

兼具高自由度低互耦的间距约束稀疏阵列设计

岳世杰¹, 胡国平¹, 师俊朋², 周豪¹, 占成宏¹

(1. 空军工程大学防空反导学院, 西安, 710051; 2. 国防科技大学电子对抗学院, 合肥, 230000)

摘要 针对传统稀疏阵列难以实现孔径和互耦同步优化导致测向误差的问题, 设计了一种兼具高自由度低互耦的间距约束稀疏阵列。该阵列由四段均匀线阵以一定间隔首尾相连构成, 约束每段均匀线阵的阵元间距以及各段均匀线阵之间的间距尽可能大, 形成了3段稀疏的均匀线阵和1段密布的线阵, 有效减少了阵元间的互耦效应, 基于该阵列推导了物理阵元位置、差联合阵列的闭式解以及自由度的闭式解。与相同阵元数的传统稀疏阵列以及改进稀疏阵列相比, 设计的间距约束稀疏阵列拥有更大的孔径、更低的互耦以及更多的连续虚拟阵元, 通过实验仿真验证了间距约束稀疏阵列的优越性。

关键词 间距约束稀疏阵列; 自由度; 互耦; 波达方向估计

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2021.04.011

中图分类号 TN953 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2021)04-0070-08

An Inter-Element Spacing Restriction Array Design with High Degree of Freedom and Low Mutual Coupling

YUE Shijie¹, HU Guoping¹, SHI Junpeng², ZHOU Hao¹, ZHAN Chenghong¹

(1. Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China;
2. College of Electronics Countermeasure, National University of Defense Technology,
Hefei 230000, China)

Abstract Aimed at the problem that the traditional sparse array is hard to realize direction finding error caused by the synchronization optimization of aperture and mutual coupling, an inter-element spacing restriction array with high degree of freedom and low mutual coupling is designed. The array is composed of four uniform linear arrays connected from beginning to end at a certain interval, and the restriction at which the array element spacing of each uniform linear array and the space between each uniform linear array are as large as possible is done, thus forming three sparse uniform linear arrays and one dense linear array, and effectively reducing the mutual coupling effect among array elements. Based on this array, the closed solutions of physical array element position and difference joint array and the closed solutions of degree of freedom are derived. Compared with the traditional and improved sparse arrays with the same number of array elements, the designed inter-element spacing restriction array has larger aperture, lower mutual coupling and more continuous virtual array elements. The advantages of inter-element spacing restric-

收稿日期: 2021-03-12

基金项目: 国家自然科学基金(61871395;62071476)

作者简介: 岳世杰(1997—), 男, 安徽阜阳人, 硕士生, 研究方向: 阵列信号处理。E-mail: shijie_yue@outlook.com

通信作者: 胡国平(1964—), 男, 江西南昌人, 教授, 博士生导师, 研究方向: 雷达信号处理、无线通信技术。E-mail: hgp6068@163.com

引用格式: 岳世杰, 胡国平, 师俊朋, 等. 兼具高自由度低互耦的间距约束稀疏阵列设计[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2021, 22(4): 70-77. YUE Shijie, HU Guoping, SHI Junpeng, et al. An Inter-Element Spacing Restriction Array Design with High Degree of Freedom and Low Mutual Coupling[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2021, 22(4): 70-77.

tion array are verified by experimental simulation.

Key words inter-element spacing restriction array; degrees of freedom (DOFs); mutual coupling; direction-of-arrival estimation

阵列信号处理因其优异的波束控制和空间分辨能力而在通信、雷达、声呐、导航等领域得到广泛应用^[1-5]。由于存在测向模糊,传统阵列信号处理主要关注阵元间距小于 $\lambda/2$ 的均匀线阵(uniform linear array, ULA), N 个阵元的均匀线阵理论上最多可估计 $N-1$ 个信源^[6],随着信源数的增多,通常需要增加阵元数来满足测向需求,这就会相应增加硬件成本和计算复杂度。此外,传统均匀线阵由于阵元间距较小,阵元间存在较大的互耦,严重影响信源估计精度^[7]。

稀疏阵列通过向量化协方差矩阵形成差联合阵列进而扩展孔径^[8],这为提高自由度、减小阵元间互耦提供了新的思路。早在 1968 年 Moffet 就提出了最小冗余阵^[9](minimum-redundancy array, MRA),虽然 MRA 能够提供最大连续差联合阵列,但由于这种阵型结构不存在闭式表达式,随着阵元数增多,需要大量计算来确定阵元位置,限制了 MRA 的应用。近年来提出的嵌套阵^[10]和互质阵^[11]因具有较大的孔径以及自由度的闭式解而引起学者的广泛研究。嵌套阵利用 N 个阵元得到 $O(N^2)$ 个虚拟自由度^[10],极大提高了测量精度和可估计信源数。互质阵阵元间互耦小,但是其差联合阵列形成的虚拟阵元不连续,因此得到的自由度往往不能充分利用。

