

基于小波分形插值算法的大气湍流波前畸变重构

马圣杰^{1,3}, 王 勇^{2,3*}, 郝士琦^{1,3}, 赵青松^{1,3}, 徐晨露⁴, 魏 硕⁵

(1. 国防科技大学脉冲功率激光技术国家重点实验室, 合肥, 230037; 2. 国防科技大学电子对抗学院, 合肥, 230037;
3. 电子制约技术安徽省重点实验室, 合肥, 230037; 4. 32032 部队, 北京, 1000094;
5. 92118 部队北极星船, 浙江舟山, 316000)

摘要 波前传感器自适应光学系统的波前畸变校正效果主要取决于重构波前的精度, 而现有的模式法、区域法等方法重构波前精度较低, 波前畸变校正性能有待提高。针对这一问题, 提出一种基于小波分形插值算法的大气湍流波前畸变重构, 在对原始波前进行小波变换的基础上采用分形插值的方法, 能够有效提高精度, 同时避免高频信息丢失, 最后进行小波逆变换得到重构波前。仿真结果表明, 与传统的最小方差估计算法相比, 该方法重构波前的灰度平均梯度由 0.065 增加到 0.765 4, 均方根误差由 3.249 2 下降到 0.634 6。

关键词 大气湍流; 波前畸变; 波前重构; 小波分形插值

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2022.03.008

中图分类号 TN929.12 **文献标识码** A **文章编号** 1009-3516(2022)03-0047-06

Wavefront Distortion Reconstruction of Atmospheric Turbulence Based on Wavelet Fractal Interpolation Algorithm

MA Shengjie^{1,3}, WANG Yong^{2,3*}, HAO Shiqi^{1,3}, ZHAO Qingsong^{1,3}, XU Chenlu⁴, WEI Shuo⁵

(1. State Key Laboratory of Pluse Laser Technology, National University of Defense Technology, Hefei 230037, China; 2. College of Electronic Engineering, National University of Defense Technology, Hefei 230037, China; 3. Anhui Province Key Laboratory of Electronic Restriction, Hefei 230037, China; 4. Unit 32032, Beijing 100094, China; 5. Unit 92118 Beijixing Boat, Zhoushan 316000, Zhejiang, China)

Abstract The orbital angular momentum carried by the vortex light enables the capacity of the communication system to effectively expand and meet the increasing communication needs of people. However, when the vortex light is transmitted at the atmosphere, the wavefront will be distorted due to the influence of atmospheric turbulence, resulting in an increase of the bit error rate at the receiving end. In order to ensure the reliability of communication, the correction for the distorted wave-front is needed. Adaptive optics technology with wavefront sensors can produce a phase of conjugation with distorted wave-front in counteracting the effects of atmospheric turbulence. The principle is to utilize the wavefront sensor for detecting the wavefront information and reconstructing the wavefront distortion, and finally correcting it by the wavefront corrector. The effect of wavefront distortion correction mainly depends on the accuracy of the reconstructed wavefront. The existing model method, area method and other methods have low accuracy of

收稿日期: 2021-08-20

基金项目: 国家自然科学基金(61571446)

作者简介: 马圣杰(1997—), 男, 湖北随州人, 硕士生, 研究方向为光通信。E-mail: msj19100001@163.com

通信作者: 王 勇(1979—), 男, 安徽合肥人, 教授, 研究方向为空天通信。E-mail: wyeei@126.com

引用格式: 马圣杰, 王勇, 郝士琦, 等. 基于小波分形插值算法的大气湍流波前畸变重构[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2022, 23(3): 47-52. MA Shengjie, WANG Yong, HAO Shiqi, et al. Wavefront Distortion Reconstruction of Atmospheric Turbulence Based on Wavelet Fractal Interpolation Algorithm[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2022, 23(3): 47-52.

reconstructed wave-front. In the paper, a wavefront reconstruction based on wavelet fractal interpolation algorithm is proposed. Compared with the traditional MVE algorithm, the root mean square error of the reconstructed wavefront is reduced from 3.249 2 to 0.634 6, and the reconstructed wavefront error is greatly reduced. At the same time, the accuracy of reconstructed wavefront is also improved.

