

锥面共形阵列天线实值盲极化 DOA 估计方法

张梓轩¹, 王飞², 齐子森¹, 许华¹, 梁佳¹

(1. 空军工程大学信息与导航学院, 西安, 710077; 2. 95133 部队, 武汉, 430014)

摘要 将快拍数据协方差矩阵分裂思想引入到锥面共形阵列天线的测向中, 提出了一种高效的锥面共形阵列盲极化波达方向(DOA)估计方法。该方法将子空间估计过程进行了实值化处理, 通过子阵分割解决了协方差矩阵分裂引起的“镜像模糊”问题, 同时, 对参数估计的理论性能界进行了分析, 推导了实值盲极化 DOA 估计的克拉美-罗界, 并讨论了算法复杂度改善情况, 在保证 DOA 估计精度的前提下有效降低了算法复杂度。仿真实验表明, 所提算法在信噪比为 10 dB 时, 估计精度与已有盲极化复值算法基本一致, 而运算量仅为原算法的 60%~70%, 证明了算法的有效性。

关键词 锥面共形阵列天线; 实值运算; 盲极化; DOA 估计

DOI 10.3969/j.issn.2097-1915.2023.02.009

中图分类号 TG156 **文献标志码** A **文章编号** 2097-1915(2023)02-0069-08

A DOA Estimation Method for Conical Conformal Array Antenna with Real-Value Blind Polarization

ZHANG Zixuan¹, WANG Fei², QI Zisen¹, XU Hua¹, LIANG Jia¹

(1. Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China;
2. Unit 95133, Wuhan 430014, China)

Abstract An efficient blind-polarized direction-of-arrival (DOA) estimation method of conical conformal arrays is proposed with an idea of covariance matrix splitting of snapshot data being introduced into the direction finding of conical conformal array antennas. In this method, the subspace estimation is in the process of real-valued, and the ‘mirror blur’ problem caused by the splitting of the covariance matrix is solved by sub-array division. Simultaneously, the theoretical performance circle is analyzed, the improvement of algorithm complexity is discussed, and the algorithm complexity is effectively reduced on the premise of ensuring the accuracy of DOA estimation. The simulation experiments show that when the signal-to-noise ratio is 10 dB, the estimation accuracy of the proposed algorithm is basically the same as that of the existing blind polarization complex-valued algorithm, the computation amount makes up 60%~70% of the existing complex-valued algorithm, and the algorithm is valid.

Key words conical conformal array antenna; real value operation; blind polarization; DOA estimation

来波信号极化特征与方位信息的耦合是共形阵列天线波达方向(direction-of-arrival, DOA)估计的难点^[1-2]。共形阵列 DOA 估计大多采用旋转不变子空

间算法(estimation of signal parameters via rotational invariance techniques, ESPRIT)^[3], 将来波信号的二维角参数与极化参数解耦合, 以达到不考虑极化参数

收稿日期: 2022-12-08

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(62131020)

作者简介: 张梓轩(1994-), 男, 山西阳高人, 硕士生, 研究方向为信息安全与对抗。E-mail: 805952779@qq.com

引用格式: 张梓轩, 王飞, 齐子森, 等. 锥面共形阵列天线实值盲极化 DOA 估计方法[J]. 空军工程大学学报, 2023, 24(2): 69-76. ZHANG Zixuan, WANG Fei, QI Zisen, et al. A DOA Estimation Method for Conical Conformal Array Antenna with Real-Value Blind Polarization[J]. Journal of Air Force Engineering University, 2023, 24(2): 69-76.

而实现高分辨方位估计的效果^[2]。但此类算法的子空间估计涉及复值矩阵的特征值分解,计算量庞大的问题较为突出,有必要寻求高效处理方法。

在超分辨空间谱估计 30 多年的发展历程中,学者们对经典线阵、面阵的高效超分辨算法的研究取得了丰硕的成果^[4-9]。高效超分辨算法致力于减少系统的复杂度和算法的运算量,以满足应用系统对多信源实时测向的需求,实值/半实值类算法^[10-14]就是其中的典型代表。实现超分辨算法实值化最具代表性的方法是基于阵列接收数据协方差矩阵的西变换技术,文献[10]充分利用中心对称阵列(如均匀线阵)输出数据协方差矩阵为艾米特中心对称矩阵的特性,通过数据变换,将复数运算转换为实值运算,运算量可缩减 75%。文献[12]提出了协方差矩阵分裂思想,对实值运算和阵列结构的任意性进行折中,进而发展了两种全新的基于半实值运算的超分辨算法,摆脱了算法对阵列结构的依赖性,但仍存在镜像方位的模糊问题,需要在算法应用过程中进一步处理。

本文将协方差矩阵分裂思想^[15-18]引入到锥面共形阵列天线 DOA 估计,给出了一种高效的锥面共形阵列天线盲极化 DOA 估计方法。该方法将子空间估计过程实值化处理,通过子阵分割设计解决了协方差矩阵分裂引起的“镜像模糊”问题,并推导了参数估计的克拉美-罗界(Gramer-Rao bound, CRB),所提算法在保证 DOA 估计精度的前提下降低了算法复杂度。

1 锥面共形阵列天线快拍数据建模

对于锥面共形阵列,因其具有对称性,可将阵列划分为多个子阵,每个子阵的 DOA 估计算法均相同。因此,以下进行的算法分析,针对其中的一个子阵进行即可。

锥面共形阵列的子阵设置如图 1 和图 2 所示,以圆锥的顶点作为坐标轴的原点 O ,在圆锥面的母线上划分 l_1, l_2, l_3 3 个子阵,每个子阵上有 m 个阵元均匀分布,并且处于同一条母线上的相邻阵元间距为 $\lambda/2$ (λ 为入射信号波长)。

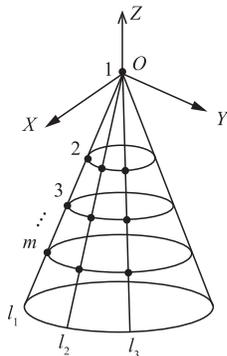


图 1 锥面共形阵列(阵元全局分布)

