

基于 TR 技术的 sin-FDA-MIMO 距离角度联合估计

丁梓航, 谢军伟, 齐 铖

(空军工程大学防空反导学院, 西安, 710051)

摘要 多输入多输出正弦频控阵雷达能够对目标在空间中的距离和角度进行二维估计, 如何提高估计精度尤为重要。为了提高 sin-FDA-MIMO 目标距离角度联合估计精度, 引入时间反转技术, 利用信号多路径传播的空间多样性来提高距离角度估计算法的性能。首先分析了 sin-FDA-MIMO 的接收信号模型, 然后推导了基于 TR 技术的 sin-FDA-MIMO 雷达的接收信号模型, 对两种信号接收模型分别采用 Capon 和 MUSIC 算法进行单目标和双目标距离和角度的估计。最后通过仿真验证了该方法的有效性和正确性。

关键词 距离角度估计; 频控阵; 时间反转; MIMO 雷达

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2021.06.015

中图分类号 TN958.5 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2021)06-0097-06

A Joint Range and Angle Estimation of sin-FDA-MIMO Based on TR Technology

DING Zihang, XIE Junwei, QI Cheng

(Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract The multiple-input multiple-output (MIMO) sin frequency diverse array (sin-FDA) radar being capable of estimating the angle and range of targets, how to improve the accuracy of two-dimensional estimation is still a question. For this reason, time reversal (TR) technology is introduced to utilize the spatial diversity of multipath propagation for improving the performance of range-angle estimation algorithm. At first, the receive signal model of the sin-FDA-MIMO is analyzed. Then, the receive signal model of the sin-FDA-MIMO is derived based on TR technology. The Capon and MUSIC algorithms are used to estimate both the range and angle of single target and two targets respectively for two kinds of signal receive models. Finally, the correctness of the conclusion is verified by simulation.

Key words range-angle estimation; frequency diverse array; time reversal; MIMO radar

自频控阵(frequency diverse array, FDA)这一概念被 ANTONIK. P 等人^[1]于 2006 年提出, 近年来许多学者对 FDA 雷达进行了系统的综述并提出了其发展方向^[2-4]。与相控阵不同的是, FDA 雷达在每个阵元处引入一个微小的频偏, 使得其波束方向图具有角度-距离二维相关性, 但其方向图存在角

度和距离耦合。文献[5]提出了一种采用非均匀频偏的解耦方法, 文献[6]提出了一种采用对数频偏的解耦方法, 文献[7]提出了一种基于子阵阵列的解耦方法, 文献[8]提出了基于遗传算法的解耦方法。

多输入多输出(multiple-input multiple-output, MIMO)雷达是一种新体制雷达, 文献[9]将

收稿日期: 2021-05-27

基金项目: 国家自然科学基金(62001506)

作者简介: 丁梓航(1997—), 男, 四川江油人, 硕士生, 研究方向为阵列信号处理。E-mail: dingzihang0831@163.com。

引用格式: 丁梓航, 谢军伟, 齐铖. 基于 TR 技术的 sin-FDA-MIMO 距离角度联合估计[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2021, 22(6): 97-102. DING Zihang, XIE Junwei, QI Cheng. A Joint Range and Angle Estimation of sin-FDA-MIMO Based on TR Technology[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2021, 22(6): 97-102.

FDA引入MIMO雷达中,产生了FDA-MIMO雷达信号发射和接收模型;文献[10]在FDA-MIMO中引入了一种对数的非线性频偏,文献[11]引入了一种正弦频偏,两种方法都解决了距离的周期性问题;文献[12]提出了FDA-MIMO的波束形成算法。相比于MIMO雷达只能对角度进行估计,FDA-MIMO雷达能够对空间中目标的角度和距离进行二维估计。如何提高FDA-MIMO雷达对目标角度和距离的估计精度也成为了研究的重点。目前大多数研究中都建立在直达波模型上的波达方向(direction of arrival, DOA)估计算法,估计的精度受信噪比影响较大。

时间反转(time reversal, TR)技术来自于对光学相位共轭法的研究^[13]。近年来很多研究人员将TR技术与雷达技术相结合^[14-15],文献[16]中提出将TR技术引入了MIMO雷达,建立了TR-MIMO模型。文献[17-18]将该技术运用于MIMO雷达目标估计领域,提高了目标估计精度。文献[19]将TR技术引入到FDA-MIMO中,但普通FDA-MIMO存在距离的模糊性,在对目标距离估计时易造成距离的多值性。图1是普通FDA的波束方向图,可以观察到其在距离上呈现周期性,造成距离模糊。图2是sin-FDA的波束方向图,引入sin函数的非线性频偏,消除了波束图在距离上的模糊,实现了距离的单值性。