Key words atmospheric turbulence; wave-front distortion; wavefront reconstruction; wavelet fractal interpolation

1992年Allen等人首次发现涡旋光携带轨道角动量(orbital angular momentum, OAM)^[1],且携带不同模式OAM的涡旋光之间相互正交,并形成一个一维无限大的希尔伯特空间,能够传输无限大比特的信息,可以有效地扩大通信系统的信道容量^[2-4]。然而涡旋光在大气中传输时不可避免会受到大气湍流的影响,使得涡旋光波前发生畸变,导致接收端误码率增加,影响通信系统的性能^[5]。为了确保通信的可靠性,可以对畸变的波前进行校正。

自适应光学(adaptive optics, AO)技术利用相位共轭原理或优化算法补偿波前畸变进而对畸变进行校正^[6]。根据系统结构的不同,可以分为有、无波前传感器的AO系统^[7]。有波前传感器的AO系统对接收到的光束进行波前探测,获得斜率信息,然后对波前进行重构,最后由波前校正器对畸变进行校正,因此波前重构的精度在很大程度上决定了校正效果。现有的波前重构算法有直接斜率法、模式法和区域法^[8]。直接斜率法将波前传感器探测到的信息与变形镜的响应特性建立关系,通过拟合算法直接计算出控制电压信号;模式法的基本原理是将波前展开成不同模式的加权叠加,然后通过探测器对波前斜率进行探测并计算出不同模式的加权系数,最后进行加权叠加,进而把波前相位信息重构出来;区域法则是直接基于各个子孔径测得的波前斜率计算波前相位。

上述波前重构方法得到的重构波前精度不是很高,影响了校正效果,为了取得更好的校正效果,需要提高重构波前的精度。分形插值技术的一个基本特征就是能够展示事物的精细结构,通过提取图像的分形参数,可以实现在任意分辨率下生成逼近图像,提高图像的精度^[9]。然而分形插值技术由于其平滑效应不可避免会造成高频信息的损失,进而导致重构波前的误差变大,为了解决这一问题,本文提出一种基于小波分形插值的波前畸变重构方法。

1 波前畸变自相似性分析

1986年Darnsley提出分形插值算法,该算法克

服了传统插值算法(如双线插值、样条插值等)引起的平滑效应,能够有效提高图像的分辨率和精度,目前该方法已经广泛用于图像处理等领域。为了验证该方法可以用来提高大气湍流引起的波前畸变重构的精度,本文首先对波前畸变进行自相似性分析。

A. P. Pentland等人研究表明自然界中大多数图形服从分形布朗随机(fractal Brownian random, FBR)模型^[12],FBR模型可以表示为:

$$E|B_H(x+\Delta x)-B_H(x)|^2=E|B_H(x+1)-B_H(x)|^2|\Delta x|^{2H} \quad (1)$$

式中: $E|\cdot|$ 表示期望值函数, $|\cdot|$ 表示取模运算符; $B_H(x)$ 表示图像上任意一点的像素值, x 为像素点位置, Δx 表示两个像素点之间的距离; H 为Hurst指数,用来描述分形图像表面的粗糙程度。令 $\sigma^2=E|B_H(x+1)-B_H(x)|^2$,则可将式(1)化简为:

$$\log E|B_H(x+\Delta x)-B_H(x)|^2-2H\log|\Delta x|=\log\sigma^2 \quad (2)$$

通常采用相位结构函数(phase structure function, PSF)描述大气湍流信道中波前畸变的统计特性,其定义为:

$$D_\varphi(\mathbf{r})=E\{[\varphi(\mathbf{p}+\mathbf{r})-\varphi(\mathbf{p})]^2\} \quad (3)$$

式中: \mathbf{p} 和 \mathbf{r} 分别表示接收端波束表面的二维矢量。大气湍流Kolmogorov功率谱对应的PSF表示为:

$$D_\varphi(\mathbf{r})=6.88(|\mathbf{r}|/r_0)^{5/3} \quad (4)$$

式中: r_0 表示大气湍流的相干长度。结合式(2)和(3),大气湍流的PSF函数可写为:

$$\log E|\phi(\mathbf{p}+\mathbf{r})-\phi(\mathbf{p})|^2-2H_\phi\log|\mathbf{r}|=\log\sigma_\phi^2 \quad (5)$$

式中: $H_\phi=5/6$, $\sigma_\phi^2=6.88r_0^{-5/3}$ 。式(5)与式(2)具有相同的表达形式,表明大气湍流导致的波前畸变分布服从FBR模型,因此,采用分形插值方法提高重构波前畸变的精度具有理论上的可行性。

