

# 一种基于广义 Jaccard 系数的 改进 SAMP 压缩信号快速恢复算法

时天昊<sup>1</sup>, 白银山<sup>2</sup>, 沈堤<sup>3</sup>, 沈志远<sup>1</sup>

(1. 南京航空航天大学民航学院, 南京, 211106; 2. 94116 部队, 新疆和田, 848000;  
3. 空军工程大学空管领航学院, 西安, 710051)

**摘要** 压缩感知算法作为一种信号处理方法, 可以解决机场终端区实时频谱监测的问题。基于稀疏度自适应匹配追踪(SAMP)信号重构算法, 引入了广义 Jaccard 系数、 $t$ -平均相关系数、变步长思想, 提出了 JTVS-SAMP 算法。在算法的原子筛选部分引入广义 Jaccard 系数可以减少原子混淆导致的精度下降问题,  $t$ -平均相关系数的引入可以避免测量矩阵 RIP 系数的计算, 降低了算法的复杂度, 变步长思想中的大步长迭代, 小步长靠近的步骤使得算法的效率及精度都大大提升。采用一维高斯随机稀疏信号作为测量信号进行仿真, 可以有效的模拟机场终端区经过能量检测后的测量信号, 经过仿真, JTVS-SAMP 在不同的测量数、稀疏度情况下的算法重构成功率的表现明显优于传统压缩感知算法, 且与 SAMP 算法相比, JTVS-SAMP 在重构误差和算法时间方面的表现均有显著提升。

**关键词** 压缩感知; 信号重构; 广义 Jaccard 系数; 变步长

**DOI** 10.3969/j.issn.2097-1915.2023.02.012

**中图分类号** TN919; **文献标志码** A **文章编号** 2097-1915(2023)02-0091-07

## A Fast Recovery Algorithm of Improved SAMP for Compressed Signal Based on Generalized Jaccard Coefficient

SHI Tianhao<sup>1</sup>, BAI Yinshan<sup>2</sup>, SHEN Di<sup>3</sup>, SHEN Zhiyuan<sup>1</sup>

(1. College of Civil Aviation, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics,  
Nanjing 211106, China; 2. Unit 94116 in Air Force, Hotan 848000, Xinjiang, China;  
3. Air Traffic Control and Navigation School, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

**Abstract** Compressed sensing algorithm can be utilized for solving the problems of dynamic spectrum detection at the airport terminal area, and determining on the precision and the efficiency of signal recovery. Based on sparsity adaptive matching pursuit (SAMP) signal reconstruction algorithm, this paper introduces generalized Jaccard coefficient,  $t$ -average correlation coefficient and variable step size idea, and proposes a JTVS-SAMP algorithm. The generalized Jaccard coefficient in the atomic screening part of the algorithm can reduce the accuracy degradation caused by atomic confusion, the  $t$ -average correlation coefficient can avoid calculating the rip coefficient of the measurement matrix, and reducing the complexity of the algorithm. And the large step iteration in the variable step idea and the small step approach step enable

**收稿日期:** 2022-09-26

**基金项目:** 国家自然科学基金(U2233208)

**作者简介:** 时天昊(1997-), 男, 山东菏泽人, 硕士生, 研究方向为民航通讯频谱态势感知。E-mail: sthjs6@nuaa.edu.cn

**引用格式:** 时天昊, 白银山, 沈堤, 等. 一种基于广义 Jaccard 系数的改进 SAMP 压缩信号快速恢复算法[J]. 空军工程大学学报, 2023, 24(2): 91-97. SHI Tianhao, BAI Yinshan, SHEN Di, et al. A Fast Recovery Algorithm of Improved SAMP for Compressed Signal Based on Generalized Jaccard Coefficient[J]. Journal of Air Force Engineering University, 2023, 24(2): 91-97.

the efficiency and accuracy of the algorithm to be greatly improved. Taking the 1-D Gaussian random sparse signal as the measurement signal for simulation, the measured signal after energy detection in the airport terminal area can be effectively simulated. Through the simulation, the performance of JTVS-SAMP is better than that of the traditional compressed sensing algorithm in the algorithm reconstruction success rate under different measurement numbers and sparsity. Compared with the SAMP algorithm, JTVS-SAMP performs significantly in the reconstruction error and algorithm time.

