，式(16)成立，可行标量 p 需满足 $\gamma-1=p^{-1}$，$\rho-1\geqslant p$，则：

$$\gamma=1+p^{-1},\rho=1+p \quad (17)$$

即 $\boldsymbol{S}(p)$ 可以表示为：

$$\boldsymbol{S}(p)=(1+p^{-1})\boldsymbol{S}_1+(1+p)\boldsymbol{S}_2,\ p>0 \quad (18)$$

通过定理 3 可知，2 个椭球集合 Minkowski 和的外定界椭球是形状矩阵 $\boldsymbol{S}$ 关于参数 p 的函数。根据以下定理计算最优椭球参数 p。

定理 4 已知椭球集合 $E(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{S}_1)$ 和 $E(\boldsymbol{x}_2,\boldsymbol{S}_2)$，则半轴平方和最小意义下最小迹椭球参数 p。

$$p=\sqrt{\mathrm{tr}(\boldsymbol{S}_1)/\mathrm{tr}(\boldsymbol{S}_2)} \quad (19)$$

证明 最小化椭球 $E(\boldsymbol{x},\boldsymbol{S}(p))$ 的最小迹等价于求取如下函数的最小值。

$$f(p)=\mathrm{tr}(\boldsymbol{S}(p))=\mathrm{tr}((1+p^{-1})\boldsymbol{S}_1+(1+p)\boldsymbol{S}_2) \quad (20)$$

将式(20)对变量 p 求导并令其导数等于零，即可求得函数 $f(p)$ 极值时 p 的值：

$$\frac{\partial f(p)}{\partial p}=\mathrm{tr}(\boldsymbol{S}_1)-p^2\mathrm{tr}(\boldsymbol{S}_2)=0 \quad (21)$$

即 $p=\sqrt{\mathrm{tr}(\boldsymbol{S}_1)/\mathrm{tr}(\boldsymbol{S}_2)}$

2.2 基于集员滤波的扩展目标跟踪方法

令扩展目标状态集合为 $\chi_{k-1}\subseteq E(\boldsymbol{x}_{k-1},\boldsymbol{S}_{k-1})$，$\boldsymbol{x}_{k-1}$ 为状态集合中心，$\boldsymbol{P}_{k-1}$ 为协方差矩阵，$\boldsymbol{S}_{k-1}$ 表示状态集合边界。由于扩展目标状态向量为集合形式，则目标运动状态估计由点估计变为状态可行集的估计。基于集员滤波的扩展目标跟踪方法对目标状态与形态的估计分别包括预测步骤和更新步骤。

2.2.1 运动状态预测

在卡尔曼滤波基础上，状态集合一步预测为：

$$\chi_{k,k-1}=\boldsymbol{\Phi}_k\chi_{k-1}\oplus\boldsymbol{w}_k \tag{22}$$

预测协方差误差阵为：

$$\boldsymbol{P}_{k,k-1}=\boldsymbol{\Phi}_k\boldsymbol{P}_{k-1}\boldsymbol{\Phi}_k^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{Q}_k \tag{23}$$

根据定理 2，结合状态空间模型，可得椭球集合 $\boldsymbol{\Phi}_k\chi_{k-1}$ 的支持函数如下：

$$\boldsymbol{\Phi}_k E(\boldsymbol{x}_{k-1},\boldsymbol{S}_{k-1})=E(\boldsymbol{\Phi}_k\boldsymbol{x}_{k-1},\boldsymbol{\Phi}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_{k-1}\boldsymbol{\Phi}_k) \tag{24}$$

由定理 1 可得状态集合预测的支持函数：

$$\eta(E(\boldsymbol{x}_{k,k-1},\boldsymbol{S}_{k,k-1}))=\eta(E(\boldsymbol{\Phi}_k\boldsymbol{x}_{k-1},\boldsymbol{\Phi}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_{k-1}\boldsymbol{\Phi}_k))\oplus\eta(E(0,\boldsymbol{Q}_k)) \tag{25}$$

要使 $E(\boldsymbol{x}_{k,k-1},\boldsymbol{S}_{k,k-1})$ 能够包含式中 2 个椭球的 Minkowski 和，则其支持函数必须满足：

$$\eta(E(\boldsymbol{x}_{k,k-1},\boldsymbol{S}_{k,k-1}))\geqslant\eta(E(\boldsymbol{\Phi}_k\boldsymbol{x}_{k-1},\boldsymbol{\Phi}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_{k-1}\boldsymbol{\Phi}_k))+\eta(E(0,\boldsymbol{Q}_k)) \tag{26}$$

根据定理 2 和定理 3，包含状态集合 $\chi_{k,k-1}$ 的外定界椭球 $E(\boldsymbol{x}_{k,k-1},\boldsymbol{S}_{k,k-1})$ 的中心值 $\boldsymbol{x}_{k,k-1}$ 及椭球大小的矩阵 $\boldsymbol{S}_{k,k-1}$ 为：

$$\begin{cases}\boldsymbol{x}_{k,k-1}=\boldsymbol{\Phi}_k\boldsymbol{x}_{k-1}\\ \boldsymbol{S}_{k,k-1}=(1+p_{s_{k,k-1}}^{-1})\boldsymbol{\Phi}_k\boldsymbol{S}_{k-1}\boldsymbol{\Phi}_k^{\mathrm{T}}+(1+p_{s_{k,k-1}})\boldsymbol{Q}_k\end{cases} \tag{27}$$