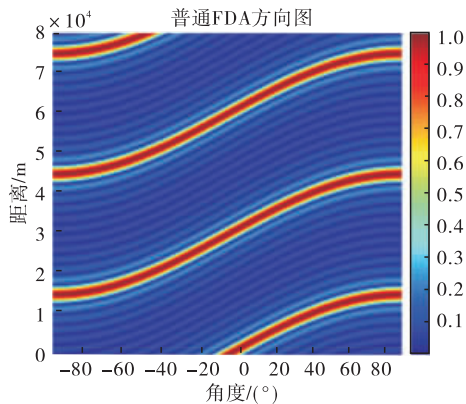


图1 普通FDA波束图

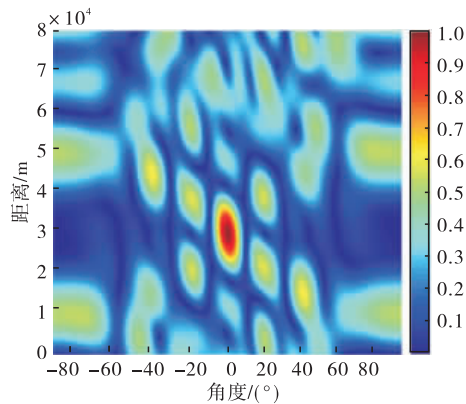


图2 sin-FDA波束图

本文主要研究TR技术对sin-FDA-MIMO的DOA估计精度的影响。

1 sin-FDA-MIMO 雷达接收信号模型

为不失一般性,假设sin-FDA-MIMO雷达发射部分与接收部分位于同一位置且都为均匀线性阵列。sin-FDA-MIMO雷达发射阵元个数为M,接收阵元个数为N,阵元间距均为d,阵元间的频率增量为Δf。sin-FDA-MIMO雷达发射接收模型结构如图3所示。

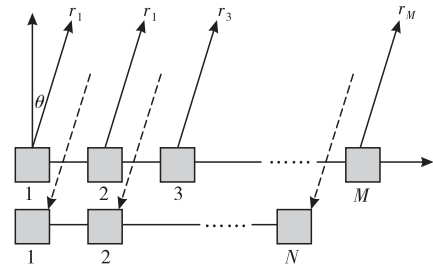


图3 sin-FDA-MIMO模型

发射阵列上第*i*个阵元发射的信号为:

$$f_i(t) = s_i(t)e^{j2\pi[f_0 + \sin(i-1)\Delta f]t} \quad (1)$$

式中: $s_i(t)$ 为第*i*个发射阵元的发射波形。

假设目标符合远场条件,且有*K*个远场目标,则sin-FDA-MIMO第*j*个接收阵元接收到的信号为:

$$r_j(t) = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^M \mu_k f_i(t - \tau_{i,j}^k) + n_j(t) \quad (2)$$

式中: μ_k 表示第*k*个目标对应路径损耗系数; $\tau_{i,j}^k$ 表示第*i*个发射阵元发射信号经过第*k*个目标对应路径到第*j*接收阵元的时间延迟; $s_i(t)$ 为第*i*个发射阵元的发射波形。 $n_j(t)$ 是加性高斯白噪声,其功率谱密度为 δ_j^2 。由于目标符合远场目标假设,因此目标对应的路径损耗只与目标*k*有关,与发射与接收单元无关。

$$\tau_{i,j}^k =$$

$$\frac{2R_k - d(i-1)\sin(\theta_k) - d(j-1)\sin(\theta_k)}{c} \quad (3)$$

式中: R_k 为第*k*个远场目标与阵列的距离; θ_k 为第*k*个远场目标与阵列的夹角; c 为光速。假设阵元的发射信号为窄带信号,则有:

$$s(t - \tau_{i,j}^k) \approx s(t) \quad (4)$$

假设各阵元发射信号的波形相互正交,满足:

$$\int_{T_p} f_m(t) f_n^*(t - \tau) dt = \begin{cases} 0, & m \neq n \\ 1, & m = n \end{cases}, \forall \tau \in T_p \quad (5)$$