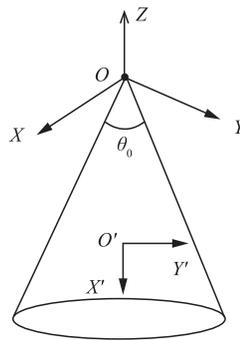


图 2 锥面共形阵列(局部阵元与全局分布关系)

子阵 l_1, l_2, l_3 在全局坐标系 XOY 面投影如图 3 所示,3 条母线与 X 轴顺时针的旋转方向的夹角分别为 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$,且 $\alpha_1 = \pi - \alpha_3, \alpha_2 \in (\alpha_1, \alpha_3)$ 。

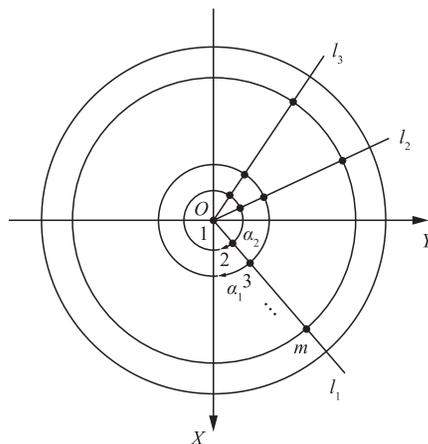


图 3 锥面共形阵列天线俯视图

以上子阵设置可实现方位角 $\varphi \in (\alpha_1, \alpha_3)$ 的估计,所以将整个圆锥上的多个子阵综合起来,可实现 $\varphi \in (0, 2\pi)$ 的方位角估计。

由文献[17]给出的共形阵列天线快拍数据建模方法,可得锥面共形阵列的导向矢量为:

$$\mathbf{a}(\theta, \varphi) = [r_1 e^{-j2\pi \frac{G_1 \cdot \mathbf{u}}{\lambda}}, r_2 e^{-j2\pi \frac{G_2 \cdot \mathbf{u}}{\lambda}}, \dots, r_m e^{-j2\pi \frac{G_m \cdot \mathbf{u}}{\lambda}}]^T \quad (1)$$

式中: r_i 为第 i ($i \leq m$) 个阵元在全局坐标系中,对单位强度来波信号的响应; G_i 为第 i 个阵元在全局坐标系中的位置矢量; \mathbf{u} 为来波信号的方向矢量; θ 和 φ 分别为来波信号相对于全局坐标系的俯仰角和方位角。

当有 n 个来波信号时,阵列的流形矩阵为:

$$\mathbf{A} = [a(\theta_1, \varphi_1), a(\theta_2, \varphi_2), \dots, a(\theta_n, \varphi_n)] \quad (2)$$

所以,此锥面共形阵列的快拍数据模型为:

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{N} = (\mathbf{A}_\theta \mathbf{K}_\theta + \mathbf{A}_\varphi \mathbf{K}_\varphi) \mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (3)$$

$$\mathbf{K}_\theta = \text{diag}(k_{1\theta}, k_{2\theta}, \dots, k_{n\theta}) \quad (4)$$

$$\mathbf{K}_\varphi = \text{diag}(k_{1\varphi}, k_{2\varphi}, \dots, k_{n\varphi}) \quad (5)$$

$$\mathbf{S} = [s_1, s_2, \dots, s_n]^T \quad (6)$$

$$\mathbf{N} = [n_1, n_2, \dots, n_n]^T \quad (7)$$

式中: \mathbf{K} 为对角阵; \mathbf{S} 为信号矢量; \mathbf{N} 为噪声矢量; θ 和 φ 分别为入射信号在全局坐标系中的俯仰角和方位角。

2 实值盲极化 DOA 估计方法

目前最常用的 DOA 估计算法——MUSIC 算法,以及由其派生的加权 MUSIC 算法、多维 MUSIC 算法等,还有本文研究使用的 ESPRIT 算法,都需要求出阵列的接收数据协方差矩阵 \mathbf{R} 。由于 $\mathbf{R} \in \mathbf{C}^{M \times M}$,所以以上提到的算法都要进行复数运算。而复数运算中会使运算复杂度增大。如果能够通过某种变换把协方差矩阵 \mathbf{R} 转换成一个实数域的对称阵 $\bar{\mathbf{R}}$,也就是让 $\bar{\mathbf{R}} \in \mathbf{R}^{M \times M}$,且 $\bar{\mathbf{R}}^T = \bar{\mathbf{R}}$,这样以上这些需要通过特征分解进行子空间估计的算法都可实现子空间估计过程的实值化。文献[11]考虑阵列输出协方差矩(array output covariance matrix, AOCM)的实部(R-AOCM)和虚部(I-AOCM)的零空间是相同的子空间,与原始的噪声子空间(或信号子空间)及其共轭子空间的交点重合,并利用这一数学事实,导出了一种新的实值 MUSIC(RV-MUSIC)算法,在 R-AOCM 或 I-AOCM 上进行实值子空间分解,解决了用实值计算 DOA 估计的问题。该算法可用于任意几何结构的阵列模型,与此前已有的仅适用于中心对称阵列的酉算法相比,实用性更强。本章所描述的算法即是采用了 RV-MUSIC 算法的核心思想,在 R-AOCM 上进行实值子空间分解,并将其运用于现有的锥面共形阵列天线盲极化 DOA 估计算法,实现算法的实值化。

由协方差矩阵 \mathbf{R} 的公式有:

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} (\mathbf{X}\mathbf{X}^H) = \\ \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} [\operatorname{Re}(\mathbf{X}) + i\operatorname{Im}(\mathbf{X})] [\operatorname{Re}^T(\mathbf{X}) - i\operatorname{Im}^T(\mathbf{X})] &= \\ \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} [\operatorname{Re}(\mathbf{X})\operatorname{Re}^T(\mathbf{X}) + \operatorname{Im}(\mathbf{X})\operatorname{Im}^T(\mathbf{X})] + & \\ \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{i}{N} [\operatorname{Im}(\mathbf{X})\operatorname{Re}^T(\mathbf{X}) - \operatorname{Re}(\mathbf{X})\operatorname{Im}^T(\mathbf{X})] & \quad (8) \end{aligned}$$