式(27)中，需计算最小迹椭球参数 $p_{s_{k,k-1}}$ 使椭球 $E(\boldsymbol{x}_{k,k-1},\boldsymbol{S}_{k,k-1})$ 为包含椭球 $\boldsymbol{\Phi}_k E(\boldsymbol{x}_{k-1},\boldsymbol{S}_{k-1})$ 和 $E(0,\boldsymbol{Q}_k)$ 的 Minkowski 和最小外定界椭球。根据定理 4 可计算得到关于可行标量 $p_{s_{k,k-1}}$ 的最小迹函数和半轴平方和最小意义下最小迹椭球参数 $p_{s_{k,k-1}}$。

$$f(p)=\mathrm{tr}(\boldsymbol{S}_{k,k-1}(p_{s_{k,k-1}}))=\mathrm{tr}((1+p_{s_{k,k-1}}^{-1})\cdot\boldsymbol{\Phi}_k\boldsymbol{S}_{k-1}\boldsymbol{\Phi}_k^{\mathrm{T}}+(1+p_{s_{k,k-1}})\boldsymbol{Q}_k)) \tag{28}$$

$$p_{s_{k,k-1}}=\sqrt{\frac{\mathrm{tr}(\boldsymbol{\Phi}_k\boldsymbol{S}_{k-1}\boldsymbol{\Phi}_k^{\mathrm{T}})}{\mathrm{tr}(\boldsymbol{Q}_k)}} \tag{29}$$

2.2.2 扩展形态预测

对于扩展形态 $\boldsymbol{X}_k$ 的预测，假设其在时间间隔内目标形态大小不发生改变[9]，则 k 时刻扩展形态的预测 $\boldsymbol{X}_{k,k-1}$ 为 $k-1$ 时刻扩展目标状态 $\boldsymbol{X}_{k-1}$ 的更新结果，即：

$$\boldsymbol{X}_{k,k-1}=\boldsymbol{X}_{k-1} \tag{30}$$

2.2.3 运动状态更新

根据目标运动量测模型将量测误差集合定义为 $\boldsymbol{\psi}_k=\{\bar{\boldsymbol{z}}_k-\boldsymbol{v}_k^r\,|\,\boldsymbol{v}_k^r\in E(0,\boldsymbol{C}_k)\}$，其包含在椭球 $E(\bar{\boldsymbol{z}}_k,\boldsymbol{C}_k)$ 内，$\bar{\boldsymbol{z}}_k$ 为量测均值，则量测更新方程为：

$$\chi_k=(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_k\tilde{\boldsymbol{H}}_k)\chi_{k,k-1}\oplus\boldsymbol{K}_k\boldsymbol{\psi}_k \tag{31}$$

式中：滤波增益 $\boldsymbol{K}_k$ 及更新误差协方差阵 $\boldsymbol{P}_k$ 分别为：

$$\boldsymbol{K}_k=\boldsymbol{P}_{k,k-1}\tilde{\boldsymbol{H}}_k^{\mathrm{T}}(\tilde{\boldsymbol{H}}_k\boldsymbol{P}_{k,k-1}\tilde{\boldsymbol{H}}_k^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{C}_k) \tag{32}$$

$$\boldsymbol{P}_k=\boldsymbol{P}_{k,k-1}-\boldsymbol{K}_k\tilde{\boldsymbol{H}}_k\boldsymbol{P}_{k,k-1} \tag{33}$$

根据定理 1 和定理 2，结合式(1)，可得状态更新集合 χ_k 的支持函数：

$$\eta(E(\boldsymbol{x}_k,\boldsymbol{S}_k))=\eta(E(\boldsymbol{K}_k\bar{z}_k,\boldsymbol{K}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_k\boldsymbol{K}_k))\oplus\eta(E((\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_k\tilde{\boldsymbol{H}}_k)\boldsymbol{x}_{k,k-1},(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_k\tilde{\boldsymbol{H}}_k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_{k,k-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_k\tilde{\boldsymbol{H}}_k))) \tag{34}$$

类比于时间更新步骤，根据定义 2 和定理 3 可得包含状态更新集合 χ_k 的椭球 $E(\boldsymbol{x}_k,\boldsymbol{S}_k)$ 的中心值 $\boldsymbol{x}_k$ 和椭球形状矩阵 $\boldsymbol{S}_k$。

$$\begin{cases}\boldsymbol{x}_k=(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_k\tilde{\boldsymbol{H}}_k)\boldsymbol{x}_{k,k-1}+\boldsymbol{K}_k\bar{z}_k\\ \boldsymbol{S}_k=(1+p_{s_k}^{-1})(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_k\tilde{\boldsymbol{H}}_k)\boldsymbol{S}_{k,k-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_k\tilde{\boldsymbol{H}}_k)^{\mathrm{T}}+\\ \qquad(1+p_{s_k})\boldsymbol{K}_k\boldsymbol{C}_k\boldsymbol{K}_k^{\mathrm{T}}\end{cases} \tag{35}$$

同样，根据定理 4 可得关于可行标量 p_{s_k} 的函数表示为：

$$f(p_{s_k})=\mathrm{tr}(\boldsymbol{S}_{k,k-1}(p_{s_k}))=\mathrm{tr}((1+p_{s_k}^{-1})(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_k\tilde{\boldsymbol{H}}_k)\boldsymbol{S}_{k,k-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_k\tilde{\boldsymbol{H}}_k)^{\mathrm{T}}+(1+p_{s_k})\boldsymbol{K}_k\boldsymbol{C}_k\boldsymbol{K}_k^{\mathrm{T}})) \tag{36}$$