在嵌套阵和互质阵的基础上学者们提出了改进阵列以进一步扩大孔径,减少互耦。文献[12]提出了阵元间距压缩互质阵(co-prime array with compressed inter-element spacing, CACIS)和子阵级联互质阵(co-prime array with displaced subarrays, CADiS),CACIS 压缩互质阵中一段子阵的阵元间距,虽然能够得到更大的连续虚拟阵列,但是 CACIS 中的最小间距元素间仍存在较大互耦,为克服互耦进而提出了 CADiS,将一个子阵移到另一段阵列中,虽能减少互耦,但是其连续虚拟阵元要小于 CACIS。文献[13]提出了将传统互质阵中一段均匀线阵的阵元数提升一倍的改进型互质阵,进一步提升了差联合阵列的自由度。文献[14]提出了改进嵌套阵(improved nested array)将传统嵌套阵的密集阵元的第 1 个阵元放到稀疏阵元之后,提升了嵌套阵的自由度,但是阵元间有着严重的互耦。文献[15]提出了二阶超级嵌套阵(second-order super nested arrays),将嵌套阵的密集分布阵元放置在间

距较大的阵元之间,在确保自由度的同时,减少了互耦。文献[16]在此基础上提出了 Q 阶超级嵌套阵(q th-order super nested arrays)进一步减少了阵元间的互耦。文献[17]将传统嵌套阵密集子阵分为 4 个部分,将其放置到均匀线阵的两侧,提出了增强嵌套阵,根据阵元分集的方式不同,提出了 ANAI-1、ANAI-2、ANAI-1 和 ANAI-2。ANAI-1 和 ANAI-2 虽能提升阵元自由度,但是无法显著降低阵元间互耦。

针对无法同时优化虚拟阵元孔径和阵元间互耦的问题,本文提出了一种间距约束稀疏阵列(inter-element spacing restriction array, ISRA),该阵列基于约束阵元间距设计进而得到阵元位置,形成了 4 段以一定间隔首尾相连的均匀线阵。ISRA 有自由度闭式表达式,且同时做到了自由度与互耦的同步优化,与相同阵元数的互质阵、嵌套阵、二阶超级嵌套阵等稀疏阵列相比,使用该阵列进行 DOA 估计效果更好,最后通过计算仿真验证了使用 ISRA 估计的有效性。

1 稀疏阵列回波信号模型

设有 K 个窄带远场不相干信号入射到由 N 个阵元构成的非均匀线阵,阵元位置分布在 $n_i d$, 其中 $n_i \in \mathbf{Z}$, 且 $S = \{n_i, i = 1, 2, \dots, N\}$, $d = \lambda/2$, 其中 λ 为信号波长。设 K 个信源入射角度为 $\boldsymbol{\theta} = \{\theta_k, k = 1, 2, \dots, K\}$, 则阵列回波信号模型为:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (1)$$

式中: $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)]$, 且 $\mathbf{a}(\theta_k) = [e^{-j2\pi n_1 d \sin\theta_k / \lambda}, e^{-j2\pi n_2 d \sin\theta_k / \lambda}, \dots, e^{-j2\pi n_N d \sin\theta_k / \lambda}]^T$ 为第 k 个信源的导向矢量, $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T$, $s_k(t)$ 为第 k 个信源的基带波形, $k = 1, 2, \dots, K$, $t = 1, 2, \dots, L$, L 为采样快拍数, $\mathbf{N}(t)$ 为高斯白噪声, 功率为 σ_k^2 。

由 $\mathbf{x}(t)$ 可计算回波协方差矩阵为:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{X}\mathbf{X}} = E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)] = \mathbf{A}\mathbf{R}_{\mathbf{S}\mathbf{S}}\mathbf{A}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_N \quad (2)$$

其中 $\mathbf{R}_{\mathbf{S}\mathbf{S}} = E[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t)] = \text{diag}[\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_K^2]$ 为信源的协方差矩阵, σ_k^2 为第 k 个信源的信号能量。

对回波信号协方差矩阵 $\mathbf{R}_{\mathbf{X}\mathbf{X}}$ 向量化可得:

$$\mathbf{r} = \text{vec}(\mathbf{R}) = (\mathbf{A}^* \circ \mathbf{A})\mathbf{p} + \sigma_n^2 \text{vec}(\mathbf{I}_N) \quad (3)$$

式中: $\mathbf{A}^* \circ \mathbf{A} = [\mathbf{a}^*(\theta_1) \otimes \mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}^*(\theta_2) \otimes \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}^*(\theta_K) \otimes \mathbf{a}(\theta_K)]$ 为单快拍测量矢量 \mathbf{r} 的虚拟阵列流型矩阵; $\mathbf{p} = [\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_K^2]^T$ 。

由 $\mathbf{A}^* \cdot \mathbf{A}$ 得到稀疏阵列虚拟阵元位置是实际阵元位置的差联合阵列^[18]。

2 间距约束稀疏阵列结构设计

二阶超级嵌套阵是在嵌套阵的基础上将密布的子阵分解为六段尽可能稀疏的子阵,进而减少阵元间的互耦。ISRA 设计借鉴二阶超级嵌套阵的设计思想,将阵列分为 4 段尽可能稀疏的子阵,并加入间距约束的思想,即除必须的一对阵元间距为 d 外,约束其他所有的阵元间距至少为 $2d$ 并尽可能增大间距大于 $2d$ 的阵元的数量。