**Key words** compression sensing; signal reconstruction; generalized Jaccard coefficient; variable-step

根据《“十四五”民用航空发展规划》，预计到 2025 年，民用运输机场数量达到 270 个以上，保障起降架次 1 700 万。民航的快速发展导致机场终端区的频谱资源需求及安全隐患大大增加，对频谱的快速高效监测可以指导频谱的智能管理。在机场终端管制区认知无线电技术可以包括：利用信号能量检测实现信号状态感知及稀疏化处理，将电磁信号转换成二进制信号，并将二进制信号作为测量信号，引入宽带压缩频谱感知模型，利用压缩感知<sup>[1]</sup> (compressed sensing, CS) 算法进行信号传递后的重构工作。压缩感知可以在较小的采样频率的情况下对频谱进行高精度监测，同时在广播式自动相关监视 (automatic dependent surveillance-broadcast, ADS-B) 的来波信号估计、干扰抑制、空管数据处理等方面也有着广泛的应用。

压缩感知算法是一种高效的信号采集及重构算法，该算法在采样频率远低于奈奎斯特频率情况下依然有着优秀的重构精度，大大降低了信号的传输量，在图像重建<sup>[2]</sup>、远距离通信<sup>[3]</sup>等领域有广泛的应用前景。对于压缩感知的研究主要集中在测量矩阵构造、信号稀疏表示、重构算法 3 个方面<sup>[4]</sup>。重构算法的选择直接影响着信号恢复的精度及速度。重构算法主要有组合类算法、凸优化类算法和贪婪追踪类算法 3 种<sup>[5]</sup>。贪婪类算法凭借复杂度低，重构效果好，收敛速度快等特点得到了广泛应用。贪婪算法需要较多的先验信息，然后在每次迭代过程中，不断地将迭代目标像原始信号靠近，并通过设定一个收敛条件来结束算法，从而达到具有较高重构精度的信号。常用的贪婪类算法包括匹配追踪<sup>[6]</sup>、正交匹配追踪<sup>[7]</sup>、正则化正交匹配追踪<sup>[8]</sup>、分段正交匹配追踪<sup>[9]</sup>、压缩采样匹配追踪<sup>[10]</sup>、子空间追踪算法<sup>[11]</sup>。但是上述介绍的算法一般需要先验参数稀疏度  $K$  来确定迭代的次数，在实际运用中不具备较高的应用性，为了解决这个问题，文献<sup>[12]</sup>提出了稀疏度自适应匹配追踪算法 (sparsity adaptive matching pursuit, SAMP)，该算法在稀疏度未知的情况

下依旧具有较高的重构精度。SAMP 算法在迭代过程中的原子筛选标准均采用内积匹配准则，有时会导致 2 个相似原子信息的丢失，降低重构精度。SAMP-RB 算法<sup>[13]</sup> 在原子筛选阶段采用了正则化回溯的思想，用正则化进行原子的二次筛选，大大提高了重构精度，但是由于增加了二次筛选，其算法运行时间也大大增加。文献<sup>[14]</sup>提出的 DSAMP 算法用 Dice 系数代替了 SAMP 算法中的内积匹配准则进行原子筛选，Dice 系数可以更好地突出残差信号中的重要元素组成部分，更准确的选择符合信号重构的原子，大大提高了重构精度。同时，SAMP 算法在运行前需要进行一个固定步长设置，过大的步长设置会导致算法的精度无法达到理想效果，而过小的步长设置会降低算法的运行效率。文献<sup>[15]</sup>将变步长的思想引入到算法之中，作者利用 Sigmoid 函数作为变步长的判断条件，利用大步长逼近，小步长渐进的方法提高了算法的重构精度及运行效率。SAMP-PVRB<sup>[16]</sup> 不仅采用了正则化回溯的思想，还将抛物线函数和变步长思想结合，函数的变化率与算法迭代过程中步长的大小变化呈正相关，取得了良好的效果。在变步长思想中增加初始稀疏度估计有助于大小步长的设置，降低算法的迭代次数，Gao<sup>[17]</sup> 根据定理：稀疏度小于等于测量数的  $1/4$  时，信号可以完全准确地重建。将初始稀疏度大小设置为测量数的  $1/4$  进行取根号处理，与未设置初始稀疏度情况相比重构效率大大提高。

由于民航终端区频谱资源态势复杂，以上方法在解决频谱感知等问题时的精度及效率还未达到要求，为解决上述问题，本文提出了一种基于 SAMP 算法改进的算法：JTVS-SAMP (J 代表广义 Jaccard 系数， $T$  代表  $t$ -平均相关系数，VS 代表变步长思想)。该算法在原子筛选过程中，利用广义 Jaccard 系数代替了 SAMP 算法中的内积匹配准则，并引入  $t$ -平均相关系数对初始稀疏度进行预测来确定算法迭代的初始步长，同时引入了变步长的思想来优化算法的重构效率和重构精度。