则最小迹椭球参数 p_{s_k} 为：

$$p_{s_k}=\sqrt{\frac{\mathrm{tr}((\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_k\tilde{\boldsymbol{H}}_k)\boldsymbol{S}_{k,k-1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_k\tilde{\boldsymbol{H}}_k)^{\mathrm{T}})}{\mathrm{tr}(\boldsymbol{K}_k\boldsymbol{C}_k\boldsymbol{K}_k^{\mathrm{T}})}} \tag{37}$$

2.2.4 扩展形态更新

在目标扩展形态更新中，由于集员滤波仅针对某点的集合进行计算，难以对形状矩阵进行更新，故本文结合凸包计算几何对目标形态矩阵进行更新。首先利用集合间的 Minkowski 和计算每个量测值的椭球集合边界 $\boldsymbol{\Omega}_k^r$，然后基于 Graham scan[21] 策略求解包含所有量测椭球边界的集合 $\boldsymbol{A}$，最后通过求解椭球封闭形式的 Minkowski 差对扩展目标形态更新矩阵 $\boldsymbol{X}_{k,k}$ 进行计算。

根据定理 3 和定理 4，则第 r 个量测椭球集合边界为：

$$\boldsymbol{\Omega}_k^r=(1+p_{\boldsymbol{\Omega}_k^r}^{-1})\tilde{\boldsymbol{H}}_k\boldsymbol{S}_k\tilde{\boldsymbol{H}}_k^{\mathrm{T}}+(1+p_{\boldsymbol{\Omega}_k^r})(\lambda\boldsymbol{X}_{k,k-1}\oplus\boldsymbol{U}_k) \tag{38}$$

$$p_{\boldsymbol{\Omega}_k^r}=\sqrt{\mathrm{tr}(\tilde{\boldsymbol{H}}_k\boldsymbol{S}_k\tilde{\boldsymbol{H}}_k^{\mathrm{T}})/\mathrm{tr}(\lambda\boldsymbol{X}_{k,k-1}\oplus\boldsymbol{U}_k)} \tag{39}$$

因量测椭球集合边界由目标扩展状态以及传感器量测误差边界信息构成。因此可将其作为目标扩展形态误差边界，即包含 k 时刻所有量测椭球集合的最小边界为目标扩展形态最大误差边界。由于利用椭球集合 Minkowski 和无法求得包含所有量测

椭球的最小外接椭球，因此利用凸包计算几何中 Graham scan 算法计算包含 k 时刻所有量测椭球集合的最小边界集合 $\boldsymbol{A}$。

将第 r 个量测椭球集合边界矩阵$\boldsymbol{\Omega}_k^r$ 转换为平面点集 J_r。则 k 时刻所有量测椭球边界的平面点集为 $J=[J_1,J_2,\cdots,J_{n_k}]$。从集合 J 任取一点 $\boldsymbol{a}_0$，设点 μ 与 $\boldsymbol{a}_0$ 在 x 轴方向上平行，计算 $\boldsymbol{a}_0$ 与其余各点 a_i 的极角 τ_i。

$$\tau_i=\arccos\left(\frac{\operatorname{dot}((\boldsymbol{\mu}-\boldsymbol{a}_0),(\boldsymbol{a}_i-\boldsymbol{a}_0))}{\|(\boldsymbol{\mu}-\boldsymbol{a}_0)\|\cdot\|\boldsymbol{a}_i-\boldsymbol{a}_0\|}\right) \tag{40}$$

式中：dot(·)为向量点积运算符。

根据极角 τ_i 大小顺序对集合 J 进行排序得到 J_s。将 J_s 中的每一个点 $\boldsymbol{a}_i(i\geqslant 3)$与其余各点 a_j 在二维坐标平面中求向量叉积 $\sigma_{i,j}=\boldsymbol{a}_i\times\boldsymbol{a}_j$。若 $\sigma_{i,j}\leqslant 0$，表明 $\boldsymbol{a}_i$ 是最小边界上的点；若 $\sigma_{i,j}>0$，表明 $\boldsymbol{a}_i$ 不是最小边界上的点。经过上述计算可得到包含所有量测椭圆的最小边界点的集合 $\boldsymbol{A}=[\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\cdots,\boldsymbol{a}_{m-1},\boldsymbol{a}_m]$。以 $\boldsymbol{a}_3$ 与 $\boldsymbol{a}_2,\boldsymbol{a}_1$ 为例，如图 2 所示。

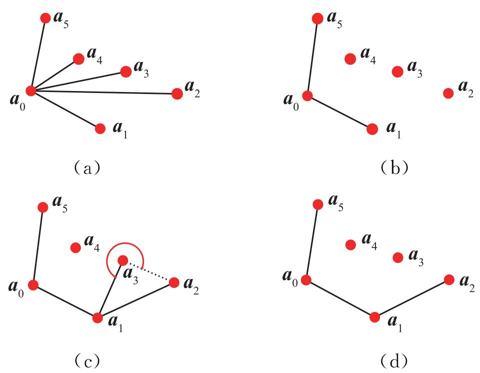


图 2 Graham scan 算法示意图

然后对集合 $\boldsymbol{A}$ 所构成的凸多边形求外接椭圆，获得长短半轴 a_1、b_1 及其夹角 θ。利用随机矩阵分解方法计算包含所有量测椭圆$\boldsymbol{\Omega}_k^r$ 的最小椭球边界矩阵$\boldsymbol{B}_k$。

$$\boldsymbol{B}_k=\boldsymbol{R}_B\boldsymbol{\Lambda}_k\boldsymbol{R}_B^{\mathrm{T}} \tag{41}$$