由此,可将 R-AOCM 和 I-AOCM 表示为:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(\mathbf{R}) &= \\ \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} [\operatorname{Re}(\mathbf{X})\operatorname{Re}^T(\mathbf{X}) + \operatorname{Im}(\mathbf{X})\operatorname{Im}^T(\mathbf{X})] & \quad (9) \\ \operatorname{Im}(\mathbf{R}) &= \\ \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} [\operatorname{Im}(\mathbf{X})\operatorname{Re}^T(\mathbf{X}) - \operatorname{Re}(\mathbf{X})\operatorname{Im}^T(\mathbf{X})] & \quad (10) \end{aligned}$$

式(8)表明接收数据矩阵 \mathbf{X} 是由所有数据,也就是 n 个快拍数据组成的,它必须包含关于信源 DOA 的全部信息,而这些信息分别包含于 $\operatorname{Re}(\mathbf{X})$ 和 $\operatorname{Im}(\mathbf{X})$ 中。从这样的观点来看, $\operatorname{Re}(\mathbf{X})$ 和 $\operatorname{Im}(\mathbf{X})$ 对于信源 DOA 的估计都是必要的,理论上必须同时用于 DOA 估计。

不过,根据式(9)和(10)可以直观地发现,它们

都同时包含了 $\operatorname{Re}(\mathbf{X})$ 和 $\operatorname{Im}(\mathbf{X})$,所以, R-AOCM 和 I-AOCM 所包含的信息已经足够寻找所求信源的 DOA。因此,单独通过 R-AOCM 或 I-AOCM 来求得信源 DOA 是有可能的。这两个部分单独使用时,也就不存在复数域的计算,即完成了原本算法的实值化,所以,在理论上,将显著降低原算法的计算复杂度。

原始的信号子空间 $\operatorname{span}(\mathbf{S})$ 及其共轭信号子空间 $\operatorname{span}(\mathbf{S}^*)$ 的交集为:

$$\operatorname{span}(\mathbf{G}) \triangleq \operatorname{span}(\mathbf{S}) \cap \operatorname{span}(\mathbf{S}^*) \quad (11)$$

由式(11)可知, $\operatorname{span}(\mathbf{G})$ 是 $\operatorname{span}(\mathbf{S})$ 的一个子集,它也自然包含了 $\operatorname{span}(\mathbf{S})$ 的一部分向量。因此,可用 $\operatorname{span}(\mathbf{G})$ 替代 $\operatorname{span}(\mathbf{S})$ 进行信源 DOA 的估计。

但是, $\operatorname{span}(\mathbf{G})$ 与 $\operatorname{span}(\mathbf{S})$ 有一个根本性差别,即 $\operatorname{span}(\mathbf{G})$ 与 $\operatorname{span}(\mathbf{A})$ (\mathbf{A} 为阵列流形)在信源的真实 DOA 方向和它们的镜像方向上同时具有双重正交性^[11],表示为:

$$\begin{cases} \operatorname{span}(\mathbf{G}) \perp \operatorname{span}[\mathbf{A}(\theta)] \\ \operatorname{span}(\mathbf{G}) \perp \operatorname{span}[\mathbf{A}(-\theta)] \end{cases} \quad (12)$$

所以,在对信号协方差矩阵 \mathbf{R} 的实部或者虚部直接进行特征分解处理后,提取信号子空间时,需要提取的特征向量应该翻倍。因为,此时的信号子空间既包含了真实信源方位,还包含着镜像方向上的信源方位,也就是与真实信号等数量的虚假的信号。为了准确提取到真实信号方位的信息,必须将真实信号和虚假信号的特征信息同时提取,进行一系列处理直至求出方位信息后,再加以甄别,最终得出准确的信号方位。

如图 1 所示,每个子阵对均由同一条母线上分布的 m 个阵元构造,即 $1 \sim m-1$ 阵元,构成第 1 个阵列, $2 \sim m$ 阵元构成另一个阵列, 2 个阵列之间的距离为 $\lambda/2$ 。以此类推,可分别得到母线 l_1, l_2, l_3 上距离矢量各不相同的 3 个子阵对。

分割母线 l_1 上分布的阵元情况见图 4。

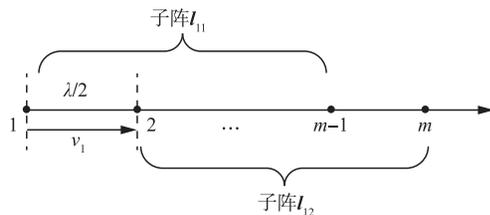


图 4 对母线上阵元的分割

如图 4 所示,子阵 I_{11} 的接收数据为:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{11} &= \mathbf{A}_{11}\mathbf{S} + \mathbf{N}_{11} = \\ (\mathbf{A}_{11\theta}\mathbf{K}_\theta + \mathbf{A}_{11\varphi}\mathbf{K}_\varphi)\mathbf{S} + \mathbf{N}_{11} & \quad (13) \end{aligned}$$

子阵 I_{12} 的接收数据为:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{12} &= \mathbf{A}_{12}\mathbf{S} + \mathbf{N}_{12} = \\ (\mathbf{A}_{11\theta}\mathbf{K}_\theta + \mathbf{A}_{11\varphi}\mathbf{K}_\varphi)\Phi_1\mathbf{S} + \mathbf{N}_{12} & \quad (14) \end{aligned}$$

式中: Φ_1 为相位差矩阵。

$$\Phi_1 = \operatorname{diag} [\exp(-j\omega_{11}), \exp(-j\omega_{12}), \dots, \exp(-j\omega_{1n})] \quad (15)$$

$$\omega_{1i} = (2\pi/\lambda)dv_1u_i = \pi v_1 u_i \quad (16)$$

展开即得:

$$\omega_{1i} = \pi [\sin(\theta_{v1}) \cos(\varphi_{v1}) \sin(\theta_i) \cos(\varphi_i) + \sin(\theta_{v1}) \sin(\varphi_{v1}) \sin(\theta_i) \sin(\varphi_i) + \cos(\theta_{v1}) \cos(\theta_i)] \quad (17)$$