2 小波分形插值原理

分形插值的实质是一种递归中点的位移过程,其基本原理为^[10]:

1)当像素点的坐标位置 (x,y) 均为奇数时,分

形插值后的大小不变;

2)当像素点的坐标位置 (x, y) 均为偶数时,分形插值后的大小变为:

$$B_H(x, y) = \frac{1}{4} [B_H(x-1, y-1) + B_H(x+1, y-1) + B_H(x+1, y+1) + B_H(x-1, y+1)] + \sqrt{1-2^{2H_\phi-2}} \Delta r H_\phi \sigma_\phi g_\phi \quad (6)$$

3)当像素点的坐标位置 (x, y) 为一奇一偶时,分形插值后的大小变为:

$$B_H(x, y) = \frac{1}{4} [B_H(x, y-1) + B_H(x-1, y) + B_H(x+1, y) + B_H(x, y+1)] + 2^{-H_\phi/2} \sqrt{1-2^{2H_\phi-2}} \Delta r H_\phi \sigma_\phi g_\phi \quad (7)$$

式中: g_ϕ 为高斯随机数,且有 $g_\phi \sim N(0, \sigma_\phi)$; Δr 为像素间距。

分形插值技术虽然能够有效提高图像的精度,但对图像的处理并没有涉及频域信息处理,且存在高频信息丢失的问题,本文结合小波变换和分形插值技术对畸变的波前进行重构。

小波变换具有多分辨率分解的能力,在图像分解过程中利用滤波器和高通滤波器能够将图像包含的信息一层一层分解出来。 $M \times N$ 大小的图像 $f(x, y)$ 进行离散小波变换(discrete wavelet transform, DWT)公式为^[11]:

$$W_\varphi(j_0, m, n) = \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \varphi_{j_0, m, n}(x, y) \quad (8)$$

式中: $f(x, y)$ 为原始图像; j_0 为小波变换尺度; $W_\varphi(j_0, m, n)$ 为尺度 j_0 处的近似系数; $\varphi_{j_0, m, n}(x, y)$ 为尺度函数。

二维离散小波变换过程见图 1 上半部分。首先对图像的每一行进行一维 DWT,得到水平方向上的低频分量 L 和 高频分量 H ,然后对变换后图像的每一列进行一维 DWT,得到 4 组分量,即低频分量 LL_1 ,以及水平方向、垂直方向和对角方向的 3 组高频分量 LH_1 、 HL_1 、 HH_1 。二维 DWT 就是在一维 DWT 的基础上对低频分量 LL_1 重复上述步骤,得到 LL_2 、 LH_2 、 HL_2 、 HH_2 这 4 个新的分量。

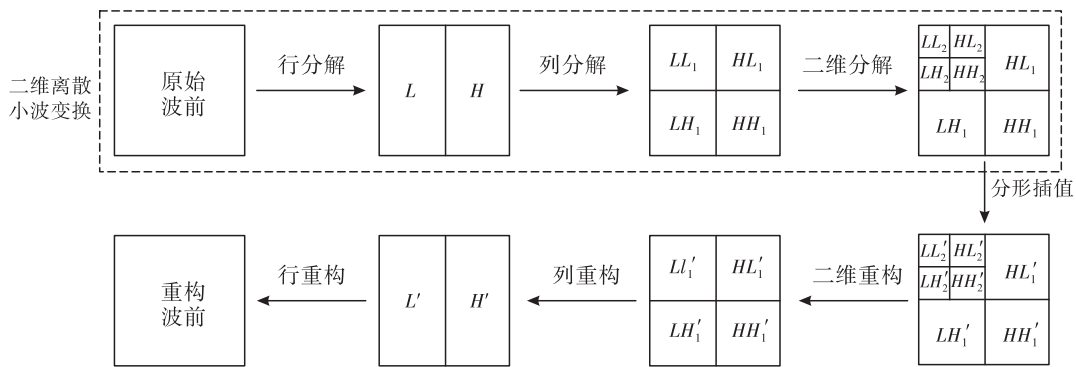


图 1 二维离散小波变换过程及小波分形插值原理图

小波分形插值流程见图 1 下半部分所示,首先对原始波前进行二维 DWT,得到 7 个不同频率的分量,然后对其进行分形插值处理,提高不同频率信息的精度,得到新的 LL'_2 、 HL'_2 、 LH'_2 、 HL'_1 、 LH'_1 、 HH'_1 分量,接着对 LL'_2 、 HL'_2 、 LH'_2 、 HH'_2 4 个分量进行小波逆变换,得到重构的低频分量 LL'_1 ,最后对 LL'_1 、 HL'_1 、 LH'_1 、 HH'_1 进行列重构和行重构,得到重构的波前。