## 1 压缩感知

### 1.1 压缩感知的概述

压缩感知的流程如图 1 所示<sup>[18]</sup>,主要分为 3 步:信号稀疏表示、信号采样、信号重构。

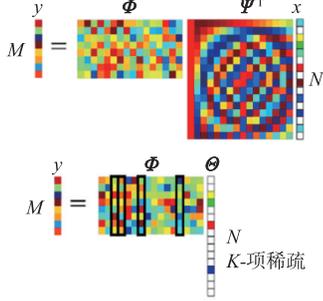


图 1 压缩感知流程图

常用的信号稀疏化处理包括小波变换<sup>[19]</sup>、曲波变换<sup>[20]</sup>、离散傅里叶变换<sup>[21]</sup>等。图 1 中,  $\Psi$  是  $N \times N$  维稀疏表示阵,  $x \in R^N$  是长度为  $N$  的一维信号, 经过稀疏表示阵处理后, 信号就具备了稀疏性, 数学表达为:

$$y = \Phi \Psi x = \Theta x \quad (1)$$

式中:  $y \in R^M$  为压缩信号;  $\Phi$  表示测量矩阵;  $\Theta = \Phi \Psi$  为  $M \times N$  的感知矩阵。

如果一个信号本来就具备稀疏性且为一维的, 那就可以直接使用一个测量矩阵来对信号进行测量, 数学表达为:

$$y = \Phi x \quad (2)$$

式中:  $\Phi \in R^{M \times N}$ ,  $M \ll N$  为测量矩阵;  $y$  是被测量矩阵测量后的测量信号。

在信号的采样过程中, 会丢弃原始信号  $x$  大量的无用信息, 因此测量信号会有一定程度上的能量缺失, Tao 和 Candès 证明了稀疏度为  $K$  的测量信号要从  $M$  个测量值准确的进行信号重构, 就要保证测量矩阵  $\Phi$  满足有限等距特性<sup>[22]</sup> (restricted isometry property, RIP)。

信号重构过程即对式(2)的逆向求解过程。在式中  $M \ll N$ , 因此  $x$  的解会有无穷多个, 考虑到  $x$  具有稀疏性, 可以把信号重构过程转换成  $l_0$  范数问题进行计算<sup>[23]</sup>, 信号重构的数学模型可表示为:

$$\min_x \|x\|_0 \quad \text{s. t. } y = \Phi x \quad (3)$$

式中:  $\|\cdot\|_0$  是一个非凸函数, 代表输入信号中非零元素数量, 对于公式的求解属于 NP (non-deterministic polynomial, NP) 难问题, 无法直接求解, 文献<sup>[24]</sup>将  $L_0$  范数最小化问题转换成了更加简单的  $L_1$  范数最小化问题, 实现了从非凸向凸的转变, 计算式如下:

$$\min_x \|x\|_1 \quad \text{s. t. } y = \Phi x \quad (4)$$

### 1.2 SAMP 算法

SAMP 算法是贪婪类算法的一种, 该算法不需要稀疏度  $K$  等先验信息, 更符合自然界信号的实际情况。算法步骤流程如下:

表 1 SAMP 算法步骤

输入参数: 测量信号 $y$ ; 感知矩阵 $\Theta = \Phi \Psi$ ; 步长 $S$ ;
输出参数: 恢复信号 $\hat{x}$
初始化: 估计支撑集 $\Lambda = \emptyset$ , 初始残差 $r = y$ ; 支撑集长度 $L = S$ , 迭代次数 $t = 1$ ;
1. 计算 $u = \text{abs}[\Theta^T r_{t-1}]$ , 将排序后符合条件的 $L$ 个原子的索引加入索引集 $S_t$ ;
2. 确定候选集: 令 $C_K = \Lambda_{t-1} \cup S_t$ ;
3. 用最小二乘法求解得到重构信号 $\hat{x}_t = \text{argmin} \ y - \Theta_{C_K} x_t\ _1$ ;
4. 将重构信号 $\hat{x}_t$ 里 $N$ 个最大原子索引储存在集合 $F$ 中;
5. 更新残差 $r_{\text{new}} = y - \Theta_F \hat{x}_t$ ;
6. 停止迭代条件: 如果 $\ r_{\text{new}}\ _2 = 0$ , 转步骤 8; 如果 $\ r_{\text{new}}\ _2 \geq \ r_{t-1}\ _2$ , 转步骤 7; 若上述 2 个条件均不满足, 则 $\Lambda_t = F$ , $r_t = r_{\text{new}}$ , $t = t + 1$ , 如果 $t \leq M$ 终止迭代进入步骤 8, 否则转步骤 2;
7. 更新步长 $L = L + S$ , 转步骤 1;
8. 输出信号估计值 $\hat{x}_t$ 。

## 2 JTVS-SAMP 算法

### 2.1 算法改进

#### 2.1.1 基于广义 Jaccard 系数的原子筛选

传统的 SAMP 算法采用了内积匹配准则<sup>[25]</sup>来作为原子筛选标准, 原子与迭代过程中的残差匹配度越高, 其内积计算结果越大, 将该原子加入到支撑集中就可以更快地逼近原始信号, 可以达到较为优秀的重构精度, 内积匹配准则表达式为:

$$\cos(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i^2}} \quad (5)$$

式中:  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ;  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ 。