如图 1 所示,给出 ISRA 结构,基于给定阵元数 S ,限制物理阵元之间的间距,进而确定物理阵元的位置。总阵元数为 $S = N_1 + N_2 + 1$, $N_1 \geq 4$ 且 N_1 为偶数, $N_2 \in \mathbf{Z}^+$ 。该阵列由 X_1, X_2, X_3, X_4 这 4 段均匀线阵拼接而成。为减少阵元间互耦,则至少需要阵元间距为 $2d$,因此约束两段均匀线阵的间距为 $2d$,即阵元间距为 $2d$,阵元数目为 $N_1/2 - 1$ 的均匀线阵构成的第一部分 X_1 和阵元间距为 $2d$,阵元数为 $N_1/2 - 2$ 的均匀线阵构成的第 2 部分 X_2 ;为进一步扩展阵列孔径,约束一段间距较大的均匀线阵,即由阵元间距为 $N_1 d$,阵元数为 N_2 的均匀线阵组成第 3 部分 X_3 , $N_2 \geq 1$;为形成密布虚

拟阵元,则至少需要有一段阵元间距为 d ,因此约束第四部分由阵元间距为 d 的 2 个阵元构成。约束 X_1, X_2, X_3, X_4 这 4 段均匀线阵之间的间距大于 $2d$ 并通过调试得到这 4 段均匀线阵之间的间距分别为 $3d, N_1 d, (N_1 - 3)d$ 。通过约束各段均匀线阵阵元间距以及各段线阵之间的间距组成的 ISRA 能够形成连续的密布虚拟阵。

令 A 表示为相邻阵元间距的集合,即 A 中第 k 个元素为第 k 个物理阵元和第 $k+1$ 个物理阵元之间的间距。式(10)给出了阵元间距设置。假设参考阵元位于坐标轴 0 处,由相邻阵元间距确定阵元位置 S 。

$$A = \left\{ \underbrace{2, \dots, 2}_{N_1/2-1}, \underbrace{2, 3, 2, \dots, 2}_{N_1/2-2}, \underbrace{N_1, \dots, N_1}_{N_2}, N_1 - 3, 1 \right\} \quad (4)$$

$$S = \left\{ \underbrace{0, 2, 4, \dots, N_1 - 2}_{X_1}, \underbrace{N_1 + 1, N_1 + 3, N_1 + 5, N_1 + 7, \dots, 2N_1 - 3}_{X_2}, \underbrace{3N_1 - 3, 4N_1 - 3, 5N_1 - 3, \dots, (N_2 + 2)N_1 - 3}_{X_3}, \underbrace{(N_2 + 3)N_1 - 6, (N_2 + 3)N_1 - 5}_{X_4} \right\} \quad (5)$$

ISRA 阵元位置是由 N_1, N_2 共同决定的,且总阵元数 $S = N_1 + N_2 + 1$,当给出 S, N_1, N_2 任意 2 个变量的值都能唯一确定集合 A 的值,进而确定阵元位置 S 。

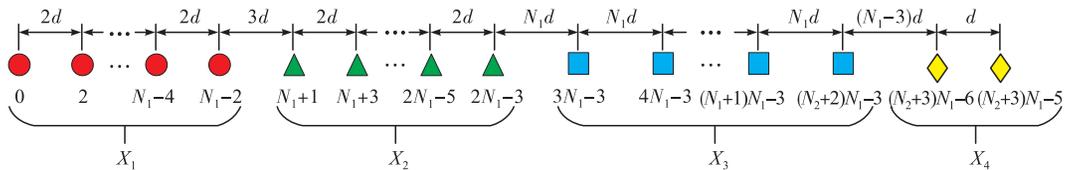


图 1 ISRA 阵元结构配置

3 间距约束稀疏阵列自由度

定理: ISRA 的差联合阵列是密布均匀线性阵列,且该阵列的自由度为:

$$X = \{- (N_2 + 3)N_1 + 5, - (N_2 + 3)N_1 + 6, \dots, -1, 0, 1, \dots, (N_2 + 3)N_1 - 6, (N_2 + 3)N_1 - 5\} \quad (6)$$

证明:

令 $X^+ = \{0, 1, 2, \dots, (N_2 + 3)N_1 - 6, (N_2 + 3)N_1 - 5\}$, 为集合 X 中大于等于 0 的部分,令 D^+ 为差联合阵列 D 中大于等于 0 的部分, D 代表 ISRA 阵元位置 S 的差联合阵列。则只需要证明 ISRA 的差联合阵列 $D = X$ 。由权重函数^[15]知 X, D 中元素关于 0 对称分布,则只需要证明 $D^+ = X^+$ 。

将差联合阵列的正向部分 X^+ 分为 4 个子集,

分别为 $\varphi_1 = \{0, 1, 2, \dots, N_1 - 1\}$,

$$\varphi_2 = \{N_1, N_1 + 1, N_1 + 2, \dots, N_1(N_2 + 1) - 2\},$$

$$\varphi_3 = \{N_1(N_2 + 1) - 1, N_1(N_2 + 1), \dots, N_1(N_2 + 2) - 5\}$$

$$\varphi_4 = \{N_1(N_2 + 2) - 4, N_1(N_2 + 2) - 3, \dots, N_1(N_2 + 3) - 5\}$$

定义集合和数字加减运算:

$$A \pm c = \{a \pm c \mid \forall a \in A\} \quad (7)$$

定义集合和集合的运算:

$$\text{diff}(A, B) = \{a - b \mid \forall a \in A, \forall b \in B, a > b\} \quad (8)$$