3 仿真结果及分析

本节采用文献[11]中提到的相位屏构造方法生成一组含低频补偿的大气湍流波前畸变相位屏作为输入的原始波前,大气湍流折射率结构常数均值为 $C_n^2 = 2 \times 10^{-15} m^{-2/3}$,波长 632.8 nm,见图 2。图 3 为原始波前经过一维 DWT 后得到的低频分量和高频

分量,从图 3(a)可以看出,原始波前经过一维 DWT 后得到的低频分量能够很好地逼近原始波前,但精度较低,原始波前大部分的细节信息包含在 3 个高频分量中,对其进行分形插值处理能够有效提高其精度,进而提高重构波前的精度。

图 4 为经过小波分形插值后的低频分量和高频分量。对比图 3(a)和图 4(a)可以发现,主观上看,低频分量经过小波分形插值后图像的分辨率有所提高,纹理信息和细节也更加精确。以对角方向的高频分量为例,图 3(d)中高频分量的纹理信息较模糊,且左上角还存在部分信息的丢失,图 4(d)中分形插值后的对角分量包含更多的纹理信息,左上角的信息有所增强,且插值后图像具有更高的分辨率,包含更多的细节信息。根据上述分析,图像经过小波分形插值后,其精度都有一定程度的提升,对高频分量的提升较为明显。

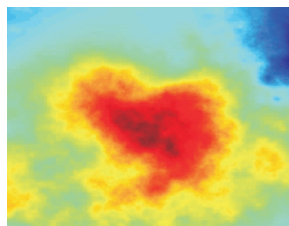


图 2 原始波前

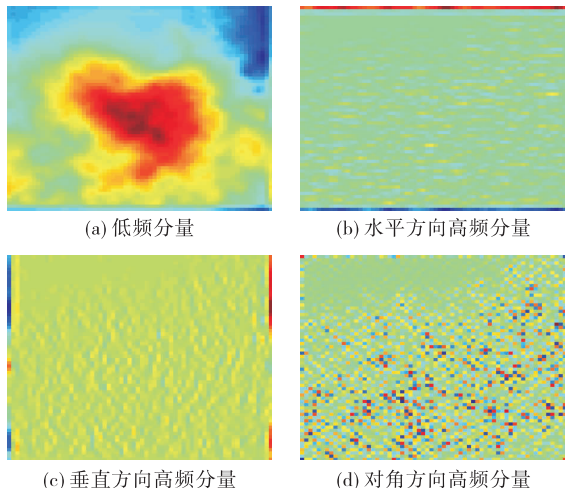


图 3 小波变换后的分量

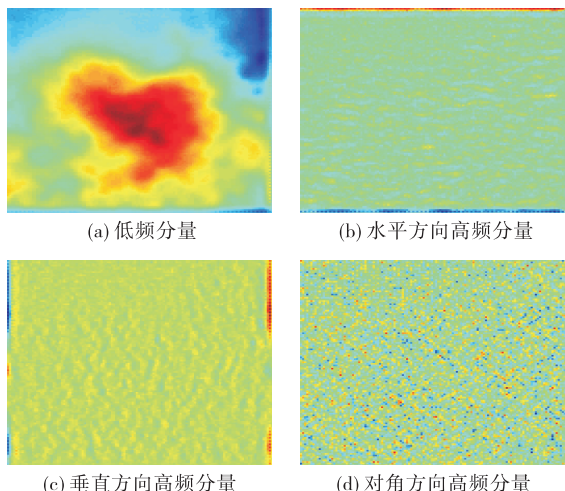


图 4 分形插值后的分量

图 5 为使用传统的最小方差估计 (minimum variance estimation, MVE) 算法^[12]得到的重构波前,图 6 为选取 SymletsA 小波系作为小波基,经过小波分形插值后得到的重构波前,对比 MVE 方法重构得到的波前,本文提到的利用小波分形插值重构得到的波前分辨率和精度有明显的提高,纹理信息和细节也更丰富,能够更好地还原原始波前的信息。