式中: τ 表示在脉冲持续时间内的时移。经过接收机内部的匹配滤波处理,可以得到接收信号导向矢量信息。对应的接收导向矢量和发射导向矢量的表

达式分别为:

$$\mathbf{b}(\theta_k) = \left[1, \exp \left\{ j2\pi \frac{d}{\lambda} \sin \theta_k \right\}, \dots, \exp \left\{ j2\pi \frac{(N-1)d}{\lambda} \sin \theta_k \right\} \right]^T \quad (6)$$

$$\mathbf{a}_r(r_k) = \left[1, \exp \left\{ -j4\pi \frac{\sin(1)\Delta f R_k}{c} \right\}, \dots, \exp \left\{ -j4\pi \frac{\sin(M-1)\Delta f R_k}{c} \right\} \right]^T \quad (7)$$

$$\mathbf{a}_\theta(\theta_k) = \left[1, \exp \left\{ j2\pi \frac{d}{\lambda} \sin \theta_k \right\}, \dots, \exp \left\{ j2\pi \frac{(M-1)d}{\lambda} \sin \theta_k \right\} \right]^T \quad (8)$$

$$\mathbf{a}(\theta_k, r_k) = \mathbf{a}_r(r_k) \odot \mathbf{a}_\theta(\theta_k) \quad (9)$$

式中: \odot 表示Hardamard积。对应目标信号矢量表达式如下:

$$\mathbf{y} = \sum_{k=1}^K \mu_k \mathbf{b}(\theta_k) \otimes \mathbf{a}(\theta_k, r_k) + \mathbf{N} \quad (10)$$

式中: \otimes 表示Kronecker积; $\mathbf{N} \in \mathbf{C}^{MN \times 1}$,是信号的噪声空间; $\mathbf{b}(\theta_k) \in \mathbf{C}^{N \times 1}$ 是信号接收矢量; $\mathbf{a}(\theta_k, r_k) \in \mathbf{C}^{M \times 1}$ 为发射矢量。

由此,式(2)可以重新写为:

$$\mathbf{r}(t) = \sum_{k=1}^K \mu_k \mathbf{b}(\theta_k) \mathbf{a}^T(\theta_k, r_k) \mathbf{f}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (11)$$

式中:接收信号矩阵表达式为 $\mathbf{r}(t) = [r_1(t), r_2(t), \dots, r_N(t)]^T$;发射信号向量表达式为 $\mathbf{f}(t) = [f_1(t), f_2(t), \dots, f_M(t)]^T$ 。

2 基于TR的接收信号模型

在sin-FDA-MIMO中,将接收矩阵 $\mathbf{r}(t)$ 经过共轭,时间反转后再次发射,则再次发射的探测信号可以表示为:

$$\mathbf{r}^*(-t) = \sum_{k=1}^K \mu_k \mathbf{b}^*(\theta_k) \mathbf{a}^H(\theta_k, r_k) \mathbf{f}^*(-t) \quad (12)$$

sin-FDA-MIMO再次接收到的信号为:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}\mathbf{r}(t) &= \sum_{k'=1}^K \mu_{k'} \mathbf{a}(\theta_{k'}, r_{k'}) \mathbf{b}^T(\theta_{k'}) \mathbf{r}^*(-t) + \mathbf{w}(t) = \\ &= \sum_{k'=1}^K \sum_{k=1}^K \mu_{k'} \mu_k^* \mathbf{a}(\theta_{k'}, r_{k'}) \mathbf{b}^T(\theta_{k'}) \mathbf{b}^*(\theta_k) \cdot \\ &= \mathbf{a}^H(\theta_k, r_k) \mathbf{f}^*(-t) + \mathbf{v}(t) \end{aligned} \quad (13)$$

式中: $\mathbf{w}(t)$ 是TR探测时的噪声; $\mathbf{v}(t)$ 是探测信号中的噪声 $\mathbf{n}(t)$ 与 $\mathbf{w}(t)$ 的复合噪声。将 $\mathbf{r}\mathbf{r}(t)$ 经过匹配滤波处理后的目标信号矢量为:

$$\mathbf{y}\mathbf{r} = N \sum_{k=1}^K |\mu_k|^2 \mathbf{a}^*(\theta_k, r_k) \otimes \mathbf{a}(\theta_k, r_k) + \tilde{\mathbf{N}} \quad (14)$$