设:

$$\begin{cases} X_1 = \{0, 2, 4, \dots, N_1 - 2\} \\ X_2 = \{N_1 + 1, N_1 + 3, N_1 + 5, N_1 + 7, \dots, 2N_1 - 3\} \\ X_3 = \{3N_1 - 3, 4N_1 - 3, 5N_1 - 3, \dots, (N_2 + 2)N_1 - 3\} \\ X_4 = \{(N_2 + 3)N_1 - 6, (N_2 + 3)N_1 - 5\} \end{cases} \quad (9)$$

情形 1:证明 $\varphi_1 \subseteq D^+$

显然 $\{0, 1\} \subseteq D^+$ (10)

因为 $\{N_1 - 2, X_1, N_1 + 1\} \subseteq S$, 则:

$$P_1 =$$

$$\text{diff}(N_1 - 2, X_1) = \{0, 2, 4, \dots, N_1 - 2\} \subseteq D^+ \quad (11)$$

$$P_2 =$$

$$\text{diff}(N_1 + 1, X_1) = \{3, 5, 7, \dots, N_1 + 1\} \subseteq D^+ \quad (12)$$

$$P_1 \cup P_2 =$$

$$\{0, 2, 3, 4, \dots, N_1 - 2, N_1 - 1, N_1 + 1\} \subseteq D^+ \quad (13)$$

由式(10)~(13)得: $\varphi_1 \subseteq D^+$ 。

情形 2:证明 $\varphi_2 \subseteq D^+$

由 $\{X_1, X_2, X_3, 2N_1 - 3, (3 + N_2)N_1 - 5\} \subseteq S$,

$X_3 \cup \{2N_1 - 3\} = \{(2N_1 - 3) + qN_1 \mid 0 \leq q \leq N_2, q \in Z^+\} \subseteq D^+$,

$$P_3 = \text{diff}(X_3 \cup \{2N_1 - 3\}, X_1) =$$

$$\begin{aligned} & \text{diff}(2N_1 - 3, X_1) + qN_1 = \\ & \{N_1 - 1, N_1 + 1, N_1 + 3, \dots, 2N_1 - 3\} + qN_1 \supseteq \\ & \{N_1 - 1, N_1 + 1, N_1 + 3, \dots, 2N_1 - 3\} + mN_1 \end{aligned} \quad (14)$$

$$P_4 = \text{diff}(X_3 \cup \{2N_1 - 3\}, X_2) =$$

$$\begin{aligned} & \{0, 2, 4, \dots, N_1 - 4\} + qN_1 \supseteq \\ & \{N_1, N_1 + 2, N_1 + 4, \dots, 2N_1 - 4\} + mN_1 \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} P_5 = & \text{diff}((3 + N_2)N_1 - 5, \{2N_1 - 3\} \cup X_3) = \\ & \text{diff}((1 + N_2)N_1 - 2, qN_1) = \\ & \{N_1 - 2, 2N_1 - 2, 3N_1 - 2, \dots, (1 + N_2)N_1 - 2\} \supseteq \\ & \{2N_1 - 2\} + mN_1 \end{aligned} \quad (16)$$

其中:

$$0 \leq q \leq N_2, q \in Z^+; 0 \leq m \leq N_2 - 1, m \in Z^+.$$

得 $P_3 \subseteq D^+$, $P_4 \subseteq D^+$, $P_5 \subseteq D^+$, $P_3 \cup P_4 \cup P_5 \subseteq D^+$

又 $\varphi_2 \subseteq P_3 \cup P_4 \cup P_5$, 则 $\varphi_2 \subseteq D^+$

同理可得 $\varphi_3 \subseteq D^+$, $\varphi_4 \subseteq D^+$ 。

综上可得:

$$X^+ = \varphi_1 \cup \varphi_2 \cup \varphi_3 \cup \varphi_4 \subseteq D^+ \quad (17)$$

且 $\max(D^+) = \max(S) - \min(S) = (N_2 + 3)N_1 - 5$, $\min(D^+) = 0$ 。则:

$$D^+ \subseteq \{0, 1, 2, \dots, (N_2 + 3)N_1 - 5\} = X^+ \quad (18)$$

由式(17)、(18)得 $D^+ = X^+$ 。

证毕。

由定理知, ISRA 的自由度是由 N_1 和 N_2 共同决定的, 下面引理给出如何确定 N_1 和 N_2 的值才能获得最大的自由度。

引理: 对于阵元位置分布满足式(5), 总阵元数

为 $S = N_1 + N_2 + 1$ 的 ISRA, 当 $N_1 = 2\lfloor \frac{S+2}{4} \rfloor$ 时,

该阵列的自由度最大。

证明:

由定理知 ISRA 虚拟阵列满足 X , 且 X 中元素遍历所有在 $\min(X)$ 和 $\max(X)$ 之间的整数, 则虚拟阵列自由度为 $DOF = \max(X) - \min(X) + 1$