由于内积匹配准则更多地考虑了原子和信号残差之间角度的差距, 缺乏对信号本身的关注, 这会导致在原子筛选过程中会忽略 2 个相似度较高的原子, 造成信号丢失, 降低重构质量。为了避免上述情况的出现, 引用了广义 jaccard 系数来代替内积匹配准则<sup>[23]</sup>, 计算式如下:

$$\text{Jaccard}(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2 + \sum_{i=1}^n y_i^2 - \sum_{i=1}^n x_i y_i} \quad (6)$$

由式(6)可以看出, 广义 jaccard 系数可以反应

出 2 个向量之间的相似度。分母上放大了 2 个原子的差异部分,减去了两者的相似部分,使得原子不容易混淆,减少了重要信息的丢失,使得重构精度大大提升。

### 2.1.2 初始稀疏度的预估计

准确合适的初始稀疏度估计可以指导设置初始步长,有效地减少迭代次数,提高运行效率,本文采用的稀疏估计策略基于如下性质<sup>[26]</sup>:

当满足 RIP 条件的测量矩阵  $\Phi$  在稀疏度  $K$  下有如下规定时:

$$\|\Phi_{\Lambda_0}^T y\|_2 < \frac{1-\delta_K}{\sqrt{1+\delta_K}} \|y\|_2 \quad (7)$$

式中:  $\|\Lambda\|_0 = K_0$ , 则  $K_0 < K$  为真。

式(7)中 RIP 系数  $\delta_K$  计算复杂,不容易通过计算得出准确结果。 $\delta_K$  与矩阵的正交性呈正相关,其值的大小与信号采样过程中保留的原始信号信息有关,与 0 越靠近代表保存的原始信息更完整。根据上述特点,引入了  $t$ -平均相关系数来代替 RIP 系数  $\delta_K$ ,可以在保证稀疏度估计精确度的同时大大降低计算复杂度,如式(8)所示:

$$\|\Phi_{\Lambda_0}^T y\|_2 < \frac{1-\mu_t(\Phi)}{\sqrt{1+\mu_t(\Phi)}} \|y\|_2 \quad (8)$$

式中:  $\mu_t(\Phi)$  是测量矩阵  $\Phi$  的  $t$ -平均相关系数。

$t$ -平均相关系数作为测量矩阵的评价指标,定义如下<sup>[27]</sup>:

$$\mu_t(\Phi) \triangleq \frac{\sum_{1 \leq i, j \leq N, i \neq j} (|G(i, j)| \geq t) |G(i, j)|}{\sum_{1 \leq i, j \leq N, i \neq j} (|G(i, j)| \geq t)} \quad (9)$$

式中: 矩阵  $G = \Phi^T \Phi$ ,  $G(i, j)$  为矩阵  $G$  中第  $i$  行第  $j$  列的元素,  $t$  是一个特定的阈值,它的大小由矩阵结构决定,设置阈值的大小为  $t = \pm \sqrt{\frac{N-M}{M(N-1)}}$ <sup>[27]</sup>。

由此,可以对初始稀疏度  $K_0$  进行估计,初始化  $K_0 = 1$ ,代入式(8)进行验证,如果满足条件,则  $K_0 = K_0 + 1$ ,继续代入公式验证,否则就结束迭代并输出  $K_0$ 。

### 2.1.3 迭代过程中的变步长处理

在测量矩阵满足 RIP 条件的前提下,测量信号  $y$  与原始稀疏信号  $x$  满足以下关系<sup>[17]</sup>:

$$0.63 < \|y\|_2 / \|x\|_2 < 1.307 \quad (10)$$

在算法每次迭代过程中重构信号  $\hat{x}$  都会逐渐逼近原始信号  $x$ ,  $\|\hat{x}\|_2$  的数值会逐渐增大,由于  $\|y\|_2$  作为一个定值,测量信号与重构信号之间的能量比逐渐降低,最后的能量比会落在公式所规定的区间。因此,在  $\|y\|_2 / \|\hat{x}\|_2 > 1.307$  时,重构信号与测量信号之间还有较大的差距,此时选择较大步长可

以增加算法运行效率,大步长的变化规则采用  $S = aS$  ( $a > 1$ ),  $a$  为步长变化参数,数值大于 1,可以表示在大步长迭代阶段保证较高的运行效率;在  $\|y\|_2 / \|\hat{x}\|_2 < 1.307$  时,进行小步长选择阶段,小步长采用  $S = \lceil S/2 \rceil$  可以确保较高的重构精度。