式中：$\boldsymbol{\Lambda}_k=\operatorname{diag}(a_1,b_1)$，diag(·)为对角矩阵；$\boldsymbol{R}_B$ 为旋转矩阵，$\boldsymbol{R}_B=\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}$。

结合式(38)，利用二维空间内椭球集合 $E_1(\boldsymbol{x}_k,\boldsymbol{B}_k)$和 $E_2(\boldsymbol{x}_k,(1+p_{\boldsymbol{\Omega}_k^r}^{-1})\widetilde{\boldsymbol{H}}_k\boldsymbol{S}_k\widetilde{\boldsymbol{H}}_k^{\mathrm{T}})$的 Minkowski 差[22] 对扩展目标形态 $\boldsymbol{X}_{k,k-1}$ 进行更新，其 Minkowski 差为内切于椭球 E_1 的所有椭球 E_2 的中心点集合，记为 $E_1\ominus E_2$。如图 3 所示。

为求得 $E_1\ominus E_2$，首先利用 Givens Rotation[23] 对 E_2 进行分解，计算椭圆长短半轴 a_{E_2}，b_{E_2} 与旋转矩阵$\boldsymbol{R}_{E_2}$，其次利用线性变换对 E_1 进行参数化。

$$\boldsymbol{D}_i^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{R}_{E_1}\boldsymbol{\Lambda}_{E_1}\boldsymbol{R}_{E_1}^{\mathrm{T}})^{-2}D_i=1 \tag{42}$$

式中：D_i 为椭球边界任意一点；$\boldsymbol{\Lambda}_{E_1}=\operatorname{diag}(a_1,b_1)$。

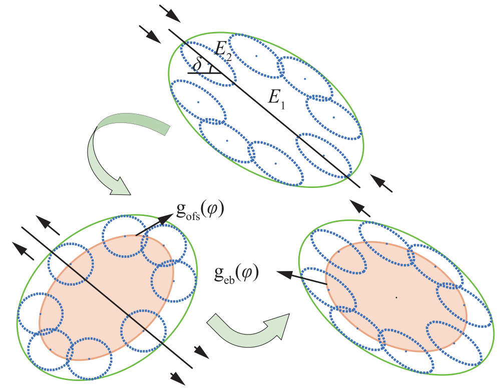


图 3 E_1 与 E_2 椭球 Minkowski 差

之后将椭圆 E_1 和 E_2 以旋转矩阵$\boldsymbol{R}_{E_2}$ 进行仿射变换，直至 E_2 转换为半径是 b_{E_2} 的圆。仿射变换后 E_1 边界上的任意一点 $\bar{D}_i$ 可表示为：

$$\bar{D}_i=\boldsymbol{R}_{E_2}\boldsymbol{\Lambda}_{E_2}^{-1}\boldsymbol{R}_{E_2}^{\mathrm{T}}D_i \tag{43}$$

式中：$\boldsymbol{\Lambda}_{E_2}=\operatorname{diag}(a_{E_2}/b_{E_2},1)$。将式(43)代入式(44)中，可得到经仿射变换后 E_1 椭球边界的参数表达式：

$$\Gamma(\bar{D}_i)=(\bar{D}_i)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Psi}'^{-2}_{E_1}\bar{D}_i=1 \tag{44}$$

式中：$\boldsymbol{\Psi}_{E_1}^{-2}=\boldsymbol{R}_{E_2}\boldsymbol{\Lambda}_{E_2}\boldsymbol{R}_{E_2}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{R}_{E_1}\boldsymbol{\Lambda}_{E_1}\boldsymbol{R}_{E_1}^{\mathrm{T}})\boldsymbol{R}_{E_2}\boldsymbol{\Lambda}_{E_2}\boldsymbol{R}_{E_2}^{\mathrm{T}}$。

为了获得内切于 E_1 的各圆 E_2 的中心，利用超曲面 $g_{\mathrm{ofs}}(\varphi)$对仿射变换后 $E_1\ominus E_2$ 进行计算。

$$g_{\mathrm{ofs}}(\varphi)=\bar{D}(\varphi)-b_{E_2}\frac{\nabla\Gamma(\bar{D}(\varphi))}{\|\nabla\Gamma(\bar{D}(\varphi))\|} \tag{45}$$

所求的偏移超曲面 $g_{\mathrm{ofs}}(\varphi)$为仿射变换后 E_1 与 E_2 Minkowski 差的边界。如图 3 所示，因仿射变换后其形状大小和方向等状态发生变化，需对 $g_{\mathrm{ofs}}(\varphi)$进行仿射逆变换，使 E_1 回到初始状态。则 $E_1\ominus E_2$ 边界的封闭解为：

$$g_{\mathrm{eb}}(\varphi)=\boldsymbol{R}_{E_2}\boldsymbol{\Lambda}_{E_2}\boldsymbol{R}_{E_2}^{\mathrm{T}}g_{\mathrm{ofs}}(\varphi) \tag{46}$$