设 $N_1 = 2k, k \in Z^+$

$$DOF = 2(N_1(N_2 + 3) - 5) + 1 = -8k^2 + 4(S + 2)k - 9 \quad (31)$$

则 $k = \lfloor \frac{S+2}{4} \rfloor$ 时 DOF 取最大值。

表 1 给出了在已知阵元总数 S 的情况下 ISRA 的差联合阵列自由度。由表可以看出 ISRA 利用 $4r$ 个阵元可以实现 $O(8r^2)$ 数量级的虚拟阵列自由度。

表 1 ISRA 配置

S	$4r$	$4r+1$	$4r+2$	$4r+3$
N	$2r$	$2r$	$2r+2$	$2r+2$
N	$2r-1$	$2r$	$2r-2$	$2r$
$\max(DOF)$	$8r^2+8r-9$	$8r^2+12r-9$	$8r^2+16r-1$	$8r^2+20r+3$

4 仿真实验

本节将通过仿真验证 ISRA 在减少互耦以及提高 DOA 估计精度方面的优势。仿真实验的计算平台为 Intel(R)Core(TM)i7-9750H CPU @ 2.60 GHz 2.59 GHz, RAM 8.00 GB, 软件为 Matlab (R2020a)。首先对比各稀疏阵列权重以及互耦率^[15], 随后对比无互耦条件下 DOA 估计的均方值误差, 最后分析阵元间存在耦合条件下不同阵列 DOA 估计的均方值误差。对于稀疏阵列, 采用 MUSIC 算法^[21]进行 DOA 估计。假设所有信源的功率相当且信源数一定, 为了定量评价 DOA 估计结果, 将归一化 DOA 估计均方根误差(共进行 500 次蒙特卡罗仿真实验)定义为:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{500K} \sum_{i=1}^{1000} \sum_{k=1}^K (k^i - \theta_k)^2} \quad (20)$$

式中: $\hat{\theta}_i^k$ 为第 i 次实验中 θ_k 的估计值。

4.1 权重及互耦矩阵

比较不同稀疏阵列与 ISRA 在阵列设计上的性能, 表 2 给出了在不同阵元数情况下五种稀疏阵列的权重及互耦率。在表 2 给出的 10 阵元、15 阵元、20 阵元的情况下, 嵌套阵和增强嵌套阵的权重 $\omega(1)$ 较大, 而互质阵、二阶超级嵌套阵和 ISRA 保

持着较低的 $\omega(1)$, 且 ISRA 的权重 $\omega(1)$ 始终保持最低, 为 1, 这反映了 ISRA 在这 5 种阵列中始终保持着较低数量的密布阵元。互质阵、二阶超级嵌套阵以及 ISRA 都保持着较低的互耦率, 而嵌套阵和增强嵌套阵由于密布阵元较多而有着较高的互耦率。二阶超级嵌套阵和相同阵元数的嵌套阵拥有相同的虚拟孔径, 但其互耦率要低于嵌套阵, 这其中一

部分原因是二阶超级嵌套阵在嵌套阵的基础上将密布子阵放置到稀疏的位置。ISRA 的互耦率低于二阶超级嵌套阵, 一方面是因为相同阵元数的 ISRA 自由度要大于二阶超级嵌套阵, 另一方面 ISRA 通过间距约束使得权重 $\omega(1) = 1$, 减少了密布阵元的数量。

表 2 5 种稀疏阵列权重及互耦率对比

阵元类型	嵌套阵	互质阵	二阶超级嵌套阵	增强嵌套阵	ISRA
阵元数	10	10($M=3, N=5$)	10	10	10
$\omega(1)$	5	2	1	4	1
$\omega(2)$	4	2	4	2	3
$\omega(3)$	3	5	4	1	2
L	0.329 1	0.249 6	0.212 8	0.286 5	0.204 8
阵元数	15	15($M=5, N=6$)	15	15	15
$\omega(1)$	7	2	1	7	1
$\omega(2)$	6	2	6	5	5
$\omega(3)$	5	2	1	3	1
L	0.323 6	0.205 5	0.197 0	0.312 2	0.187 9
阵元数	20	20($M=5, N=11$)	20	20	20
$\omega(1)$	10	2	2	9	1
$\omega(2)$	9	2	7	7	7
$\omega(3)$	8	2	4	5	1
L	0.337 6	0.182 4	0.210 4	0.310 3	0.180 8

4.2 不考虑阵元耦合 DOA 估计

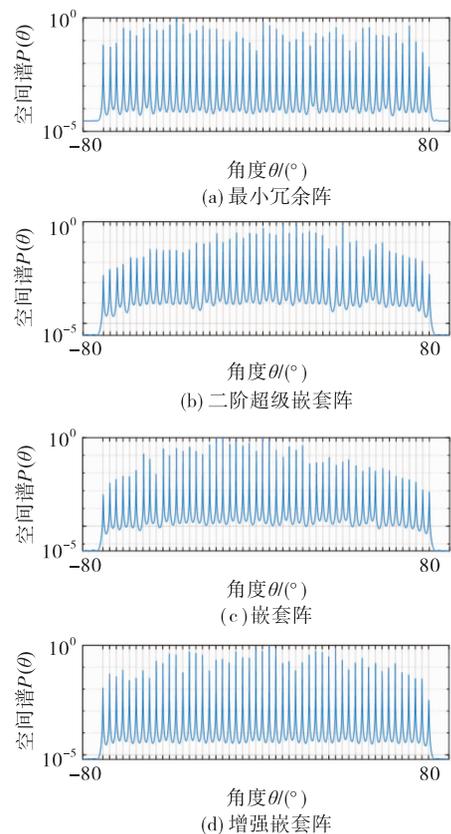
本节比较在无互耦的情况下, 最小冗余阵、嵌套阵、互质阵、二阶超级嵌套阵、增强嵌套阵以及 ISRA 的 DOA 估计性能。设定阵元数为 14, 最小冗余阵阵元位置设定为^[20]:

$$S_{\text{MRA}} = \{0, 1, 2, 8, 15, 16, 26, 36, 46, 56, 59, 63, 65, 68\} \quad (33)$$