式中: $\tilde{\mathbf{N}} \in \mathbf{C}^{MM \times 1}$ 是信号的噪声空间。

3 基于TR的距离角度联合估计

3.1 Capon算法

Capon算法原理是在维持期望目标空间位置信号功率不变的基础上,使得噪声及期望目标空间位置以外的干扰信号功率最小。Capon算法的空间谱可写为:

$$P_{\text{Capon}} = \frac{1}{\mathbf{a}_x^H(\theta_k, R_k) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}_x(\theta_k, R_k)} \quad (15)$$

通过式(14)对功率谱谱峰进行搜索可得对应的角度和距离。

对于sin-FDA-MIMO普通接收信号模型,式(14)中的 $\mathbf{a}_x = \mathbf{b}(\theta_k) \otimes \mathbf{a}(\theta_k, r_k)$ 。

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{y}\mathbf{y}^H] \quad (16)$$

对于TR的sin-FDA-MIMO接收信号模型,式(15)中的 $\mathbf{a}_x = \mathbf{a}^*(\theta_k, r_k) \otimes \mathbf{a}(\theta_k, r_k)$ 。

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{y}\mathbf{r}\mathbf{r}^H \mathbf{y}\mathbf{r}] \quad (17)$$

sin-FDA-MIMO雷达的DOA估计实现了目标角度和距离的二维估计,使得对目标在空间中定位变为可能。

TR-Capon算法较常规Capon算法,显著提高了目标参数估计的精度。同时,该算法利用回波信号,使其在目标处具有聚焦特性。这些表明基于TR的DOA估计算法具有良好的效果。

3.2 MUSIC算法

阵列协方差矩阵 \mathbf{R} 经过特征值分解可化为信号空间和噪声空间两部分。

$$\mathbf{R} = \mathbf{U}_S \mathbf{\Lambda}_S \mathbf{U}_S^H + \mathbf{U}_N \mathbf{\Lambda}_N \mathbf{U}_N^H \quad (18)$$

由噪声特征矢量与和信号特征矢量正交关系,得到空间谱表达式:

$$P_{\text{MUSIC}} = \frac{1}{\mathbf{a}_x^H(\theta_k, R_k) \mathbf{U}_N \mathbf{U}_N^H \mathbf{a}_x(\theta_k, R_k)} \quad (19)$$

对于sin-FDA-MIMO接收信号模型,式(19)中的 $\mathbf{a}_x = \mathbf{b}(\theta_k) \otimes \mathbf{a}(\theta_k, r_k)$,阵列协方差矩阵形如式(15)所示。

对于TR sin-FDA-MIMO接收信号模型,式(19)中的 $\mathbf{a}_x = \mathbf{a}^*(\theta_k, r_k) \otimes \mathbf{a}(\theta_k, r_k)$,阵列协方差矩阵形式如(17)所示。

4 仿真试验

为了对比sin-FDA-MIMO与基于TR技术的sin-FDA-MIMO雷达距离角度估计特性,分别针对单目标和双目标进行仿真实验。设发射阵列阵元数为10,接收阵列阵元数为10。阵列阵元间距 $d = \lambda/2$,

载频 $f_0 = 9$ GHz, 频率增量 $\Delta f = 10$ kHz, 信噪比为 0 dB, 快拍数 $L = 200$ 。

4.1 单目标

假设目标位置位于 $(30^\circ, 50 \text{ km})$, 图 4 为 sin-FDA-MIMO 的 Capon 谱 MUSIC 谱、TR-Capon 谱和 TR-MUSIC 谱。图 5 为 4 种距离角度估计算法的均方根误差(RMSE)比较。设置 300 次蒙特卡洛试验, 信噪比间隔设置为 2 dB。

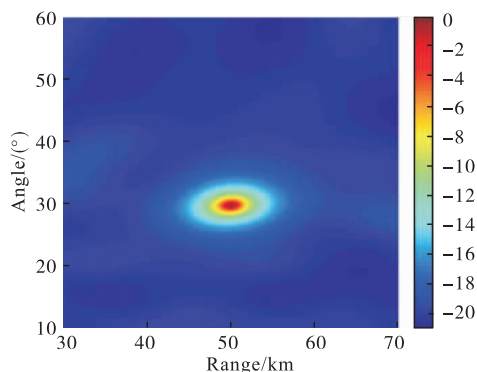
计算角度 RMSE 公式如下:

$$RMSE_\theta = \sqrt{\frac{1}{KL} \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K (\theta_{l,k} - \theta_k)^2} \quad (20)$$