\mathbf{X}_{11} 和 \mathbf{X}_{12} 的最后一行组成了母线 l_1 的快拍数据 \mathbf{X}_1 :

$$\mathbf{X}_1 = \mathbf{A}_1 \mathbf{S} + \mathbf{N}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{11} \\ \mathbf{X}_{12}(m-1, m) \end{bmatrix} \quad (18)$$

式中: \mathbf{N}_{11} 表示子阵 l_{11} 接收的噪声矢量; \mathbf{N}_{12} 表示子阵 l_{12} 接收的噪声矢量; v_1 为子阵 l_{11} 与子阵 l_{12} 距离的方向矢量。同理, 将 l_2, l_3 划分为 l_{21}, l_{22} 和 l_{31}, l_{32} , 即可获得其快拍数据 \mathbf{X}_2 和 \mathbf{X}_3 以及 Φ_2 和 Φ_3 。文献[3]中已证明, 矩阵 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ 与用对应的 Φ_1, Φ_2, Φ_3 的特征值来分别构成的对角阵相等, 此处不再详细阐述。接下来, 我们便可通过 Φ_1, Φ_2, Φ_3 这几个包含旋转不变关系的矩阵, 结合式(16)求解信号的方向参数。

阵列的数据协方差矩阵为:

$$\mathbf{R} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \mathbf{X} \mathbf{X}^H \quad (19)$$

利用式(9)或(10)替换协方差矩阵, 完成矩阵实值化处理, 并进行特征分解:

$$\hat{\mathbf{R}} = \mathbf{U}_S \sum_S \mathbf{U}_S^H + \mathbf{U}_N \sum_N \mathbf{U}_N^H \quad (20)$$

式中: \mathbf{U}_S 为阵列信号子空间的特征矢量矩阵, 根据式(18), 可以知道 \mathbf{U}_S 的第 1~ $m-1$ 行为子阵 l_{11} 对应的信号子空间, 将其记为 \mathbf{U}_{S11} ; \mathbf{U}_S 的第 2~ m 行为子阵 l_{12} 对应的信号子空间, 将其记为 \mathbf{U}_{S12} 。同理还可得到 $\mathbf{U}_{S21}, \mathbf{U}_{S22}, \mathbf{U}_{S31}, \mathbf{U}_{S32}$ 。

对应 ESPRIT 里的最小二乘法为:

$$\Phi_1 = (\mathbf{U}_{S11}^H \mathbf{U}_{S11})^{-1} \mathbf{U}_{S11}^H \mathbf{U}_{S12} \quad (21)$$

式(15)中的 $\exp(-j\omega_{1i})$ ($i=1, 2, \dots, n$) 即为 Φ_1 的特征值 t_{1i} 。同理可得 Φ_2 的特征值 t_{2i} , Φ_3 的特征值 t_{3i} 。

此时, 结合 $\alpha_1 = \pi - \alpha_3, \alpha_2 \in (\alpha_1, \alpha_3)$ 分别求解 t_{1i}, t_{2i}, t_{3i} , 就可求出入射信号的方位角 φ_i 为:

$$\varphi_i = \arctan \left(\frac{\cos(\varphi_{v1})(z_{1i} - z_{3i}) + \cos(\varphi_{v3})(z_{1i} - z_{2i})}{[\sin(\varphi_{v1}) - \sin(\varphi_{v3})](z_{1i} - z_{2i})} \right) \quad (22)$$

入射信号的俯仰角 θ_i 为:

$$\theta_i = \arctan \left(\frac{(z_{1i} - z_{3i}) \cos(\theta_{v1})}{\sin(\theta_{v1}) [\cos(\varphi_{v1} - \varphi_i) - \cos(\varphi_{v3} - \varphi_i)]} \right) \quad (23)$$

$$z_{ji} = \text{angle}(t_{ji}) / (\pi\lambda), j=1, 2, 3 \quad (24)$$

至此, 在不考虑来波信号的极化参数的情况下, 求解得到来波信号的方向信息, 实现了盲极化 DOA 估计。

综上所述, 锥面共形阵列天线的实值盲极化

DOA 估计算法的流程为:

1) 在已求出快拍数据矩阵 \mathbf{X} 的基础上, 按照式(8)得到此阵列的数据协方差矩阵 \mathbf{R} ;

2) 采用实值化算法, 在 R-ACOM 上进行特征分解, 得到实值的信号子空间, 从而分别得到母线 l_1, l_2, l_3 对应的 Φ_1, Φ_2, Φ_3 ;

3) 对 Φ_1, Φ_2, Φ_3 进行特征分解, 得到 t_{1i}, t_{2i}, t_{3i} ;

4) 根据式(22)~(24), 得到对应的 n 个接收信号的方向信息;

5) 通过限定子阵的空域覆盖范围, 对估计出的信号俯仰角和方位角进行判定, 排除虚假信号, 从而得到最终准确的信号方位。

就运算复杂度而言, ESPRIT 算法的运算复杂度主要集中在对数据协方差矩阵 \mathbf{R} 的处理上, 所以本节仅对协方差矩阵 \mathbf{R} 特征分解部分的计算量进行讨论。表 1 给出了锥面共形阵列天线盲极化 DOA 估计算法和锥面共形阵列天线实值盲极化 DOA 估计算法的运算复杂度对比情况, 其中, 算法的运算复杂度均以各算法中包含的实数乘法运算次数来表示。表格中 $4 \times O(M^2L)$ 为给出的计算复数矩阵 \mathbf{R} 的逆矩阵或 EVD 所包含的实数乘法次数^[13]。其中, M 为阵元个数, L 为仿真实验的快拍次数。

表 1 运算复杂度(实数乘法次数)对比

算法	运算复杂度
文献[3]算法	$4 \times O(M^2L)$
本文算法	$O(M^2L)$

由表 1 可以看出, 锥面共形阵列天线实值盲极化 DOA 估计算法在运算复杂度上相较于锥面共形阵列天线盲极化 DOA 估计算法, 降低了约 75% 的运算量。按照此对比, 节省时间约 75%, 但是在实际仿真中, 由于本文所采用的实值化算法将真实信号和虚假信号的特征信息同时提取出来, 进行一系列处理直至求出方位信息后, 再加以甄别, 最终得出准确的信号方位。这其中甄别真假信号的过程是原算法所没有的, 所以, 最终节省时间的百分比会小于 75%。具体数值则与这部分操作所占时间比有关。