根据中心 $\boldsymbol{x}_k$ 到边界 $g_{\mathrm{eb}}(\varphi)$的距离计算 E_1 与 E_2 的 Minkowski 差所表示椭圆的长短半轴和旋转矩阵，进而可得表示 E_1 与 E_2 的 Minkowski 差椭圆的矩阵$\boldsymbol{X}_d$，由式可知$\boldsymbol{X}_d$ 可近似为集合 $\lambda\boldsymbol{X}_{k,k}$ 和 $\boldsymbol{U}_k$ 的 Minkowski 和，$\boldsymbol{X}_d=\lambda\boldsymbol{X}_{k,k}\oplus\boldsymbol{U}_k$。为了求解扩展目标形态更新矩阵$\boldsymbol{X}_{k,k}$，则需要计算$\boldsymbol{X}_d$ 与误差边界 $\boldsymbol{U}_k$ 的 Minkowski 差。即计算 $\boldsymbol{X}_d\ominus\boldsymbol{U}_k$ 边界的封闭解 $g_{\mathrm{eb},\boldsymbol{X}_d}(\varphi)$。

$$g_{\mathrm{eb},\boldsymbol{X}_d}(\varphi)=\boldsymbol{R}_{U_k}\boldsymbol{\Lambda}_{U_k}\boldsymbol{R}_{U_k}^{\mathrm{T}}g_{\mathrm{ofs},\boldsymbol{X}_d}(\varphi) \tag{47}$$

式中：$\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{U}_k}$ 为 $\boldsymbol{U}_k$ 的旋转矩阵；$g_{\mathrm{ofs},\boldsymbol{X}_d}$ 表示仿射变换后 $\boldsymbol{X}_d \ominus \boldsymbol{U}_k$ 的边界表达式。

$$g_{\mathrm{ofs},\boldsymbol{X}_d}(\varphi)=D_{\mathrm{ofs}}(\varphi)-b_{\boldsymbol{U}_k}\frac{\nabla\Gamma(D_{\mathrm{ofs}}(\varphi))}{\|\nabla\Gamma(D_{\mathrm{ofs}}(\varphi))\|} \tag{48}$$

式中：$D_{\mathrm{ofs}}(\varphi)$为经仿射变换后椭圆$\boldsymbol{X}_d$ 关于角度 φ 的点集，通过中心$\boldsymbol{x}_k$ 到$g_{\mathrm{eb},\boldsymbol{X}_d}(\varphi)$的距离对扩展目标形态更新椭圆长短轴和角度进行计算，获得更新后的扩展目标形态$\boldsymbol{X}_{k,k}$。

3　仿真实验

为了验证所提基于集员滤波的扩展目标跟踪方法（extended object tracking based on set membership filter，SMF-EOT）的有效性，首先采用 RMF[8]、MEM-EKF[14]、MEM-SOEKF[15] 在 UBB 噪声条件下对扩展目标跟踪性能进行对比验证。其次，采用不同有界噪声参数对本文所提算法跟踪性能进行仿真实验分析。

3.1　机动场景仿真实验

假设系统状态向量 $\boldsymbol{x}_k=[x_k\ \dot{x}_k\ y_k\ \dot{y}_k\ \ddot{x}_k\ \ddot{y}_k]^{\mathrm{T}}$，$x_k$、$y_k$、$\dot{x}_k$、$\dot{y}_k$、$\ddot{x}_k$ 和 $\ddot{y}_k$ 分别表示 k 时刻目标在 x 和 y 方向的位置、速度和加速度。系统状态转移矩阵$\boldsymbol{F}_{k|k-1}$ 为：

$$\boldsymbol{F}_{k|k-1}=\begin{pmatrix}1 & T & 0.5T^2\\ 0 & 1 & T\\ 0 & 0 & \mathrm{e}^{-T/\Theta}\end{pmatrix} \tag{49}$$

式中：Θ 为系统机动时间常数，$\Theta=40$ s；过程噪声集合边界$\boldsymbol{Q}_k=\mathrm{diag}[0.5^2;0.5^2]$。观测矩阵$\boldsymbol{H}_k=[1\ 0\ 0]$，量测噪声集合$\boldsymbol{C}_k=\lambda\,\boldsymbol{X}_k\oplus\boldsymbol{U}_k$，其中 $\lambda=0.25$ 为噪声参数散射因子，量测误差边界 $\boldsymbol{U}_k=\mathrm{diag}\{20^2,10^2\}$。采样间隔 $T=10$ s。扩展目标在时间 $t\in[30,70]$和 $t\in[90,130]$分别做角速率为 4.5 rad/s 和-4.5 rad/s 的转弯运动。

假设扩展目标初始状态椭球 $\chi_0=E(\boldsymbol{x}_0,\boldsymbol{S}_0)$，目标初始位置$\boldsymbol{x}_0=[800,-200,9.82,-9.82,0,0]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{S}_0$ 为初始椭球形状大小矩阵，初始状态协方差矩阵$\boldsymbol{P}_0=\mathrm{diag}[70^2,70^2,10^2,10^2,5^2,5^2]$，系统仿真时间为 160 s。图 4 为 4 种算法一次实验的扩展目标跟踪结果，可以看出在 UBB 噪声条件下，本文所提 SMF-EOT 算法性能优于 RMF、MEM-EKF、MEM-SOEKF 算法。

