

峰均比约束下机载 MIMO 雷达频谱共存波形设计

童日武, 张剑云, 周青松

(国防科技大学电子对抗学院, 合肥, 230037)

摘要 为了进一步增强雷达对地面动目标的检测性能, 同时能够实现与通信系统之间的频谱共存, 研究了机载多输入多输出(MIMO)雷达在地杂波环境下的频谱共存波形设计问题。首先对波形施加了峰均比(PAR)约束, 然后考虑了全局频谱设计和局部频谱设计2种设计方法, 最后提出了一种新颖的循环迭代算法, 在每次迭代过程中通过凸近似处理将原非凸优化问题转化为可解的凸优化问题, 再使用可行点追踪连续凸近似(FPP-SCA)算法直接求出波形的最优解。仿真结果表明: 与现有算法对比, 该算法具有更快的运算速度, 而且能够对波形起到峰均比约束的效果。

关键词 机载 MIMO 雷达; 频谱共存; 波形设计; 峰均比约束; 相似性约束

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2020.01.008

中图分类号 TN958 文献标志码 A 文章编号 1009-3516(2020)01-0044-08

Airborne MIMO Radar Waveform Design for Spectral Coexistence with PAR Constraint

TONG Riwu, ZHANG Jianyun, ZHOU Qingsong

(College of Electronic Countermeasure, National University of Defense Technology, Hefei 230037, China)

Abstract In order to further enhance the detection performance of radar for moving targets on the ground and to achieve spectral coexistence between radar and communication systems, the waveform design is studied for spectral coexistence of airborne Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) radar under condition of the environment of ground clutter. Firstly, the peak-to-average-power ratio (PAR) constraint is exerted on the waveform, and then both the global spectrum design and the local spectrum design are considered. Finally, a novel cyclic iterative algorithm is proposed. In process of each iteration, the original non-convex optimization problem is transformed into a solvable convex optimization problem through the convex approximation, and then the optimal solution of the waveform is obtained directly by using the Feasible Point Pursuit Successive Convex Approximation (FPP-SCA) algorithm. The simulation results show that compared with the existing algorithm, the algorithm not only has still faster operation speed, but also can play a role of PAR constraint in waveform.

Key words airborne MIMO radar; spectral coexistence; waveform design; PAR constraint; similarity constraint

近年来, 随着无线通信技术的快速发展特别是5G时代的到来, 频谱带宽的需求量日益增加, 如何

实现雷达和无线通信设备之间的频谱共存问题受到了越来越多研究者的关注, 而通过波形设计的方法

收稿日期: 2019-06-25

作者简介: 童日武(1994—), 男, 安徽桐城人, 硕士生, 主要从事雷达信号处理研究。E-mail:tongriwu@foxmail.com

引用格式: 童日武, 张剑云, 周青松. 峰均比约束下机载 MIMO 雷达频谱共存波形设计[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2020, 21(1): 44-51. TONG Riwu, ZHANG Jianyun, ZHOU Qingsong. Airborne MIMO Radar Waveform Design for Spectral Coexistence with PAR Constraint[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2020, 21(1): 44-51.

可以有效实现频谱共存,因此雷达和无线通信系统之间的频谱共存波形设计成为了研究热点问题^[1]。

目前的研究文献主要是从雷达角度出发,通过波形设计的方法实现与通信系统的频谱共存。频谱共存波形设计问题主要可分为如下2大类:第1类是在非杂波环境下的频谱共存波形设计^[2-7]。其中文献[6]研究了在能量约束和相似性约束下的频谱共享波形设计问题,并通过求解半正定规划(Semi-Definite Programming,SDP)问题和使用秩-分解定理合成优化波形。文献[7]通过对多共存频带局部设计,能够精确控制每个频带的干扰能量。

第2类是考虑在杂波环境下的频谱共存波形设计,以最大化信干噪比(Signal to Interference plus Noise Ratio,SINR)为设计指标。当前研究文献^[8-9]大多只考虑了波形的能量约束和相似性约束,没有对波形的幅度加以约束,而在实际应用中为了能够充分利用发射机发射功率,往往需要发射波形具有恒模或者较低的峰均比特性,因此对波形施加低峰均比约束是十分必要和有意义的。另外上述文献都是先求解SDP问题,再通过秩-分解定理合成优化波形。然而求解SDP问题的运算复杂度较高,秩-分解虽然可以获得高度近似解,但是只适用于能量约束和相似性约束下的全局频谱波形设计,当同时施加峰均比约束或者局部频谱设计时将不再适用,因此需要寻找新的有效算法求解本文的优化问题。