对于嵌套阵以及二阶超级嵌套阵, 设定 $N_1 = N_2 = 7$, 互质阵按照文献[13]设定为 $M=4, N=7$ 。

4.2.1 MUSIC 空间谱

图 2 给出了不同稀疏阵列的 MUSIC 算法的空间谱, 设共有 50 个信源均匀分布在 $[-80^\circ, 80^\circ]$, 第 k 个信源的角度为: $\theta_k = -80^\circ + 160^\circ(k-1)/49$, 其中 $1 \leq k \leq 50$ 。设定信噪比为 0 dB, 快拍数为 1 000。可以看出由于互质阵列的差联合阵列密布的阵元数目较少, 不能有效分辨出 50 个信源。其余阵列均能有效分辨出 50 个信源, 且可观察到最小冗余阵、增强嵌套阵以及 ISRA 的谱峰明显高于嵌套阵以及二阶超级嵌套的谱峰, 这反映了最小冗余阵、增强嵌套阵以及 ISRA 在孔径上的优势使得角度估计的精度更高。



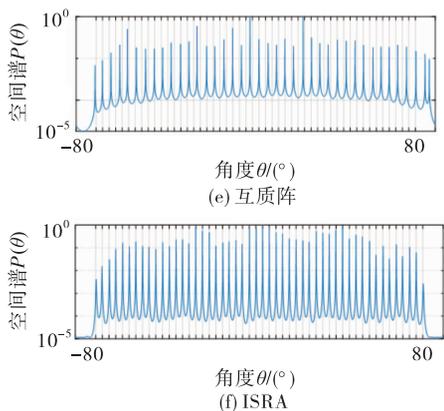


图 2 不同阵列无互耦空间谱估计谱峰图

4.2.2 均方根误差

假设 3 个信源分布在 $-5^\circ, 0^\circ, 5^\circ$ 的位置。图 3 给出了均方根误差随信噪比增大的变化曲线, 设定快拍数为 1 000, 信噪比从 -30 dB 以 5 dB 的步长增加到 30 dB。从横坐标来看: 信噪比小于 -20 dB 时所有阵列的均方根误差均较大, 随着信噪比的增大均方根误差减小且最小冗余阵减小的速度最大, 当信噪比大于 10 dB 时均方根误差趋于稳定。从纵坐标来看, 当均方根误差趋于稳定时最小冗余阵均方根误差最小, 互质阵的均方根误差最大, 这是因为最小冗余阵有最大数目的连续虚拟阵元, 而互质阵连续的虚拟阵元数目最小。ISRA 和增强嵌套阵的估计效果略好于嵌套阵和二阶超级嵌套阵。

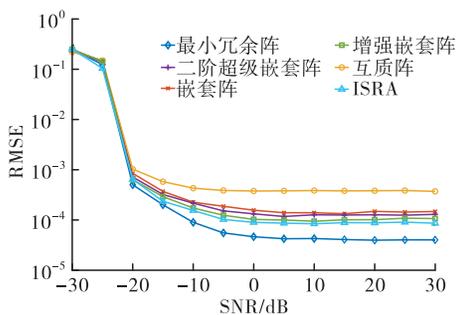


图 3 归一化均方根误差随信噪比变化曲线

图 4 给出了均方根误差随快拍数的变化曲线, 设定信噪比为 0 dB, 快拍数从 10 以 300 为步长增加到 $3 010$ 。从横坐标来看, 当快拍数小于 310 时所有阵列的均方根误差较大。随着快拍数的增大, 均方根误差减小, 在快拍数小于 310 时均方根误差减小的趋势最大, 之后均方根误差减小的趋势减缓。从纵坐标来看, 均方根误差趋于稳定后, 最小冗余阵有着最小均方根误差, 互质阵的均方根误差最大。ISRA 和增强嵌套阵均方根误差相差较小, 且略大于嵌套阵和二阶超级嵌套阵, 这是由于 ISRA 和增强嵌套阵拥有相同大小的连续虚拟阵元, 且 ISRA 和增强嵌套阵的虚拟阵元数目大于嵌套阵和二阶嵌套阵的虚拟阵元的数目。