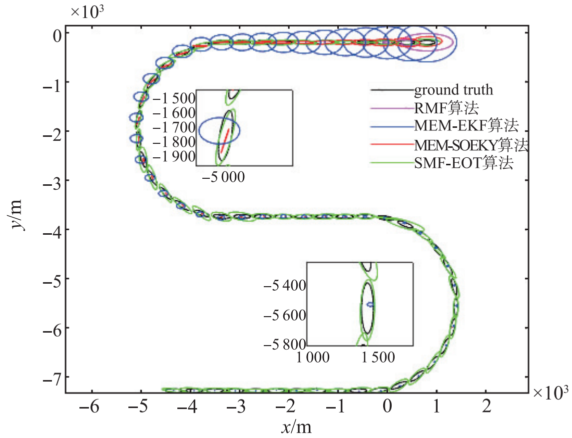
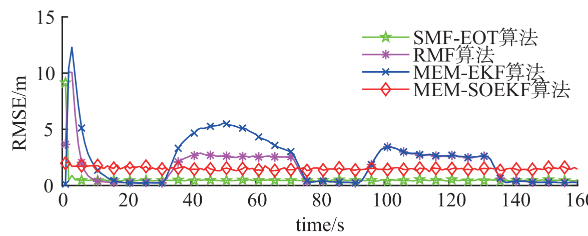
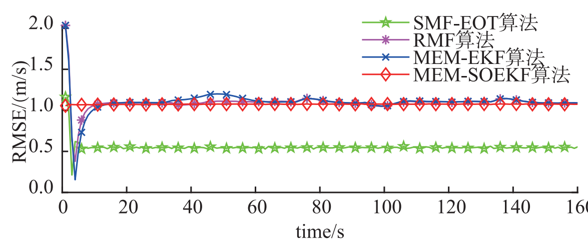


图 4　4 种算法扩展目标跟踪结果

图 5 为 4 种算法的位置和速度 RMSE 的 100 次 Monte-Carlo 实验仿真结果。可以看出，与 MEM-EKF、MEM-SOEKF 和 RMF 算法相比，本文所提出的 SMF-EOT 算法具有更小的位置 RMSE。当目标机动时，MEM-EKF 和 RMF 的位置和速度 RMSE 增大，主要是由于 MEM-EKF 和 RMF 算法假设的噪声统计特性与实际噪声不匹配，从而导致其位置和速度估计精度下降。虽然 MEM-SOEKF 算法通过二阶泰勒级数展开对非线性进行近似，在目标机动时估计精度并未下降，但该方法同样仅适用于噪声服从高斯分布的扩展目标跟踪系统，在 UBB 噪声条件下其位置和速度 RMSE 仍高于 SMF-EOT 算法。



（a）位置



（b）速度

图 5　4 种算法的位置与速度均方根误差

表 1 为 4 种算法的平均均方根误差（average root mean square error，ARMSE）。可以看出，所提算法的位置 ARMSE 相比与 RMF、MEM-EKF 和 MEM-SOEKF 算法分别提高了 69.2%、77.05%、和 65.74%；其速度 ARMSE 分别提高了 49.69%、49.92%和 48.7%。

表 1　4 种算法的位置和速度 ARMSE 对比

ARMSE	SMF-EOT	RMF	MEM-EKF	MEM-SOEKF
位置/m	0.515 8	1.674 7	2.247 9	1.505 8
速度/(m/s)	0.551 2	1.095 7	1.100 7	1.074 5

为对四种算法目标扩展形态估计的准确度进行评价，采用高斯威斯顿距离(gaussian wasserstein distance，GWD)作为评价指标[23]，该距离通过目标位置和形状误差计算目标扩展状态误差，其计算公式如下：

$$d_{GW}=\| m_k^{true}-m_k^{mc}\|^2+\mathrm{tr}\Big(\boldsymbol{X}_k^{true}+\boldsymbol{X}_k^{mc}-2\times\sqrt{\sqrt{\boldsymbol{X}_k^{true}}\boldsymbol{X}_k^{mc}\sqrt{\boldsymbol{X}_k^{true}}}\Big) \tag{50}$$

式中：m_k^{true} 和 $\boldsymbol{X}_k^{true}$ 为仿真过程中真实目标位置以及形状矩阵；m_k^{mc} 和 $\boldsymbol{X}_k^{mc}$ 为在第 mc 次 Monte-Carlo 实验时目标位置和形状矩阵估计值。

图 6 为 4 种算法 100 次 Monte-Carlo 实验下的 GW 距离。从图中可以看出，相比于 MEM-EKF、MEM-SOEKF 和 RMF 算法，本文所提算法具有更小的 GW 距离，且 RMF 算法估计性能较差。主要原因在于 RMF 算法将扩展形状建模为随机矩阵，导致迭代更新过程中无法处理椭圆长短半轴与角度之间的不确定性导致对目标扩展状态估计精度较低。虽然 MEM-EKF 和 MEM-SOEKF 比 RMF 算法对目标扩展状态估计精度较高，但在 UBB 噪声条件下受噪声适应性的影响其估计精度低于本文所提 SMF-EOT 算法。