针对以上问题,本文在现有文献的基础上对波形进一步施加了峰均比约束,并分别研究了全局频谱设计和局部频谱设计这2种不同的设计方法。针对非凸联合优化问题,本文提出了一种新颖的循环迭代算法,在每次迭代过程中将非凸优化问题转化为可解的凸优化问题,再使用可行点追踪连续凸近似(Feasible Point Pursuit Successive Convex Approximation,FPP-SCA)算法^[10]直接求出波形的优化解。仿真结果表明了所提算法比现有算法具有更低的运算复杂度,且在施加峰均比约束条件时,无论是全局频谱设计还是局部频谱设计,都具有很好的适用性和灵活性。

1 信号模型

考虑集中式机载MIMO雷达,具有 N_T 个发射阵元和 N_R 个接收阵元。雷达平台匀速直线运动,速度为 v ,无偏航。在一个相干处理间隔内发射 M 组脉冲信号,脉冲重复周期为恒定值 T ,波长为 λ ,其发射波形矩阵为 $\mathbf{S}_T \in \mathbb{C}^{N_T \times L}$, L 表示每个阵元发射波形的采样点个数。

当目标距离雷达很远时,俯仰角可以忽略不计。则对于方位角为 θ_0 的目标而言,其对应第 m 个脉冲 $m = (1, 2, \dots, M)$ 的接收信号在接收端经过下变频

和基带采样后可表示为:

$$\mathbf{Y}_{t,m} = \alpha_0 e^{j2\pi(m-1)f_0} \mathbf{a}_r(\theta_0) \mathbf{a}_t^T(\theta_0) \mathbf{S} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{a}_t(\theta) \in \mathbb{C}^{N_T \times 1}$ 和 $\mathbf{a}_r(\theta) \in \mathbb{C}^{N_R \times 1}$ 分别表示发射空间导向矢量和接收空间导向矢量,对于发射和接收阵元间距均为半波长的均匀线阵而言:

$$\mathbf{a}_t(\theta) = \frac{1}{\sqrt{N_T}} [1, e^{-j\pi \sin \theta}, \dots, e^{-j\pi(N_T-1) \sin \theta}]^T \quad (2)$$

$$\mathbf{a}_r(\theta) = \frac{1}{\sqrt{N_R}} [1, e^{-j\pi \sin \theta}, \dots, e^{-j\pi(N_R-1) \sin \theta}]^T \quad (3)$$

α_0 表示信号幅度,这里假设 $E[|\alpha_0|^2] = \sigma_0^2$ 。 $f_0 = 2v_0 T / \lambda$ 表示目标归一化多普勒频率, v_0 表示目标相对雷达平台径向速度。

将 $\mathbf{Y}_{t,m}$ 向量化,则有:

$$\mathbf{y}_t = \text{vec}(\mathbf{Y}_{t,m}) = \alpha_0 e^{j2\pi(m-1)f_0} [\mathbf{I}_L \otimes (\mathbf{a}_r(\theta_0) \cdot \mathbf{a}_t^T(\theta_0))] \mathbf{s} = \alpha_0 e^{j2\pi(m-1)f_0} \hat{\mathbf{A}}(\theta_0) \mathbf{s} \quad (4)$$

式中:

$$\hat{\mathbf{A}}(\theta) = \mathbf{I}_L \otimes [\mathbf{a}_r(\theta) \mathbf{a}_t^T(\theta)] \quad (5)$$

式中: \mathbf{I}_L 为 $L \times L$ 的单位阵; $\mathbf{s} = \text{vec}(\mathbf{S})$; \otimes 为克罗内克积。

令 $\mathbf{y}_t = [\mathbf{y}_{t,1}^T, \mathbf{y}_{t,2}^T, \dots, \mathbf{y}_{t,M}^T]^T$,则有:

$$\mathbf{y}_t = \alpha_0 [\mathbf{p}(f_0) \otimes \hat{\mathbf{A}}(\theta_0)] \mathbf{s} = \alpha_0 \mathbf{A}(f_0, \theta_0) \mathbf{s} \quad (6)$$

式中:

$$\mathbf{A}(f_0, \theta_0) = \mathbf{p}(f_0) \otimes \hat{\mathbf{A}}(\theta_0) \quad (7)$$

式中: $\mathbf{p}(f_0) = [1, e^{j2\pi f_0}, \dots, e^{j2\pi(M-1)f_0}]^T$ 表示归一化多普勒频率为 f_0 的时间导向矢量。为方便起见,使用 \mathbf{A}_0 来表示 $\mathbf{A}(f_0, \theta_0)$ 。