虽然考虑了大小步长变化的方法来平衡重构效率及重构精度之间的平衡,但是由于稀疏度  $K$  的未知性,无法准确地确定算法迭代的次数,若在最后一次迭代计算时,步长  $S$  仍然有着较大的值,可能会导致过估计<sup>[28]</sup>的现象,为了避免出现上述情况,结合回溯的思想,本文提出了一种步长  $S$  的处理方法。若最后一次迭代过程中,步长  $S = 1$ ,就不进行额外处理;若  $S > 1$ ,则将迭代中的参数回溯至上次迭代的数据,然后以步长  $S = 1$  继续迭代,直到再一次满足迭代结束条件,经过回溯处理后,重构信号的误差会大大降低。

## 2.2 算法步骤

根据以上改进措施,本文在 SAMP 算法的基础上提出了 JTVS-SAMP 算法,步骤流程如下:

表 2 JTVS-SAMP 算法步骤

输入参数: 测量信号 $y$ ; 测量矩阵 $\Phi$ ; 输出参数: 恢复信号 $\hat{x}$
初始化: 稀疏度 $K_0 = 1$ ; 估计支撑集 $\Lambda = \emptyset$ , 残差 $r = y$ ;
1. 计算测量矩阵 $\Phi$ 的 $t$ -平均相关系数 $\mu_t(\Phi)$ ;
2. 判断: 如果 $\ \Phi_{\Lambda_0}^T y\ _2 < \frac{1-\mu_t(\Phi)}{\sqrt{1+\mu_t(\Phi)}} \ y\ _2$ , 则 $K_0 = K_0 + 1$ , 转步骤 2;
3. 计算残差 $r = y - \Phi_{\Lambda}^T \Phi_{\Lambda} r$ ;
4. 设置迭代初始步长 $S = K_0$ , 支撑集长度 $L = S$ , 迭代次数 $t = 1$ ;
5. 计算 $ Jaccard(r_{t-1}, \Phi) $ , 将符合条件的 $L$ 个原子得索引加入索引集 $S_t$ , 令 $\Lambda_t = \Lambda_{t-1} \cup S_t$ ;
6. 用最小二乘法求解得到重构信号 $\hat{x}_t = \operatorname{argmin} \ y - \Phi_{\Lambda_t} x_t\ _1$ ;
7. 将重构信号 $\hat{x}_t$ 里 $N$ 个最大原子索引储存在集合 $F$ 中;
8. 更新残差 $r_{\text{new}} = y - \Phi_F \hat{x}_t$ ;
9. 停止迭代条件: 设定阈值 $\epsilon$ , 如果 $\ r_{\text{new}}\ _2 \leq \epsilon$ 且 $S = 1$ , 则停止迭代; 如果 $\ r_{\text{new}}\ _2 \leq \epsilon$ 且 $S > 1$ , 则转步骤 10; 若上述条件均不满足, 转步骤 11;
10. 支撑集回溯 $\Lambda_t = \Lambda_{t-1}$ , 步长 $S = 1$ , 迭代次数 $t = t + 1$ , 转到步骤 5;
11. 如果 $\ r_{\text{new}}\ _2 \geq \ r_{t-1}\ _2$ , 转步骤 12, 否则, 转步骤 13;
12. 如果 $\ y\ _2 / \ \hat{x}_t\ _2 > 1.307$ , $S = aS$ ( $a > 1$ ), $L = L + S$ . 否则 $S = \lceil S/2 \rceil$ , $L = L + S$ ; $r_t = r_{\text{new}}$ , 迭代次数 $t = t + 1$ , 转步骤 5;
13. $r_t = r_{\text{new}}$ , 迭代次数 $t = t + 1$ , 转步骤 5。

### 3 仿真结果及对比分析

为了比较本算法和其他算法重构精度及重构效率上的优越性,本文选择一维高斯随机稀疏信号来模拟算法所需的测量信号,该信号可以有效的模拟机场终端区信号经过能量检测处理后的信道状态<sup>[27]</sup>。测量矩阵  $\Phi$  选择为高斯随机矩阵进行信号采样,实验中所采用的对比算法为实验选用 OMP、CoSaOMP、SP、gOMP、SAMP,参数设置见表 3。

表 3 仿真参数表

参数类型	参数值
测量信号 $y$ 长度	$N=128$
SAMP 固定步长	$S=[4,8]$
稀疏度	$K=[10,15,\dots,60,65,70]$
重构成功阈值	$\epsilon=10^{-6}$
测量数	$M=[50,55,\dots,115,120,128]$

本文所有实验运行的平台为 MATLAB R2022a,计算机配置为 Intel i5-6500 CPU @ 3.20Hz,8.00 GB RAM,Windows 7。为避免额外因素干扰,程序运行期间保证后台其余程序全部关闭。