3 理论性能分析

ESPRIT 算法可实现对信源方位角参数的无偏估计, 与之对应的 CRB 给出了无偏参数估计方差的下限, 本节将推导实值盲极化 DOA 估计的 CRB。为了简化推导过程, 假设信源的相关矩阵 \mathbf{R}_S 已知, 且噪声方差归一化为 1。则阵列协方差矩阵 \mathbf{R} 中包含 $4n$ 个未知参数, 即 n 个俯仰角参数, n 个方位角参数, $2n$ 个极化参数。估计参数可用矢量 \mathbf{p} 表示为:

$$\mathbf{p}^T = [\theta_1, \varphi_1, \theta_2, \varphi_2, \dots, \theta_n, \varphi_n, k_1, k_2, \dots, k_n, \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n] \quad (25)$$

方位参数与极化参数联合估计的 CRB 设为 B_{CR} , 则:

$$E[(\hat{\mathbf{p}} - \mathbf{p})(\hat{\mathbf{p}} - \mathbf{p})^T] \geq B_{CR} \quad (26)$$

$$B_{CR} = \mathbf{F}^{-1} \quad (27)$$

$4n \times 4n$ 的 Fisher 信息矩阵 \mathbf{F} 可分块表示为:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\theta\theta} & \mathbf{F}_{\theta\varphi} & \mathbf{F}_{\theta k} & \mathbf{F}_{\theta\delta} \\ \mathbf{F}_{\varphi\theta} & \mathbf{F}_{\varphi\varphi} & \mathbf{F}_{\varphi k} & \mathbf{F}_{\varphi\delta} \\ \mathbf{F}_{k\theta} & \mathbf{F}_{k\varphi} & \mathbf{F}_{kk} & \mathbf{F}_{k\delta} \\ \mathbf{F}_{\delta\theta} & \mathbf{F}_{\delta\varphi} & \mathbf{F}_{\delta k} & \mathbf{F}_{\delta\delta} \end{bmatrix} \quad (28)$$

式中: $\mathbf{F}_{\theta\theta}$ 为俯仰角估计块; $\mathbf{F}_{\varphi\varphi}$ 为方位角估计块; \mathbf{F}_{kk} 为极化矢量幅度比分量估计块; $\mathbf{F}_{\delta\delta}$ 为极化矢量相差的分量估计块; 其它模块为相应参数估计的互相关块。Fisher 矩阵的第 i 行 j 列元素 F_{ij} 为^[14]:

$$F_{ij} = L \cdot \text{trace}[\mathbf{R}^{-1} \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial p_i} \mathbf{R}^{-1} \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial p_j}] = 2L \cdot \text{Re}\{\text{trace}[\mathbf{D}_i \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{D}_j^H \mathbf{R}^{-1}] + \text{trace}[\mathbf{D}_i \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{D}_j \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H \mathbf{R}^{-1}]\} \quad (29)$$

$$\mathbf{D}_i = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial p_i} \quad (30)$$

式中: $\text{trace}(\cdot)$ 表示取矩阵 (\cdot) 的迹; $\partial \mathbf{R} / \partial p_i$ 表示对矩阵 \mathbf{R} 求 p_i 的偏导, 则有:

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \theta_i} = \frac{\partial \mathbf{A}_\theta}{\partial \theta_i} \mathbf{K}_\theta + \frac{\partial \mathbf{A}_\varphi}{\partial \theta_i} \mathbf{K}_\varphi \quad (31)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \varphi_i} = \frac{\partial \mathbf{A}_\theta}{\partial \varphi_i} \mathbf{K}_\theta + \frac{\partial \mathbf{A}_\varphi}{\partial \varphi_i} \mathbf{K}_\varphi \quad (32)$$

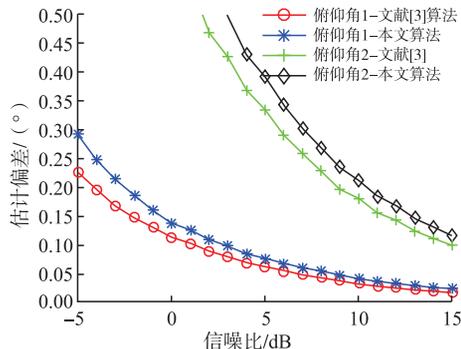
$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial k_i} = \mathbf{A}_\theta \frac{\partial k}{\partial k_i} \quad (33)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \delta_i} = \mathbf{A}_\varphi \frac{\partial \delta}{\partial \delta_i} \quad (34)$$

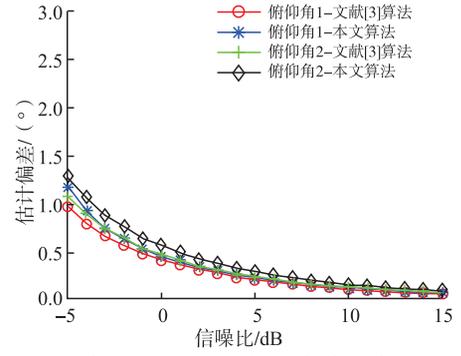
4 仿真实验

4.1 实验 1: 估计参数误差与信噪比分析

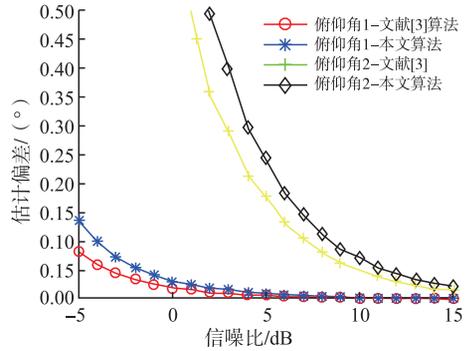
实验条件: 阵列结构如图 1 所示, 极化幅度比为 5, 相差为 30° , 实验执行次数 5 000 次; 信噪比 -5 dB~ 15 dB, 步进 1 dB; 阵元数 30 个, 快拍次数 100 次。波达方向 1 的俯仰角为 65° , 方位角为 80° ; 波达方向 2 的俯仰角为 80° , 方位角为 95° 。