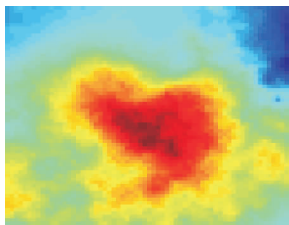


图 5 基于 MVE 算法的重构波前

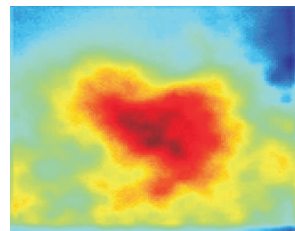


图 6 基于小波分形插值算法的重构波前

本文选取灰度平均梯度^[13] (gray mean grads, GMG)以及均方根误差 (root mean square, RMS)衡量波前重构效果,通常情况下 GMG 越大重构图像效果越好, RMS 越小重构误差越小。

$$\text{GMG} = \frac{1}{(M-1)(N-1)} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N \sqrt{\frac{(f(x,y+1) - f(x,y))^2 + (f(x+1,y) - f(x,y))^2}{2}} \quad (9)$$

$$\text{RMS} = \frac{\sum_i^M \sum_j^N [f_d(x_i, y_j) - f_r(x_i, y_j)]^2}{MN} \quad (10)$$

式中: M 、 N 为图像 $f(x, y)$ 的尺寸; $f_d(x, y)$ 、 $f_r(x, y)$ 分别为畸变波前和重构波前。为减小随机性的影响,本文取多次实验的平均值,使用 MVE 方法得到的重构波前的 GMG 为 0.065,经过小波分形插值后 GMG 增大到 0.378 1,同时重构波前与原始波前的 RMS 也由 3.249 2 减小到 0.635 1。数值计算结果表明使用小波分形插值算法得到的重构波前不仅提高了重构精度也减小了重构过程中的误差。

有波前传感器的自适应光学系统的校正性能除了与波前重构精度有关外,还与波前重构速度有关,波前重构速度越快,校正实时性越好。MVE 算法重构波前耗时为 1.142 s,而小波分形插值算法重构波前耗时为 1.115 s,波前重构速度提高 2.3%,进一步优化了系统的校正性能。

上述结果是选取 SymletsA 小波系作为小波基得到的,为了进一步比较不同小波系在小波分形插值中的性能,选择了其余的几个经典小波函数^[13]进行小波分形插值处理,并计算出对应的 GMG 和 RMS 数值,具体结果如表 1 所示。

整体上看小波分形插值重构得到重构波前的 RMS 基本上都小于 MVE 方法, GMG 都大于 MVE 方法,数值结果表明基于小波分形插值算法的重构波前在提高精度的同时也进一步减小了误差。

表 1 重构波前与原始波前的均方根误差

参数	MVE	wavelet fractal interpolation				
		SymletsA	Haar	Coiflet	Biorthogonal	Daubechies
GMG	0.065 0	0.378 1	0.244 5	0.469 3	0.249 3	0.765 4
RMS	3.249 2	0.635 1	0.426 9	0.708 7	0.436 8	1.218 2

另外采用不同的小波基时波前重构的效果也不一样,从重构效果来看,使用 Haar 小波系时波前效果最差,其次是 Biorthogonal、SymletsA、Coiflet,使用 Daubechies 小波基时重构效果最好;从重构误差角度来看,采用 Haar 系列小波基时效果最好,其次是 Biorthogonal、SymletsA、Coiflet,使用 Daubechies 小波基时效果最差。Daubechies(dbN)小波系是小波分析学者 Inrid Daubechies 构造的,除了 db1 即 Haar 小波外,其他的小波都没有明确的表达式,且小波不具有对称性,即在对信号进行分析和重构时会产生一定的相位失真,因此选取 Daubechies 作为小波基对波前进行重构时 RSM 较大。Coiflet 小波系是 Inrid Daubechies 根据 R. Coifman 的要求构造的,具有 $coifN(N=1,2,3,4,5)$ 这一系列的小波,Coiflet 小波系波形接近对称,因此选取 Coiflet 小波系作为小波基时,重构波前与原始波前的 RSM 小于 Daubechies 小波系。当使用同一个小波函数进行分解和重构时,不能同时满足对称性和重构精度的要求,而采用两个函数则能较好地解决上述问题,Biorthogonal 小波系在对波前进行重构时为了解决对称性和精确信号重构的不相容问题,引入了双正交小波,即采用一个函数对原始波前进行小波分解,然后采用另一个小波函数对波前进行重构,Biorthogonal 小波函数通常可以表示为 $biorNr$ 。Nd 的形式,本文仿真采用 $bior4.4$ 。Symlets 小波系是 Inrid Daubechies 在 Daubechies 小波系的基础上进行改进得来的,通常表示为 $symN(N=2,3,\dots,8)$,与 Daubechies 小波系相比,Symlets 小波系在连续性、支撑长度、滤波器长度等方面与 Daubechies 小波系一致,但 Symlets 小波系具有更好的对称性,一定程度上能够减少对信号进行分析和重构时的相位失真。