对于杂波信号,如图1所示,将杂波分为 $2R+1$ 个等距离环,每个距离环分为 N_c 个杂波块,杂波信号可表示为所有杂波块信号的叠加^[9]。

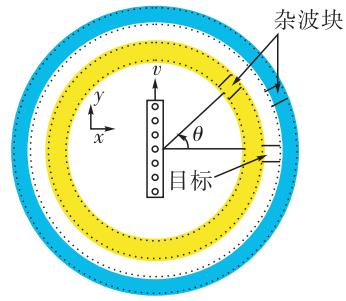


图1 杂波距离环

类似于目标信号,位于第 r ($r=0, \pm 1, \dots, \pm R$,
 $r=0$ 表示目标所在距离环; $r>0$ 表示目标后面距离环; $r<0$ 表示目标前面距离环)个距离环中的第 k ($k=1, 2, \dots, N_c$)个杂波块的回波信号表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{c,r,k} &= \alpha_{c,r,k} \mathbf{p}(f_{c,r,k}) \otimes [(J^r \otimes \mathbf{I}_{N_R}) \hat{\mathbf{A}}(\theta_{c,r,k}) \mathbf{s}] = \\ &\alpha_{c,r,k} (\mathbf{I}_M \otimes J^r \otimes \mathbf{I}_{N_R}) [\mathbf{p}(f_{c,r,k}) \otimes (\hat{\mathbf{A}}(\theta_{c,r,k}) \mathbf{s})] = \\ &\alpha_{c,r,k} \mathbf{A}(r, f_{c,r,k}, \theta_{c,r,k}) \mathbf{s} \end{aligned} \quad (8)$$

式中:

$$\mathbf{A}(r, f, \theta) = (\mathbf{I}_M \otimes J^r \otimes \mathbf{I}_{N_R}) [\mathbf{p}(f) \otimes \hat{\mathbf{A}}(\theta)] \quad (9)$$

为方便起见,将 $\mathbf{A}(r, f_{c,r,k}, \theta_{c,r,k})$ 表示成 $\mathbf{A}_{c,r,k}$ 。

$\alpha_{c,r,k}$, $f_{c,r,k}$, $\theta_{c,r,k}$ 分别表示杂波块的信号幅度、归

一化多普勒频率、方位角,假设 $\sigma_{c,r,k}^2 = E[|\alpha_{c,r,k}|^2]$ 。
 $f_{c,r,k} = \frac{2vT}{\lambda} \sin \theta_{c,r,k} = \frac{4vT}{\lambda} \frac{1}{2} \sin \theta_{c,r,k} = \beta \bar{\theta}_{c,r,k}$

$J \in \mathbb{C}^{L \times L}$ 表示转移矩阵^[11],定义如下:

$$J^r(m,n) = \begin{cases} 1, & m-n=r \\ 0, & m-n \neq r \end{cases} \quad (10)$$

$(m,n) \in \{1,2,\dots,L\}^2$

则杂波信号可表示为:

$$\mathbf{y}_c = \sum_{r=-R}^R \sum_{k=1}^{N_c} \mathbf{y}_{c,r,k} = \sum_{r=-R}^R \sum_{k=1}^{N_c} \alpha_{c,r,k} \mathbf{A}_{c,r,k} \mathbf{s} \quad (11)$$

雷达接收机接收到的总信号为目标信号、杂波信号以及内部噪声之和,表示为:

$$\mathbf{y} = \mathbf{y}_t + \mathbf{y}_c + \mathbf{n} = \alpha_0 \mathbf{A}_0 \mathbf{s} + \sum_{r=-R}^R \sum_{k=1}^{N_c} \alpha_{c,r,k} \mathbf{A}_{c,r,k} \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (12)$$

这里假设内部噪声为零均值复高斯白噪声,其协方差矩阵为 $\mathbf{R}_n = E[\mathbf{n}\mathbf{n}^H] = \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_R LM}$ 。

2 问题阐述

2.1 最大化输出 SINR

接收信号 y 通过有限长线性接收滤波器 w 后,输出信号表示为:

$$y_{out} = w^H \mathbf{y} = \alpha_0 w^H \mathbf{A}_0 \mathbf{s} + w^H \sum_{r=-R}^R \sum_{k=1}^{N_c} \alpha_{c,r,k} \mathbf{A}_{c,r,k} \mathbf{s} + w^H \mathbf{n} \quad (13)$$