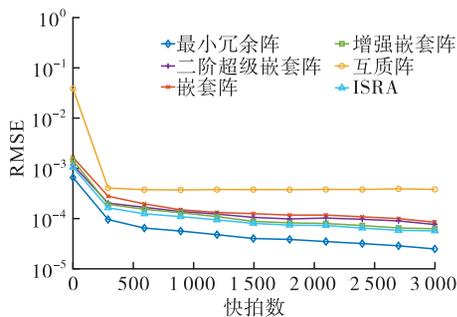


图 4 归一化均方根误差随快拍数变化曲线

4.3 考虑阵元耦合 DOA 估计

本节考虑互耦对信源角度估计的影响, 对比最小冗余阵、嵌套阵、互质阵、二阶超级嵌套阵、增强嵌套阵、ISRA 的 DOA 估计性能。设定阵元数为 14 , 阵元位置分布同 4.2 节。

4.3.1 MUSIC 空间谱

设共有 30 个信源 $\theta_k = -80^\circ + 160^\circ(k-1)/29$, 其中 $1 \leq k \leq 30$, 信噪比为 0 dB, 快拍数为 $1 000$, 图 5 给出了有互耦影响下不同阵列谱峰图。可以看出所有阵列的空间谱的谱峰由于互耦影响都出现不同程度的削弱, 但是 ISRA 仍能有效检测到 30 个信源; 最小冗余阵、嵌套阵以及增强嵌套阵由于互耦在一个角度区间内出现多个谱峰; 其余阵列则缺失谱峰或者谱峰偏离真实信源角度过远。

4.3.2 均方根误差

假设 3 个信源分布在 $-5^\circ, 0^\circ, 5^\circ$ 的位置。设定快拍数为 $1 000$, 信噪比从 -30 dB 以 5 dB 的步长增加到 30 dB。图 6 给出了归一化均方根误差随信噪比变化曲线。从横坐标来看, 当信噪比小于 -20 dB 时, 阵列的均方根误差较大, 随着信噪比的增大均方根误差减小, 并在大于 0 dB 之后趋于稳定。均方根误差随信噪比减缓的速度在小于 -20 dB 时最大。从纵坐标来看, 当均方根误差趋于稳定后嵌套阵的均方根误差最大, 这是密集子阵互耦带来的影响。ISRA 均方根误差最小, 与最小冗余阵相比, 虽然 ISRA 的自由度要小于最小冗余阵, 但是 ISRA 受互耦影响更小, 这就使得 ISRA 的估计效果要好于最小冗余阵。

图 7 给出了均方根误差随快拍数的变化曲线, 设定信噪比为 0 dB, 快拍数从 10 以 300 为步长增加到 $3 010$ 。从横坐标来看, 在快拍数较小时, 阵列的均方根误差较大, 随着快拍数的增大均方根误差趋于稳定。从纵坐标来看, 均方根误差趋于稳定后, ISRA 的均方根误差最小, 嵌套阵的均方根误差最大。其余阵列的均方根误差由小到大依次是二阶超级嵌套阵、互质阵、最小冗余阵和增强嵌套阵。可得最小冗余阵和增强嵌套阵虽然有着大的连续虚拟阵