上述分析验证了使用小波分形插值方法对波前重构的可行性,且与传统的 MVE 方法相比,使用小波分形插值重构的波前不仅具有较高的分辨率,能够更好地重构出原始波前的纹理信息和细节部分,而且重构的波前与原始波前的 RMS 也比 MVE 方法小,可以确保取得更好的校正效果。

4 结语

涡旋光在大气中传输时不可避免会受到大气湍流的影响,导致波前发生畸变,影响通信系统的通信性能,因此需要对畸变进行校正。有波前传感器的自适应光学系统通过波前传感器对波前进行探测从而重构波前,最后由波前校正器对畸变进行校正。然而现有的重构算法重构波前的精度较低,影响校正效果。为提高重构波前的精度,优化校正效果,本文提出一种基于小波分形插值算法的波前畸变重构。与传统的 MVE 算法相比,本文方法明显提高了波前重构的精度,GMG 由 0.065 提高到 0.765 4,且 RMS 也由 MVE 算法的 3.249 2 减小到了 0.426 9,在提高精度的同时也进一步减小了波前重构的误差。该方法对于提高重构波前精度,优化自适应光学系统校正性能有一定意义。

参考文献:

- [1] ALLEN L, BEIJERSBERGEN M W, SPREEUW R J C, et al. Orbital Angular Momentum of Light and the Transformation of Laguerre-Gaussian Laser modes[J]. *Physical Review A*, 1992, 45(11): 8185-8189.
- [2] MALIK M, O'SULLIVAN M, RODENBURG B, et al. Influence of Atmospheric Turbulence on Optical Communications Using Orbital Angular Momentum for Encoding [J]. *Optics Express*, 2012, 20(12): 13195-13200.
- [3] ZHANG D, FENG X, HUANG Y. Encoding and Decoding of Orbital Angular Momentum for Wireless Optical Interconnects on Chip[J]. *Optics Express*, 2012, 20(24): 26986-26995.
- [4] FU S, ZHAI Y, ZHOU H, et al. Experimental Demonstration of Free-Space Multi-State Orbital Angular Momentum Shift Keying[J]. *Optics Express*, 2019, 27(23): 33111-33119.
- [5] OU J, HU M, LI F, et al. Average Capacity of Wireless Optical Links Using Laguerre-Gaussian Beam Through Non-Kolmogorov Turbulence Based on Generalized Modified Atmospheric Spectral Model[J]. *Optics Communications*, 2019, 452: 487-493.
- [6] LI S, WANG J. Compensation of A Distorted N-Fold Or-