#### 3.1 不同观测值下的算法重构成功率

设定采样信号的稀疏度  $K$  为固定值 20,测量数  $M$  的取值以 50 为起始,5 位步长向上增大直至 120。设定当  $\|x-\hat{x}\|_2 \leq \epsilon$  时,即信号重构成功,重构成功率的计算如下所示:

$$\text{重构成功率} = \frac{\text{信号重构成功次数}}{\text{实验总次数}} \times 100\%$$

每种算法实验重复 500 次,运行结果见图 2。

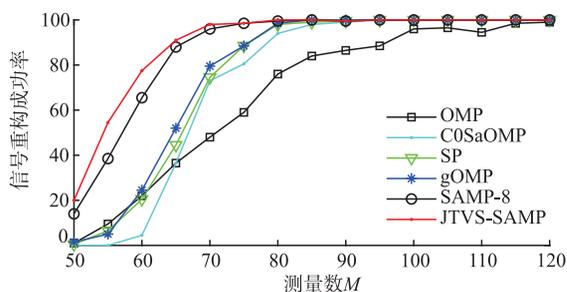


图 2 不同观测值信号重构成功率

从图中的曲线我们可以看出,随着测量数  $M$  的增加,各个算法的信号重构成功率都有较大的提升。50  $<$   $M$   $<$  90 时,JTVS-SAMP 相比于 SAMP 有着更为高的信号重构成功率,这是因为采用广义 Jaccard 系数保留了更多有用的原子,小步长阶段的算法迭代过程带来了更高的重构精度,当  $M=90$  时,除了 OMP 的其余算法信号重构成功率基本达到了 100%。

#### 3.2 不同稀疏度下的算法重构成功率

本实验探究随着稀疏度的增加,信号重构成功

率的变化。采样信号固定测量数  $M=128$ ,将稀疏度  $K$  从 10 开始,步长为 5 增加到 70。设定当  $\|x-\hat{x}\|_2 \leq \epsilon$  时,即信号重构成功,每种算法实验重复 500 次,实验结果见图 3。

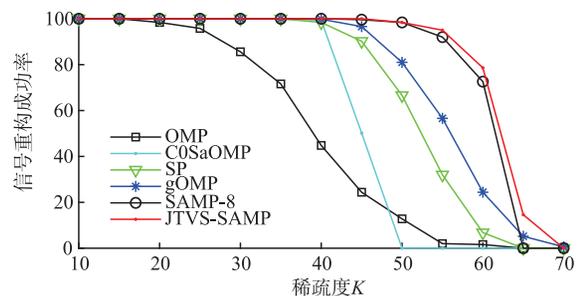


图 3 不同稀疏度信号重构成功率

从图 3 可以看出,在测量值为定值的情况下,随着稀疏度  $K$  的增加,所有的算法信号重构成功率均呈现不同程度的下降。JTVS-SAMP 算法下降速度远远慢于其它算法,在稀疏度  $K=65$  的时,依然保持着一定的信号重构成功率,而 SAMP 算法的重构成功率已经接近 0。

#### 3.3 不同算法的重构误差比较

为了验证 JTVS-SAMP 算法及 SAMP 算法在信号重构成功情况下其重构精度的优劣,我们引入了重构误差这个指标来表示重构信号和原始信号的相似性,重构误差越大,代表信号重构效果越差,计算公式如下:

$$E_{\text{reconstruction}} = \frac{\|x-\hat{x}\|_2}{\|x\|_2} \quad (11)$$

选择  $K=30,35,40$  共 3 个稀疏度。SAMP 算法的步长设置由 2~8,选取步长为 4 和 8 两种情况进行对比分析。对每个特定  $K$  值条件下仿真 1 000 次,统计仿真结果计算信号的平均重构误差,见表 4。

表 4 重构误差对比表

方法	稀疏度	重构误差
SAMP-8	30	7.549 21e-16
	35	8.996 09e-16
	40	9.842 72e-16
SAMP-4	30	7.326 58e-16
	35	8.435 89e-16
	40	9.412 53e-16
JTVS-SAMP	30	7.266 55e-16
	35	8.182 09e-16
	40	9.047 47e-16

由表格可得,随着稀疏的  $K$  的增加,JTVS-SAMP、SAMP-4 和 SAMP-8 的重构误差都会逐渐增大,SAMP-4 相比于 SAMP-8,采用了更小的步长设置,在算法迭代过程中具有更高的精度,因此其重构误差小于 SAMP-8 的重构误差。JTVS-SAMP 的重构误差略优于 SAMP-4 算法,这是因为 JTVS-SAMP 算法利用广义 Jaccard 系数筛选原子、小步长逼近等措施,使得该算法具有较高的精度。

### 3.4 不同信号采样率情况下的重构精度分析

信号采样率的大小是测量数与信号长度的比值,代表了采集过程中的所需的信号采集数量。为了证明算法在不同信号采样率情况下的重构性能,引入均方误差(MSE)作为评价指标,其计算公式如下:

$$E_{MS} = \sum_{i=1}^m \frac{(x_i - \hat{x}_i)^2}{m} \quad (12)$$

在压缩感知中,测量信号  $K \leq M/4$  是稀疏信号完全恢复的充分条件<sup>[17]</sup>。因此在本次仿真实验中,设置测量信号稀疏度  $K = M/4$ 。采用 SAMP 算法作为对比算法,其步长设置分为 4 和 8 两种情况,探讨采样率为 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5 情况下的改进算法与对比算法的重构精度,结果见图 4。