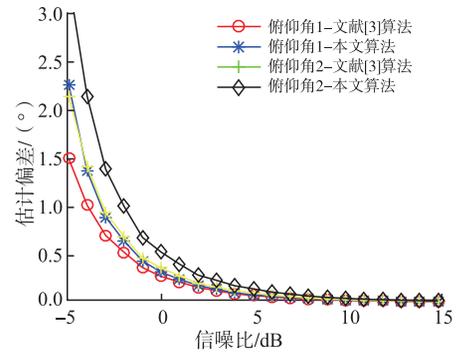
(a) 俯仰角估计偏差与信噪比分析



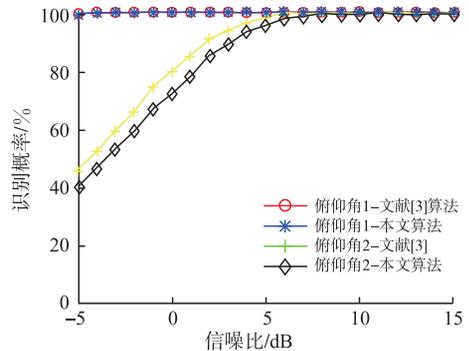
(b) 方位角估计偏差与信噪比分析



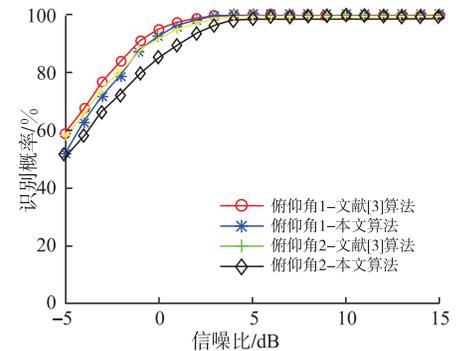
(c) 俯仰角估计方差与信噪比分析



(d) 方位角估计方差与信噪比分析



(e) 俯仰角识别概率与信噪比分析



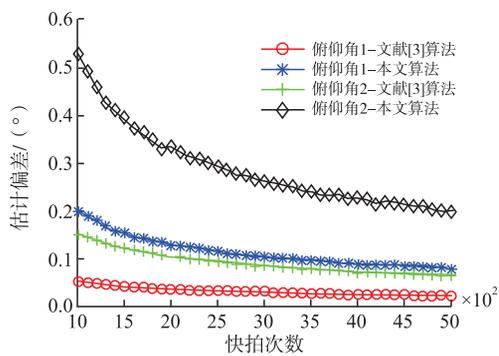
(f) 方位角识别概率与信噪比分析

图 5 估计参数误差与信噪比分析

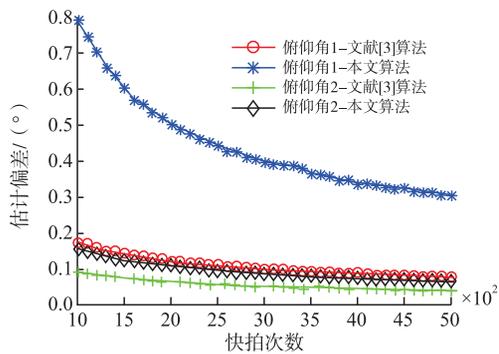
由仿真实验可知,所提算法可以解决多辐射源方位估计问题,随着信噪比的增加,本文实值高效算法的 DOA 估计成功概率、估计方差以及估计偏差都逐步趋近文献[3]中所提算法,当信噪比大于 5 dB 时,对方位角的估计效果与文献[3]中算法基本相同,对俯仰角的估计效果与文献[3]中算法相比存在一定差距,但是本文算法的俯仰角估计偏差控制在 0.5° 以内,基本满足对多信源精细分辨的需求。

4.2 实验 2: 估计参数误差与快拍次数分析

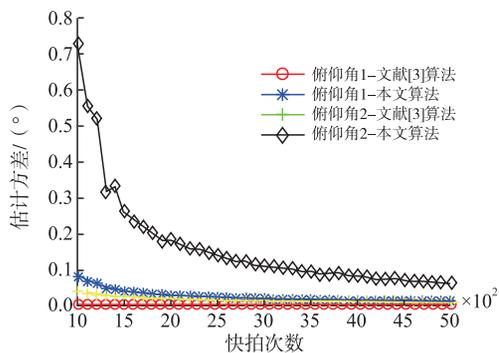
实验条件:阵列结构如图 1 所示,极化幅度比为 5,相差为 30° ,实验执行次数 5 000 次;信噪比 5 dB;阵元数 30 个,快拍次数 1 000 次起,步长 100 次,结束于 5 000 次,波达方向 1,俯仰角为 65° ,方位角为 80° ;波达方向 2,俯仰角为 75° ,方位角为 90° 。