元数目,但是互耦的影响使得他们的估计效果仍不理想。

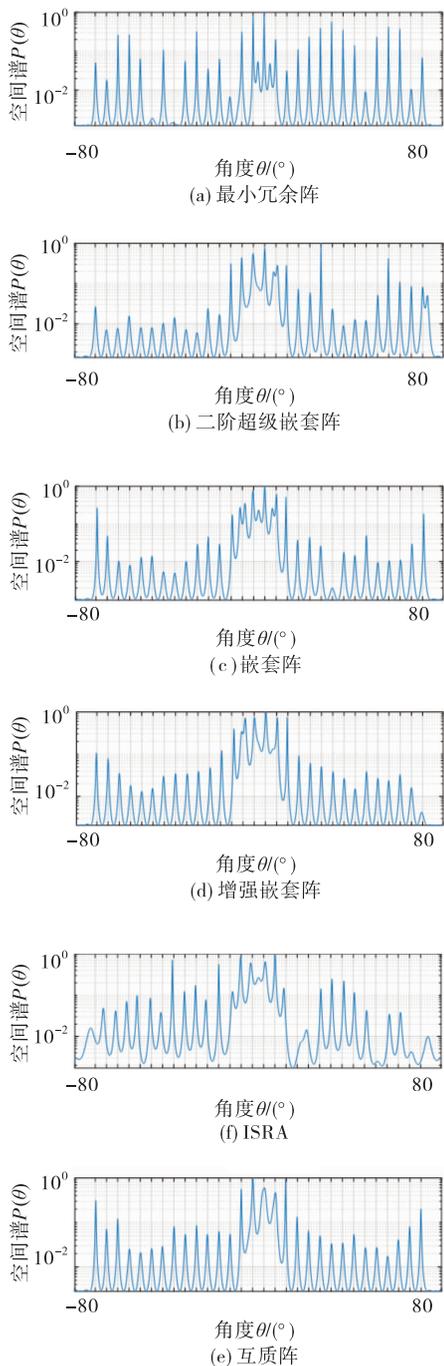


图5 不同阵列互耦影响下空间谱估计谱峰图

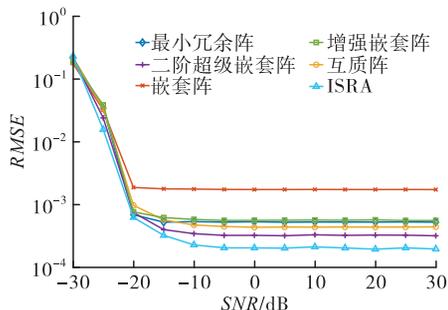


图6 归一化均方根误差随信噪比变化曲线

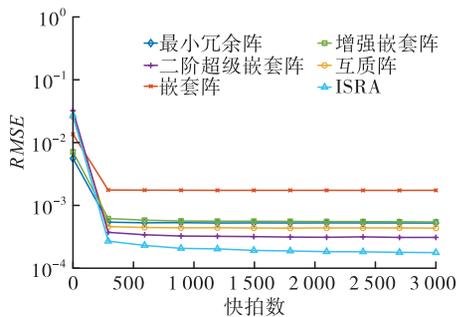


图7 归一化均方根误差随快拍数变化

5 结语

本文设计了一种兼具高自由度与低互耦率的间距约束稀疏阵列,该阵列给定阵元数量后即可唯一确定阵元分布位置以及差联合阵列的自由度。理论分析表明,该阵列的差联合阵列是无孔阵列,与嵌套阵、超级嵌套阵相比拥有更大的自由度;与互质阵、最小冗余阵和增强嵌套阵相比拥有更小的互耦。最后通过仿真验证了该新型阵列在测向方面的优越性。

参考文献

- [1] 张宇乐,胡国平,周豪,等. 基于虚拟阵元冗余平均的对称嵌套 MIMO 雷达 DOA 估计[J]. 空军工程大学学报(自然科学版),2020,21(6):79-86.
- [2] 刘巧鸽,王布宏,李夏,等. 一种优化嵌套 MIMO 的无孔差合阵列设计[J]. 空军工程大学学报(自然科学版),2019,20(2):35-41.
- [3] TALISA S H, OHAVER K W, Comberiate T M, et al. Benefits of Digital Phased Array Radars[J]. Proceedings of the IEEE, 2016, 104(3):530-543.
- [4] BAILLEUL P K. A New Era in Elemental Digital Beamforming for Spaceborne Communications Phased Arrays[J]. Proceedings of the IEEE, 2016, 104(3): 1-10.
- [5] AMIN M G, WANG X, ZHANG Y D, et al. Sparse Arrays and Sampling for Interference Mitigation and DOA Estimation in GNSS[J]. Proceedings of the IEEE, 2016, 104(6):1302-1317.
- [6] ROY R, KAILATH T. ESPRIT-Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques[J]. Optical Engineering, 1989, 37(7):984-995.
- [7] 秦建军,张厚,席吉虎. 线天线阵单元间距对互耦的影响[J]. 空军工程大学学报(自然科学版),2002,3(3): 74-76.
- [8] 闫肃. 基于虚拟孔径扩展的稀疏嵌套阵设计[J]. 北京理工大学学报,2021,41(1):79-83.
- [9] MOFFET A. Minimum-Redundancy Linear Arrays

- [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1968, 16(2):172-175.
- [10] PAL P, VAIDYANATHAN P P. Nested Arrays: a Novel Approach to Array Processing with Enhanced Degrees of Freedom[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(8):4167-4181.
- [11] VAIDYANATHAN P P, PAL P. Sparse Sensing with Co-Prime Samplers and Arrays[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(2):573-586.
- [12] QIN S, ZHANG Y D, AMIN M G. Generalized Coprime Array Configurations for Direction-of-Arrival Estimation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(6):1377-1390.
- [13] PAL P, VAIDYANATHAN P P. Coprime Sampling and the MUSIC Algorithm[C] // IEEE Digital Signal Processing and Signal Processing Education Meeting. Sedona, AZ, USA; IEEE, 2011: 289-294.
- [14] YANG M, SUN L, YUAN X, et al. Improved Nested Array with Hole-Free DCA and More Degrees of Freedom[J]. Electronics Letters, 2016, 52(25): 2068-2070.
- [15] LIU C L, VAIDYANATHAN P P. Super Nested Arrays: Linear Sparse Arrays with Reduced Mutual Coupling: Part I: Fundamentals[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2016, 64(15): 3997-4012.
- [16] LIU C L, VAIDYANATHAN P P. Super Nested Arrays: Linear Sparse Arrays with Reduced Mutual Coupling: Part II: High-Order Extensions [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2016, 64(16): 4203-4217.
- [17] LIU, J Y, ZHANG Y M, et al. Augmented Nested Arrays with Enhanced DOF and Reduced Mutual Coupling[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2017, 65(21):5549-5563.
- [18] ZHENG Z, WANG W Q, KONG Y, et al. MISC Array: A New Sparse Array Design Achieving Increased Degrees of Freedom and Reduced Mutual Coupling Effect[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2019, 67(7): 1728-1741.
- [19] LIAO B, ZHANG Z G, CHAN S C. DOA Estimation and Tracking of ULAs with Mutual Coupling [J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 2012, 48(1):891-905.
- [20] LINEBARGER D A, SUDBOROUGH I H, TOLLIS I G. Difference Bases and Sparse Sensor Arrays[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2015, 39(2):716-721.
- [21] LIU C L, VAIDYANATHAN P P. Remarks on the Spatial Smoothing Step in Coarray MUSIC [J]. IEEE Signal Process Lett, 2015, 22(9): 1438-1442.

(编辑:徐楠楠)