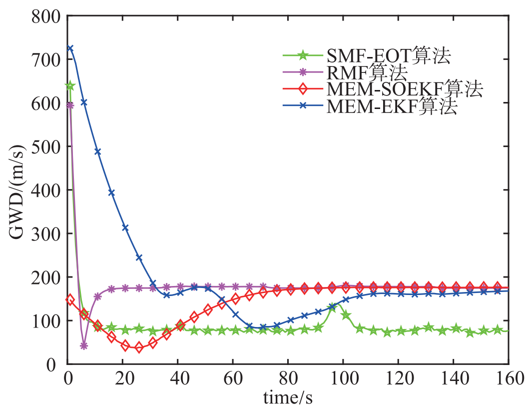


图 6　4 种算法的 GW 距离

表 2 为 4 种算法的(average Gaussian wasserstein distance，AGWD)对比，所提算法的 AGWD 相对于 RMF、MEM-EKF 和 MEM-SOEKF 分别提高了 49.59%、54.43%和 36.73%。

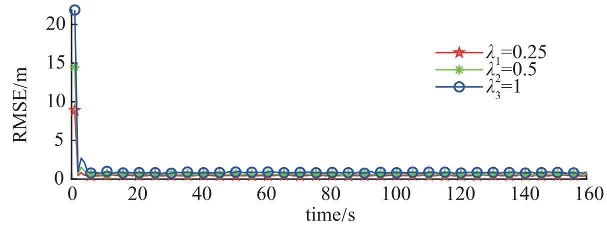
表 2　4 种算法的 AGWD 对比

算法	SMF-EOT	RMF	MEM-EKF	MEM-SOEKF
AGWD/m	89.807	178.184	197.109	141.963

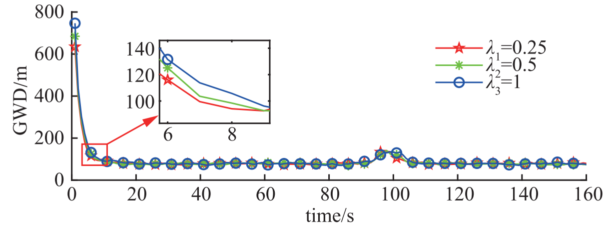
3.2　参数影响分析

本文所提算法假设量测噪声为散射源与误差量测噪声集合的 Minkowski 和，初始参数散射因子 λ 以及量测误差噪声边界 $\boldsymbol{U}$ 可能会影响算法性能。

考虑量测误差噪声边界 $\boldsymbol{U}=\mathrm{diag}\{20^2,10^2\}$ 时，散射因子 λ 分别为 0.25、0.5 和 1 对本文所提算法进行 100 次 Monte-Carlo 实验；散射因子 $\lambda=0.25$ 时，量测误差噪声边界 $\boldsymbol{U}$ 分别为 $\mathrm{diag}\{20^2,10^2\}$、$\mathrm{diag}\{100^2,50^2\}$ 和 $\mathrm{diag}\{150^2,100^2\}$ 对本文所提算法进行 100 次 Monte-Carlo 实验。



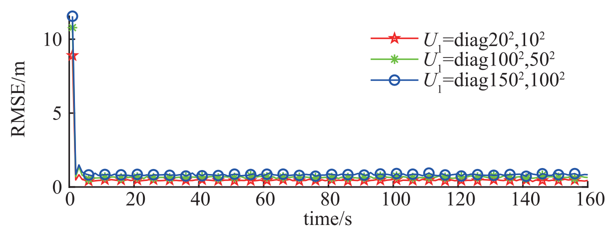
(a)位置



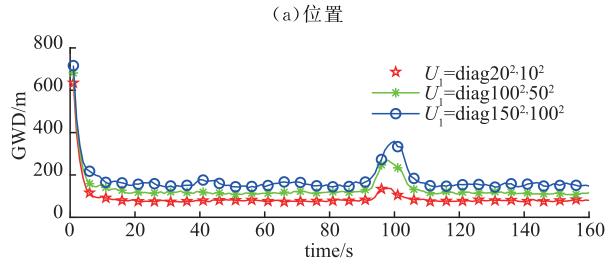
(b)扩展状态

图 7　不同参数 λ 的误差对比图

图 7 为不同噪声影响参数 λ 下 SMF-EOT 算法位置 RMSE 和 GW 距离对比。从图中可以看出，影响参数 λ 值越小，SMF-EOT 算法收敛性越好。



(a)位置



(b)扩展状态

图 8　不同量测误差边界 $\boldsymbol{U}$ 的误差对比图

图 8 为量测误差噪声边界 $\boldsymbol{U}$ 下 SMF-EOT 算法位置 RMSE 和 GW 距离对比。可以看出量测误差噪声边界 $\boldsymbol{U}$ 越小，量测误差边界越小，SMF-EOT 算法对目标运动和形态估计精度越高。

综上所述，在 UBB 噪声条件下，与 MEM-EKF、MEM-SOEKF 和 RMF 算法 RMSE 相比，本文所提 SMF-EOT 算法具有更小的位置、速度和椭圆 GW 距离，估计性能更好。主要原因在于 SMF-EOT 算法考虑噪声边界已知但其统计特性未知的扩展目标跟踪系统，假设系统噪声为 UBB 噪声并将

其建模为椭球集合，利用集员估计理论以及椭球 Minkowski 差对目标运动和扩展状态进行估计。然而 MEM-EKF、MEM-SOEKF 和 RMF 算法使用贝叶斯规则迭代估计目标状态，噪声假设局限于高斯等随机分布，没有考虑到有界噪声的扩展目标跟踪问题导致其跟踪性能降低。