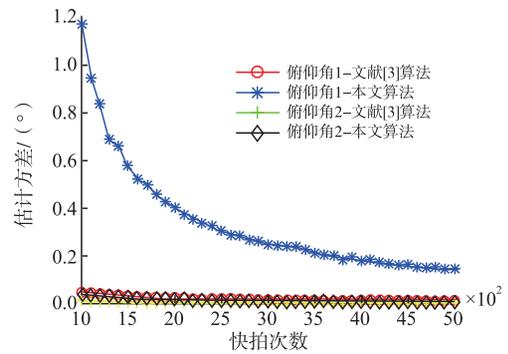
(a) 俯仰角估计偏差与快拍次数分析



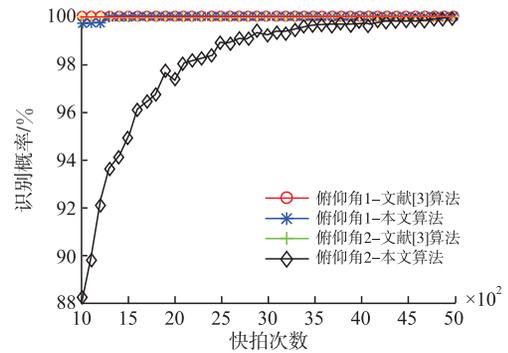
(b) 方位角估计偏差与快拍次数分析



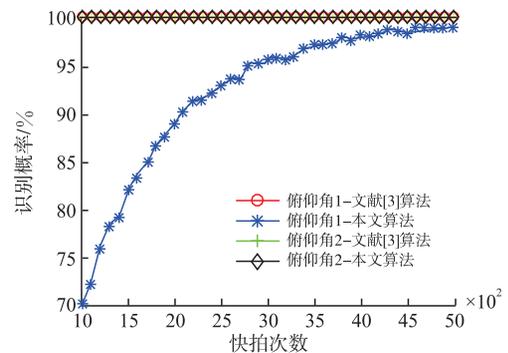
(c) 俯仰角估计方差与快拍次数分析



(d) 方位角估计方差与快拍次数分析



(e) 俯仰角识别概率与快拍次数分析



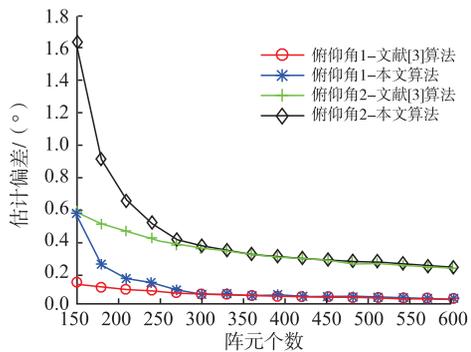
(f) 方位角识别概率与快拍次数分析

图 6 估计参数误差与快拍次数分析

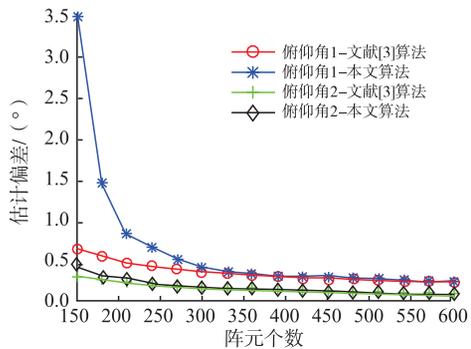
由仿真实验可知,快拍次数的提升对本文算法以及文献[3]中算法的 DOA 估计效果影响十分明显,当快拍数在 3 000 次以上时,估计效果随着快拍的增加变化趋于平缓,但整体估计精度的变化并不如信噪比对估计结果的影响明显。本文算法对俯仰角与方位角的估计效果均未随快拍增加,与文献[3]中算法的实验结果趋势一致。这也说明协方差矩阵分裂造成了数据信息的丢失,影响了所采样本的信息含量,带来的差距不能单纯靠数据累计来补偿。

4.3 估计参数误差与阵元数分析

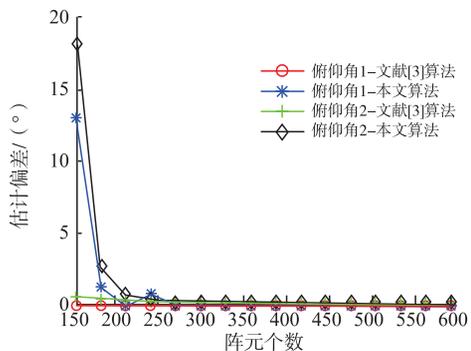
实验条件:阵列结构如图 1 所示,极化幅度比为 5,相差为 30° ,实验执行次数 5 000 次;信噪比 0 dB;快拍次数 200 次;阵元数 150~600 个,步进 30 个。波达方向 1,俯仰角为 65° ,方位角为 80° ;波达方向 2,俯仰角为 75° ,方位角为 90° 。



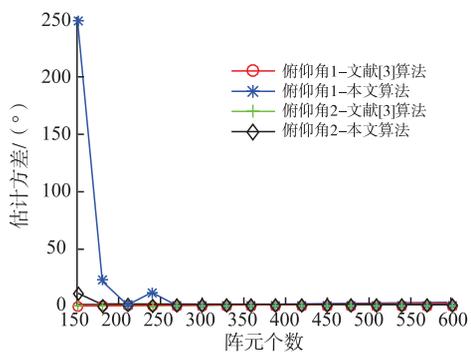
(a)俯仰角估计偏差与阵元个数分析



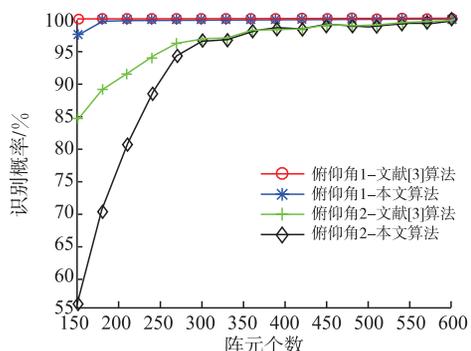
(b)方位角估计偏差与阵元个数分析



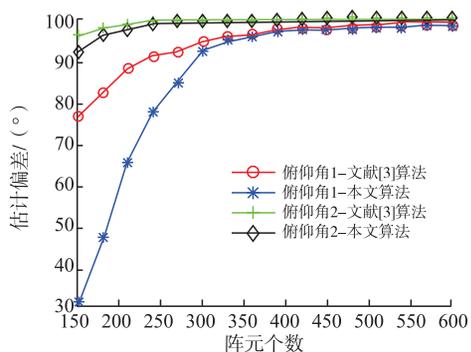
(c)俯仰角估计方差与阵元个数分析



(d)方位角估计方差与阵元个数分析



(e)俯仰角识别概率与阵元个数分析



(f)方位角识别概率与阵元个数分析

图 7 估计参数误差与阵元数分析

由仿真实验可知,阵元个数的增加对参数估计效果的提升十分明显,成功概率、估计偏差以及估计方差均随着阵元个数增加快速变化并与文献[3]中算法的估计效果趋于一致,这也说明参数估计效果对天线口径的变化极其敏感。

4.4 参数估计理论界仿真

实验条件:阵列结构如图 1 所示,极化幅度比为 5,相差为 30°,实验执行次数为 5 000 次;信噪比-5 dB~15 dB,步进 1 dB;阵元数 30 个,快拍次数 100 次;波达方向 1,俯仰角为 65°,方位角为 80°;波达方向 2,俯仰角为 75°,方位角为 90°。文献[3]中算法的参数估计 CRB 推导详见该文献。