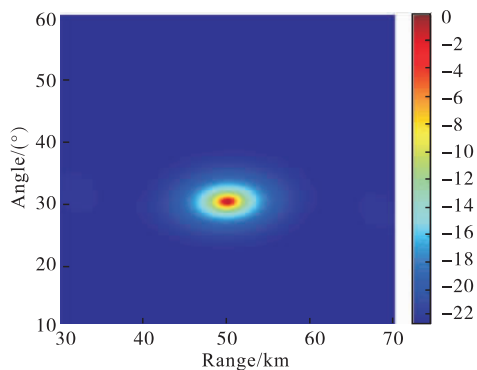
计算距离 RMSE 公式如下:

$$RMSE_r = \sqrt{\frac{1}{KL} \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K (r_{l,k} - r_k)^2} \quad (21)$$

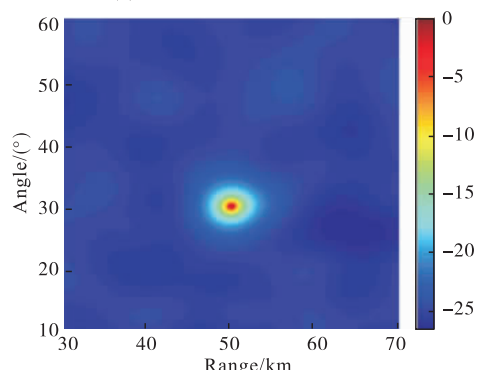
式中: L 为蒙特卡洛实验次数; $\theta_{l,k}, r_{l,k}$ 分别表示在第 l 次蒙特卡罗实验中第 k 个目标的角度和距离估计值。



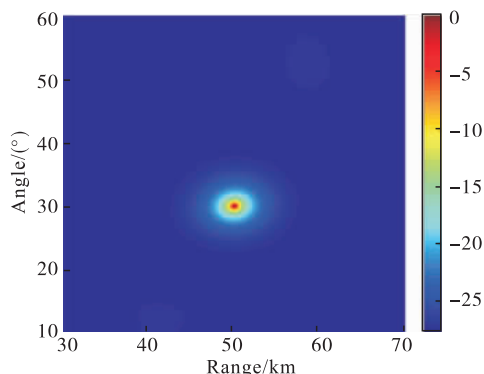
(a) sin-FDA-MIMO Capon谱



(b) sin-FDA-MIMO MUSIC谱

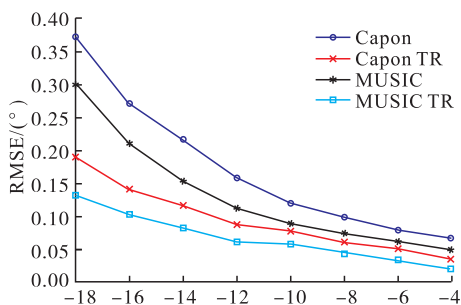


(c) sin-FDA-MIMO TR-Capon谱

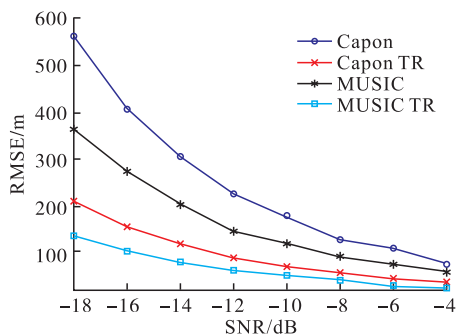


(d) sin-FDA-MIMO TR-MUSIC谱

图 4 单目标距离角度估计



(a) 角度估计



(b) 距离估计RMSE

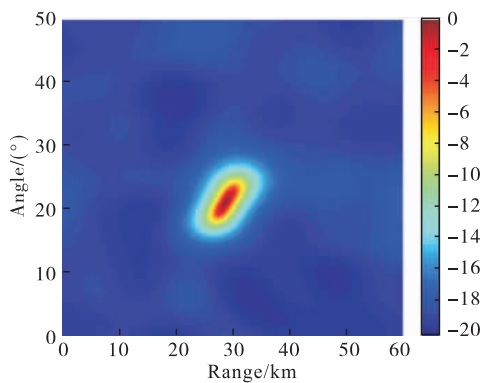
图 5 均方根误差变化情况

从图 4 可以看出 4 种 DOA 估计方法得到的不同样式的空间谱, TR-Capon 和 TR-MUSIC 得到的空间谱与常规接收信号模型下的 Capon 和 MUSIC 算法相比, 具有更高的空间估计聚集性和更低的旁瓣分布。