4　结语

本文针对有界噪声条件下的椭圆扩展目标跟踪问题，提出基于集员滤波的椭圆扩展目标跟踪方法。其将系统噪声建模为椭球集合噪声，采用集员滤波方法对目标运动状态进行估计，在对目标扩展状态估计时利用 Minkowski 和理论获取量测椭圆并用 Graham scan 算法对其进行融合，同时结合椭圆封闭形式的 Minkowski 差求解得到目标扩展状态。数值模拟仿真实验结果表明，在基于有界噪声假设的扩展目标跟踪系统中，本文所提算法对扩展目标运动状态和形态具有较高的估计精度。未来的研究方向可以考虑解决有界噪声条件下非凸形状扩展目标的跟踪问题。

参考文献

[1] ALQADERI H, GOVAERS F, KOCH W. Bayesian Wishart Filter for Random Shape Tracking[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2022, 58(3):1941-1952.

[2] NIL G, FASCISTA A, COLUCCIA A, et al. Cramér-Rao Bound Analysis of Radars for Extended Vehicular Targets with Known and Unknown Shape[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2022, 70:3280-3295.

[3] LIU W F, ZHU S J, WEN C L, et al. Structure Modeling and Estimation of Multiple Resolvable Group Targets via Graph Theory and Multi-bernoulli Filter[J]. Automatica, 2018, 89(6):274-289.

[4] 马天力，张扬，刘盼，等. 不确定重尾量测噪干扰下的鲁棒目标跟踪算法[J]. 空军工程大学学报，2022，23(6):64-70.

[5] LIU S, YAN L, XU L F, et al. Maneuvering Extended Object Tracking Based on Constrained Expectation Maximization[J]. Signal Processing, 2022,201(6):108729.

[6] GRANSTROM K, BAUM M, REUTER S. Extended Object Tracking: Introduction, Overview and Applications[J]. Journal of Advances in Information Fusion, 2016, 12(2):139-174.

[7] 甘林海，王刚，刘进忙，等. 群目标跟踪技术综述[J]. 自动化学报，2020，46(3)：411-426.

[8] KOCH J W. Bayesian Approach to Extended Object and Cluster Tracking Using Random Matrices[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2008, 44(3): 1042-1059.

[9] FELDMAN M, FRANKEN D, KOCH W. Tracking of Extended Objects and Group Targets Using Random Matrices[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(4): 1409-1420.

[10] TUNCER B, ÖZKAN E. Random Matrix Based Extended Target Tracking with Orientation: A New Model and Inference[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2021, 69: 1910-1923.

[11] LAN J, LI X R. Tracking of Extended Object or Target Group Using Random Matrix: New Model And Approach[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2016, 52(6), 2973-2989.

[12] LIU Y D, JI H B, ZHANG Y Q. Measurement Transformation Algorithm for Extended Target Tracking[J]. Signal Processing, 2021, 186(1), 108129.

[13] TUNCER B, ORGUNER U, ÖZKAN E. Multi-ellipsoidal Extended Target Tracking with Variational Bayes Inference[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2022, 70: 3921-3934.

[14] THRMANN K, YANG S S, BAUM M. A Comparison of Kalman Filter-based Approaches for Elliptic Extended Object Tracking[C]// IEEE 23rd International Conference on Information Fusion (FUSION). Rustenburg, South Africa: IEEE Press,2020.

[15] YANG S S, BAUM M. Tracking the Orientation and Axes Lengths of an Elliptical Extended Object[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2019, 67(18): 4720-4729.

[16] ZHANG L, LAN J. Extended Object Tracking Using Random Matrix with Skewness[J]. IEEE Transaction Signal Process. 2020, 68: 5107-5121.

[17] 陈辉，张星星，杨文瑜. 厚尾噪声条件下星凸形扩展目标 student's t 滤波器[J]. 兰州理工大学学报，2021，47(5)：85-92.

[18] LI Y W. Extended Target Tracking Algorithm Based on Random Hypersurface Model with Glint Noise[J]. Chemical Engineering Transactions, 2017, 59: 685-690.

[19] GAO L, JING Z L, LI M Z, et al. Robust Adaptive Filtering for Extended Target Tracking with Heavy-Tailed Noise in Clutter[J]. IET Signal Process, 2018, 12(7): 826-835.

[20] 江涛，钱富才，杨恒占，等. 具有双重不确定性系统的联合滤波算法[J]. 自动化学报，2016，42(4)：535-544.

[21] 王凯，支煜，陈浩，等. 一种基于 Graham 扫描算法的空间点云结构化算法研究[J]. 现代电子技术，2018，41(14)：139-142，146.

[22] YAN Y, CHIRIKJIAN G S. Closed-form Characterization of the Minkowski Sum and Difference of Two Ellipsoids[J]. Geometriae Dedicata, 2014, 177(1): 103-128.

[23] LI B R, MU C D, BAI Y Q, et al. Ellipse Fitting Based Approach for Extended Object Tracking[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2014(1): 1-7.

[24] LIU S, LIANG Y, XU L F, et al. EM-based Extended Object Tracking without a Priori Extension Evolution Model[J]. Signal Processing, 2021, 188(2): 108181.

（编辑：刘勇）