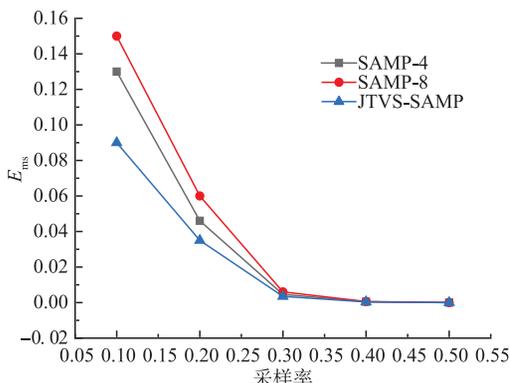


图 4 不同采样率下的算法均方误差比较图

从图 4 可以看出,随着采样率的增加,3 种算法的均方误差数值在逐渐减小,当采样率大于 0.3 时,所有的算法均可以完成高精度信号重构,但在低采样率的信号重构过程中,JTVS-SAMP 算法相比于 SAMP 算法,具有更高的误差控制能力,表明了算法在低采样率情况下也具有较高的算法稳定性。

### 3.5 算法重构时间的比较

为了验证 JTVS-SAMP 算法的重构效率的优越性,使用 Matlab 软件进行算法用时统计,与步长设置为 4、8 的 SAMP-4、SAMP-8 算法进行比较。采样信号固定测量数  $M = 128$ ,设置稀疏度  $K$  从 5 开始,步长为 10 增加到 40。进行循环 200 次处理计算平均运行时间,仿真结果见图 5。

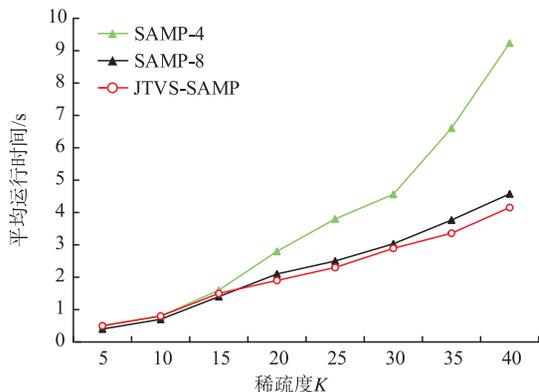


图 5 平均运行时间对比图

由图 5 可以看出,随着稀疏的  $K$  的增加,3 种算法的平均运行时间都在增加,这是由于信号重构的内容增多,其耗费的时间也在逐渐增加。SAMP-4 的平均运行时间大于其余两种算法,是由于其步长设置较小导致的效率偏低。JTVS-SAMP 算法在效率方面略优于 SAMP-4 算法,这是因为 JTVS-SAMP 算法对初始稀疏度进行了预测,且采用了变步长的思想,在大步长阶段的快速迭代,大大降低了算法所需时间。

## 4 结语

本文基于的 SAMP 算法,通过融合广义 Jaccard 系数、 $t$ -平均相关系数、变步长思想,提出了 JTVS-SAMP 算法。相比于 SAMP, COSaOMP, gOMP 等传统压缩感知算法,在使用二进制信号模拟信号能量检测后的机场电磁信号时,JTVS-SAMP 算法在同稀疏度不同观测值、不同稀疏度同观测值下的情况下,算法重构的成功率表现更为优秀,且与其原算法 SAMP 相比,在重构误差、低采样率信号稳定性、重构时间等方面均有了明显的提高。该改进算法未来可在机场终端区频谱分析、波达方向估计等领域广泛应用。

## 参考文献

- [1] DONOHO D L. Compressed Sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [2] 毕号旗,向新,李娜,等. SC-FDE 系统中基于压缩感知的慢衰落航空稀疏信道估计[J]. 空军工程大学学报(自然科学版),2020,21(5):82-88.
- [3] LI C, LI G, VARSHNEY P K. Communication-Efficient Federated Learning Based on Compressed Sensing[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2021, 8(20): 15531-15541.
- [4] COLUCCIA G, RAVAZZI C, MAGLI E. Compressed Sensing for Distributed Systems[M]. New York, USA: Springer, 2015.
- [5] WANG K, HAN T, GAO Y, et al. Shock Wave Signal Acquisition Based on Improved Subspace Tracking Algorithm[J]. Journal of Changchun University of Science & Technology, 2019, 42: 89-94.
- [6] REBOLLO-NEIRA L, ROZLOŽNÍK M, SASMAL P. Analysis of the Self Projected Matching Pursuit Algorithm[J]. Journal of the Franklin Institute, 2020, 357(13): 8980-8994.
- [7] AZARNIA G, SHARIFI A A, EMAMI H. Compressive Sensing Based PAPR Reduction in OFDM