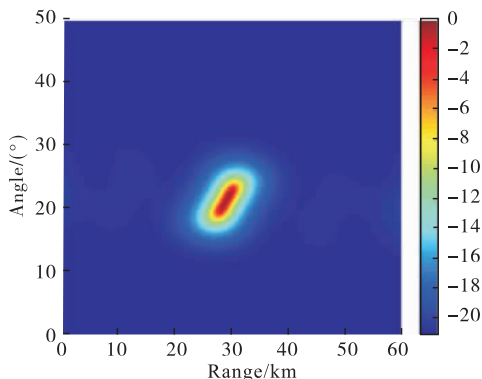
图 5 实验结果显示 TR-Capon 和 TR-MUSIC 在角度和距离估计的 RMSE 都较 Capon 和 MUSIC 算法有明显的下降, 验证了 TR 技术对提高 DOA 估计的有效性。

4.2 空间位置接近的双目标

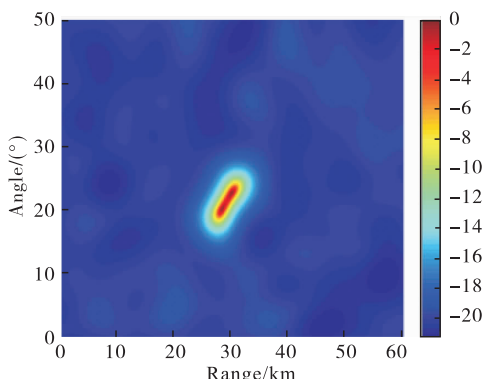
假设目标位置位于 $(20^\circ, 28 \text{ km})$ 和 $(23^\circ, 30 \text{ km})$, 图 6 为处于相近空间位置的两个目标的空间谱估计。可以看出普通 Capon 和 MUSIC 的空间谱分辨不出空间中的两个目标, 而基于 TR 技术的 Capon 和 MUSIC 的空间谱则能够明显区分。



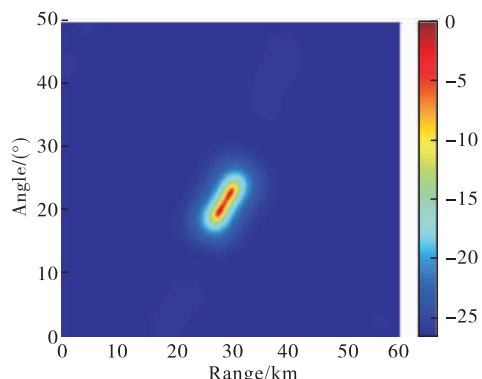
(a) sin-FDA-MIMO Capon谱



(b) sin-FDA-MIMO MUSIC谱



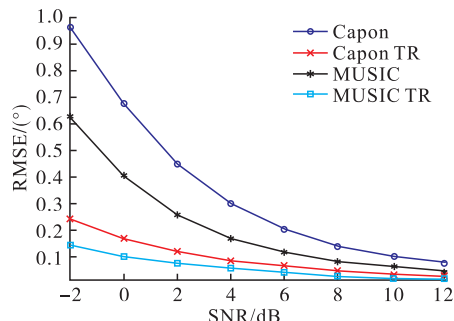
(c) sin-FDA-MIMO TR-Capon谱



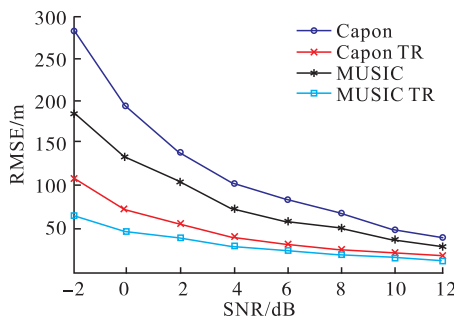
(d) sin-FDA-MIMO TR-MUSIC谱

图 6 双目标距离角度估计

图 7 为 4 种参数估计算法在不同信噪比条件下的均方根误差(RMSE)比较。设置 300 次蒙特卡洛试验,信噪比间隔设置为 2 dB。图 7 定量地说明了 TR 技术对相近空间位置的两个目标的空间估计能力有显著提高。