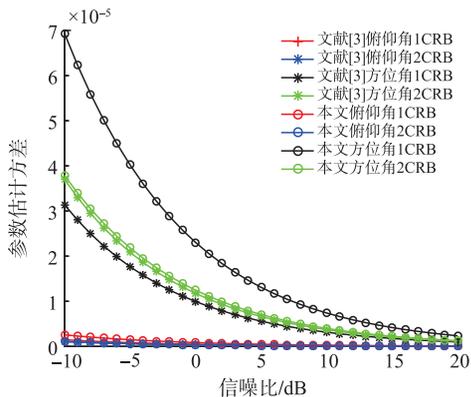


图 8 估计参数的理论界限对比

由仿真结果可知:对协方差矩阵进行实值化处理后,参数的估计性能有损失,估计的理论线均大于实值化处理之前,但随着信噪比的增加,逐步趋于一致。仿真还呈现出俯仰角的估计效果好于方位角,主要原因是图 1 给出的阵列结构中母线上阵元数多于锥体横截面阵元数,所以对俯仰角分辨能力强,方位角分辨能力则差一些。

4.5 算法仿真时间分析

实验条件:阵列结构如图 1 所示,极化幅度比为 5,相差为 30°,信噪比 10 dB;快拍次数为 100 次;运行次数 100 次;波达方向 1,俯仰角为 65°,方位角为 80°;波达 2,俯仰角为 80°,方位角为 95°;阵元数, 150~600,步进 150。

表 2 算法仿真时间对比

阵元个数	150	300	450	600
文献[3]算法的 运算时间/s	0.261 4	0.704 7	1.709 6	3.299 5
本文算法的 运算时间/s	0.179 5	0.436 6	1.019 8	1.864 4
运算提高比/%	31.3	38.0	40.3	43.5

由算法仿真时间对比可以看出,算法经过实值化处理后可显著降低算法复杂度,总体运行时间是文献[3]中所提算法的 60%~70%之间,而且天线规模越大,阵元个数越多,复杂度下降比例越大,充分验证了算法的高效性。

5 结语

本文基于协方差矩阵分裂思想,将快拍数据协方差矩阵实值化处理,给出了一种高效的锥面共形阵列盲极化波达方向估计方法,所提算法将子空间估计过程进行实值化,并通过子阵分割解决了协方差矩阵分裂引起的“镜像模糊”问题,推导了实值盲极化 DOA 估计的克拉美-罗界,对参数估计的理论性能界进行了分析,讨论了算法复杂度改善情况,在保证 DOA 估计精度的前提下有效降低了算法复杂度.计算机仿真表明,新算法在信噪比为 10 dB 时,估计精度与原算法基本一致,而运算量仅为原算法的 60%~70%,验证了算法的有效性。

参考文献

[1] JOSEFSSON L. Conformal Array Antenna Theory and Design[M]. United States:Wiley-IEEE Press, 2006.

[2] RAFFAELLI S, SIPUS Z, KILDAL P S. Analysis and Measurements of Conformal Patch Array Antennas on Multilayer Circular Cylinder[J]. IEEE Transactions on Antennas & Propagation, 2005, 53(3): 1105-1113.

[3] 齐子森,郭英,姬伟峰,等.锥面共形阵列天线盲极化 DOA 估计算法[J].电子学报,2009,37(9): 1919-1925.

[4] ROY R, KAILATH T. ESPRIT-Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques [J]. IEEE Transactions on Acoustics Speech and Signal Processing, 1989, 37(7):984-995.

[5] 刘亚宁,张秦,郑桂妹,等.平面阵列的半实值 MU-

SIC 波达方向估计算法[J].空军工程大学学报(自然科学版),2018,19(3):54-59.

[6] 高晓峰,栗苹,李国林,等.基于互协方差的 L 型嵌套阵列二维波达方向估计[J].兵工学报,2019,40(6):1207-1215.

[7] 闫锋刚,沈毅,刘帅,等.高效超分辨波达方向估计算法综述[J].系统工程与电子技术,2015,37(7): 1465-1475.

[8] 窦慧晶,谢金鑫,孙璐,等.基于协方差拟合的 MI-MO 雷达高精度 DOA 估计算法[J].北京工业大学学报,2020,46(2):22-28.

[9] FU M, ZHENG Z, WANG W Q, et al. Two-dimensional Direction-of-Arrival Estimation for Cylindrical Nested Conformal Arrays [J]. Signal Processing, 2021, 179(2):107838.

[10] XIE Y, HUANG M, ZHANG Y, et al. Two-Stage Fast DOA Estimation Based on Directional Antennas in Conformal Uniform Circular Array [J]. Sensors, 2021, 21(1):276.

[11] 闫锋刚,王军,沈毅,等.基于半实值 Capon 的高效波达方向估计算法[J].电子与信息学报,2015,37(4):811-816.

[12] 吴振,戴继生,朱湘临,等.互耦效应下一种基于实值稀疏表示的波达方向估计算法[J].兵工学报,2015,36(2):294-298.

[13] YAN F G, JIN M, SHUAI L, et al. Real-Valued MUSIC for Efficient Direction Estimation with Arbitrary Array Geometries [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(6):1548-1560.

[14] FRIEDLANDER B, WEISS A J. Direction Finding in the Presence of Mutual Coupling [J]. IEEE Trans AP,1991,39(3):273-284.

[15] 张树银,郭英,齐子森.锥面共形阵列信源方位和极化参数的联合估计算法[J].电子与信息学报,2011,33(10):2407-2412.

[16] 齐子森,郭英,王布宏,等.锥面共形阵列天线相干信源盲极化 DOA 估计算法[J].系统工程与电子技术,2011,33(6):1226-1230.

[17] 刘帅,韩勇,闫锋刚,等.锥面共形阵列极化-DOA 估计的降 MUSIC 算法[J].哈尔滨工业大学学报,2017(5):36-41.

[18] 刘帅,闫锋刚,金铭,等.基于四元数 MUSIC 的锥面共形阵列极化-DOA 联合估计[J].系统工程与电子技术,2016,38(1):1-7.

(编辑:徐楠楠)