- Systems: Modified Orthogonal Matching Pursuit Approach[J]. *ICT Express*, 2020, 6(4): 368-371.
- [8] NEEDELL D, VERSHYNIN R. Uniform Uncertainty Principle and Signal Recovery via Regularized Orthogonal Matching Pursuit[J]. *Foundations of Computational Mathematics*, 2009, 9(3): 317-334.
- [9] DONOHO D L, TSAIG Y, DRORI I, et al. Sparse Solution of Under Determined Systems of Linear Equations by Stagewise Orthogonal Matching Pursuit[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2012, 58(2): 1094-1121.
- [10] NEEDELL D, TROPP J A. CoSaMP: Iterative Signal Recovery from Incomplete and Inaccurate Samples[J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2009, 26(3): 301-321.
- [11] DAI W, MILENKOVIC O. Subspace Pursuit for Compressive Sensing Signal Reconstruction [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2009, 55(5): 2230-2249.
- [12] DO T T, LU G, NGUYEN N, et al. Sparsity Adaptive Matching Pursuit Algorithm for Practical Compressed Sensing[C]//*Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*. Pacific Grove: IEEE, 2008:581-587.
- [13] WANG F, YU C, LI S, et al. An Adaptive Regularized Subspace Pursuit Based Variable Step-size Method for Power Amplifier Sparse Model Selection[C]//*2021 IEEE MTT-S International Wireless Symposium (IWS)*. Nanjing:IEEE, 2021: 1-3.
- [14] ZHU M D, LI M, GENG Z, et al. Dice Coefficient Matching-Based Sparsity Adaptive Matching Pursuit Algorithm for the Digital Predistortion Model Pruning[C]//*2018 IEEE 18th International Conference on Communication Technology*. Chongqing: IEEE, 2018: 1032-1035.
- [15] ZHONG Y, LIU C, ZHANG R. Research on Narrowband Anti-Jamming Technology Based on Compressed Sensing[C]//*2019 12th International Symposium on Computational Intelligence and Design (ISCID)*. Hangzhou: IEEE, 2019:229-234.
- [16] 杜秀丽,胡兴,顾斌斌,等. 基于变步长的正则回溯 SAMP 压缩感知重构算法[J]. *计算机应用研究*, 2018, 35(4):1084-1087.
- [17] GAO G, ZHOU C, CUI Z, et al. Improved Sparsity Adaptive Matching Pursuit Algorithm[C]//*2017 3rd IEEE International Conference on Computer and Communications (ICCC)*. Chengdu: IEEE, 2017: 1761-1766.
- [18] 黎浩民. 基于深度学习的图像压缩感知重建算法研究[D]. 广州:广东工业大学,2022.
- [19] 苏扬. 基于稀疏正则化的电磁勘探数据反演研究[D]. 长春:吉林大学,2022.
- [20] 曹静杰,杨志权,杨歧焱. 一种基于压缩感知的地震数据重建方法及其在城市活断层地震勘探中的应用[J]. *地球物理学进展*, 2020, 35(4):1545-1551.
- [21] 任杰. 基于深度学习的压缩感知技术[D]. 成都:电子科技大学,2020.
- [22] CANDÈS E J. The Restricted Isometry Property and Its Implications for Compressed Sensing[J]. *Comptes Rendus Mathématique*, 2008, 346(9-10):589-592.
- [23] 张连娜,张慧萍,李荣鹏,等. 基于二次筛选的回溯广义正交匹配追踪算法的稀疏信号重构[J]. *计算机与现代化*, 2022(3):111-115,126.
- [24] ZHANG J, WANG X, JU M, et al. An Improved Sparsity Adaptive Matching Pursuit Algorithm and Its Application in Shock Wave Testing[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2021(8):1-10.
- [25] 张永立,黄芳,范志勇. 压缩感知重构算法研究[J]. *科技视界*, 2019(10):46-47.
- [26] SONG S, ZHANG X, HAO Q, et al. An Improved Reconstruction Method Based on Auto-Adjustable Step Size Sparsity Adaptive Matching Pursuit and Adaptive Modular Dictionary Update for Acoustic Emission Signals of Rails[J]. *Measurement*, 2022, 189: 110650.
- [27] 程鑫森. 基于 WCSS 的终端管制区频谱分析研究[D]. 南京:南京航空航天大学,2019.
- [28] YANG R, ZHANG X. An Improved Algorithm Based on Sparsity Adaptive Matching Pursuit[J]. *Journal of Nanjing University (Natural Science)*, 2018, 54(3): 538-542.

(编辑:徐楠楠)