(a) 角度估计 RMSE



(b) 距离估计 RMSE

图 7 均方根误差变化情况

5 结语

TR 技术对于 sin-FDA-MIMO 的距离角度联合估计精度有较显著的提高,且对于空间位置相近的目标有较强的分辨能力。

本文建立了 sin-FDA-MIMO 模型,该模型可以实现在距离和角度上进行二维估计。在传统 Capon 和 MUSIC 算法的基础上,将 TR 技术分别融入这 2 种算法,并对这 4 种算法进行了距离角度估计精度的比较,通过计算不同信噪比下各算法的 RMSE,验证了 TR 技术对提高二维估计精度的有效性,为提高 sin-FDA-MIMO 雷达在距离和角度估计精度提供了一定的参考。

参考文献:

[1] ANTONIK P, WICKS W C, GRIFFITHS H D, et al. Frequency Diverse Array Radars[C]//Proceedings of the IEEE Radar Conference, Verona, NY: IEEE, 2006:470-475.

[2] WANG W Q. Overview of Frequency Diverse Array in Radar and Navigation Applications[J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2016, 10(6): 1001-1010.

[3] 王文钦, 陈慧, 郑植, 等. 频控阵雷达技术及其应用研究进展[J]. 雷达学报, 2018, 7(2): 153-166.

[4] 许京伟, 朱圣棋, 廖桂生, 等. 频率分集雷达技术探讨[J]. 雷达学报, 2018, 7(2): 167-182.

[5] GAO K, WANG W Q. Decoupled Frequency Diverse

- Array Range-Angle-Dependent Beampattern Synthesis Using Non-Linearly Increasing Frequency Offsets[J]. IET Microwaves, Antennas & Propagation, 2016, 10(8): 880-884.
- [6] KHAN W, QURESHI I M, SAEED S. Frequency Diverse Array Radar with Logarithmically Increasing Frequency Offset [J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2015, 14:499-502.
- [7] XU Y, SHI X, XU J, et al. Range-Angle-Decoupled Beampattern Synthesis with Subarray-Based Frequency Diverse Array[J]. Digital Signal Processing, 2017, 64:49-59.
- [8] XIONG J, WANG W Q, SHAO H Z, et al. Frequency Diverse Array Transmit Beampattern Optimization with Genetic Algorithm[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2017, 16:469-472.
- [9] XU J W, LIAO G S, ZHU S Q, et al. Deceptive Jamming Suppression with Frequency Diverse MIMO Radar[J]. Signal Processing, 2015, 113:9-17.
- [10] WAISM K, IJAZ M Q, ABDUL B, et al. Performance Analysis of MIMO-Frequency Diverse Array Radar with Variable Logarithmic Offsets[J]. Progress in Electromagnetics Research, 2016, 62:23-34.
- [11] 王博, 谢军伟, 张晶, 等. 基于非线性频偏的频控阵波束控制研究[J]. 北京理工大学学报, 2019, 39(3): 311-319.
- [12] WANG W Q. Phased-MIMO Radar with Frequency Diversity for Range-Dependent Beamforming [J]. IEEE Sensors Journal, 2013, 13(4):1320-1328.
- [13] 杨伏洲, 王海燕, 申晓红, 等. 基于时间反转的非均匀线列超指向性阵元分布模型[J]. 上海交通大学学报, 2013, 47(12):1907-1917.
- [14] 王晔然. 时间反演技术及其在雷达中的应用[D]. 西安:西安电子科技大学, 2017.
- [15] 周帅. 基于时间反转的目标定位研究[D]. 西安:西安电子科技大学, 2015.
- [16] FOROOZAN F, ASIF A, JIN Y, et al. Direction Finding Algorithms for Time Reversal MIMO Radars [C]//Proceedings of the IEEE statistical Signal Processing Workshop. Nice, France: IEEE, 2011: 433-436.
- [17] JIN Y, MOURAJ. Time Reversal Adaptive Waveform in MIMO Radar[C]//Proceedings of 2010 International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications, 2010:741-744.
- [18] 刘梦波, 胡国平, 师俊朋, 等. 基于 TR MIMO 雷达的相干目标 DOA 估计[J]. 弹箭与制导学报, 2018, 38(6):109-112.
- [19] MU T, SONG Y L. Target Range-Angle Estimation Based on Time Reversal FDA-MIMO Radar[J]. International Journal of Microwave and Wireless Technologies, 2020, 12(4):267-75.

(编辑:徐敏)