- bital Angular Momentum Multicasting Link Using Adaptive Optics[J]. *Optics Letters*, 2016, 41(7): 1482-1485.
- [7] 王婷婷. 自由空间光通信中的波前畸变补偿方法研究[D]. 吉林:吉林大学,2017.
- [8] 许泽帅,羊毅,兰卫华,等. 直接斜率法畸变波前校正的研究[J]. *激光与光电子学进展*,2014,51(4):32-36.
- [9] 谢文科,高穹,马浩统,等. 基于模型选择的模式波前重构算法研究[J]. *物理学报*,2015,64(14):149-154.
- [10] SOUTHWELL W H. Wave-Front Estimation From Wave-Front Slope Measurements[J]. *JOSA*, 1980, 70(8): 998-1006.
- [11] 张灿,涂国防,刘笑宙. 小波分形插值应用于遥感图像处理[J]. *计算机研究与发展*,2005(2):247-251.
- [12] LIM S C, TEO L P. Gaussian Fields and Gaussian Sheets with Generalized Cauchy Covariance Structure [J]. *Stochastic Processes & Their Applications*, 2012, 119(4):1325-1356.
- [13] 李宇,黄勇,黄海宁,等. 基于快速小波分形插值的声纳图像缩放算法[J]. *应用声学*,2008(4):264-267.
- [14] 凌翔,黄榜,黄良俊,等. 基于改进二维离散小波变换的多车牌定位[J]. *重庆交通大学学报(自然科学版)*, 2020,39(2):16-21.
- [15] ZHANG D, HAO S, ZHAO Q, et al. Atmospheric Turbulence Phase Screen Modeling Method Based on Sub-Bands Division and Multirate Sampling [J]. *Optik*, 2018, 163: 72-80.
- [16] PARIDAR R, MOZAFFARZADEH M, MEHRMOMMADI M, et al. Photoacoustic Image Formation Based on Sparse Regularization of Minimum Variance Beamformer[J]. *Biomedical Optics Express*, 2018, 9(6): 2544-2561.
- [17] 吴章平,刘本永. 基于灰度平均梯度和粒子群优化的散焦图像模糊参数估计[J]. *计算机应用*,2016,36(4): 1111-1114.
- [18] 于虹,甄彤. 基于小波阈值去噪的最优小波基选择研究[J]. *现代电子技术*,2021,44(17):86-89.

(编辑:徐敏)

(上接第 40 页)

- [12] BJORNSON E, OZDOGAN O, Larsson E G. Intelligent Reflecting Surface Versus Decode-and-Forward: How Large Surfaces are Needed to Beat Relaying? [J]. *IEEE Wireless Communication Letters*, 2020, 9(2):1-5.
- [13] HUANG C, ZAPPONE A, ALEXANDROPOULOS G C, et al. Reconfigurable Intelligent Surfaces for Energy Efficiency in Wireless Communication[J]. *IEEE Transactions Wireless Communications*, 2019, 18(8): 4157-4170.
- [14] JIANG W H, CHEN B L, ZHAO J, et al. Joint Active and Passive Beamforming Design for the IRS-Assisted MIMOME-OFDM Secure Communications[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*,2021,70(10):10369-10381.
- [15] YU X, XU D, SCHOBBER R. MISO Wireless Communication Systems via Intelligent Reflecting Surfaces [C]//2019 IEEE/CIC International Conference on Communications in China (ICCC). Changchun:IEEE, 2019:735-740.
- [16] KHISTI A, WORNELL G W. Secure Transmission with Multiple Antennas I: The MISO WIRETAP Channel[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*,2010,56(7):3088-3104.
- [17] GUO H, LIANG Y, CHEN J, et al. Weighted Sum-Rate Maximization for Reconfigurable Intelligent Surface Aided Wireless Networks[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2020, 19(5): 3064-3076.
- [18] YU X, XU D, SCHOBBER R. Enabling Secure Wireless Communications via Intelligent Reflecting Surfaces[C]//2019 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM). Waikoloa, HI, USA;IEEE, 2019:1-6.
- [19] NING B, CHEN Z, CHEN W, et al. Improving Security of THz Communication with Intelligent Reflecting Surface[C]//2019 IEEE Globecom Workshops. Waikoloa, HI, USA;IEEE, 2019:1-6.
- [20] GOLUB G, LOAN C. *Matrix Computations*[M]. 3rd Ed. Baltimore, MD: Johns Hopkins University Press, 1996.
- [21] SHEN K, YU W. Fractional Programming for Communication Systems-Part I: Power Control and Beamforming[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018,66(10):2616-2630.
- [22] FENG K, LI X, HAN Y, et al. Physical Layer Security Enhancement Exploiting Intelligent Reflecting Surface[J]. *IEEE Communications Letters*, 2021,25(3):734-738.
- [23] SAEIDI M A, EMADI M. J. IRS-Based Secrecy Rate Analysis in Presence of an Energy Harvesting Eavesdropper[C]//2020 Iran Workshop on Communication and Information Theory (IWCIT). Tehran, Iran: IEEE, 2020:1-5.

(编辑:徐楠楠)