故输出 SINR 表示为:

$$\text{SINR}(\mathbf{w}, \mathbf{s}) = \frac{E[|\alpha_0 w^H \mathbf{A}_0 \mathbf{s}|^2]}{E\left[\left|w^H \sum_{r=-R}^R \sum_{k=1}^{N_c} \alpha_{c,r,k} \mathbf{A}_{c,r,k} \mathbf{s}\right|^2\right] + E[|w^H \mathbf{n}|^2]} = \frac{p_0 |w^H \mathbf{A}_0 \mathbf{s}|^2}{w^H \left(\sum_{r=-R}^R \sum_{k=1}^{N_c} p_{c,r,k} \mathbf{A}_{c,r,k} \mathbf{s} \mathbf{s}^H \mathbf{A}_{c,r,k}^H \right) \mathbf{w} + w^H \mathbf{w}} \quad (14)$$

式中: $p_0 = \sigma_0^2 / \sigma_n^2$; $p_{c,r,k} = \sigma_{c,r,k}^2 / \sigma_n^2$ 。

进一步有:

$$|w^H \mathbf{A}_0 \mathbf{s}|^2 = w^H (\mathbf{A}_0 \mathbf{s} \mathbf{s}^H \mathbf{A}_0^H) \mathbf{w} = w^H \mathbf{R}_{0s}(\mathbf{s}) \mathbf{w} = \mathbf{s}^H (\mathbf{A}_0^H \mathbf{w} \mathbf{w}^H \mathbf{A}_0) \mathbf{s} = \mathbf{s}^H \mathbf{R}_{0w}(\mathbf{w}) \mathbf{s} \quad (15)$$

$$w^H \left(\sum_{r=-R}^R \sum_{k=1}^{N_c} p_{c,r,k} \mathbf{A}_{c,r,k} \mathbf{s} \mathbf{s}^H \mathbf{A}_{c,r,k}^H \right) \mathbf{w} = \mathbf{s}^H \left(\sum_{r=-R}^R \sum_{k=1}^{N_c} p_{c,r,k} \mathbf{A}_{c,r,k}^H \mathbf{w} \mathbf{w}^H \mathbf{A}_{c,r,k} \right) \mathbf{s} \quad (16)$$

$$\text{SINR}(\mathbf{w}, \mathbf{s}) = \frac{p_0 w^H \mathbf{R}_{0s}(\mathbf{s}) \mathbf{w}}{w^H \mathbf{R}_{0s}(\mathbf{s}) \mathbf{w}} = \frac{p_0 s^H \mathbf{R}_{0w}(\mathbf{w}) \mathbf{s}}{s^H \mathbf{R}_{0w}(\mathbf{w}) \mathbf{s}} \quad (17)$$

式中:

$$\mathbf{R}_{0s}(\mathbf{s}) = \mathbf{R}_s(\mathbf{s}) + \mathbf{I}_{N_R LM} \quad (18)$$

$$\mathbf{R}_s(\mathbf{s}) = \sum_{r=-R}^R \sum_{k=1}^{N_c} p_{c,r,k} \mathbf{A}_{c,r,k} \mathbf{s} \mathbf{s}^H \mathbf{A}_{c,r,k}^H \quad (19)$$

$$\mathbf{R}_{0w}(\mathbf{w}) = \mathbf{R}_{cw}(\mathbf{w}) + \mathbf{w}^H \mathbf{w} \mathbf{I}_{N_T L} \quad (20)$$

$$\mathbf{R}_{cw}(\mathbf{w}) = \sum_{r=-R}^R \sum_{k=1}^{N_c} p_{c,r,k} \mathbf{A}_{c,r,k}^H \mathbf{w} \mathbf{w}^H \mathbf{A}_{c,r,k} \quad (21)$$

2.2 频谱兼容性约束

假设有 K 个与机载 MIMO 雷达系统共存的许可频带,第 k ($k=1, 2, \dots, K$) 个频带范围为 $[f_{k,1}, f_{k,2}]$, 则频谱共存矩阵^[6] 表示为:

$$\mathbf{R} = \sum_{k=1}^K \omega_k \mathbf{R}_k \quad (22)$$

式中: ω_k 为第 k 个频带的权重; \mathbf{R}_k 为第 k 个频带的共存矩阵,表示为:

$$\mathbf{R}_k(m, l) = \begin{cases} f_{k,2} - f_{k,1}, & m=l \\ \frac{e^{j2\pi f_{k,2}(m-l)} - e^{j2\pi f_{k,1}(m-l)}}{j2\pi(m-l)}, & m \neq l \end{cases} \quad (23)$$

第 n ($n=1, 2, \dots, N_T$) 个发射阵元所发射的波形 s_n 表示为:

$$\mathbf{s}_n = (\mathbf{I}_L \otimes \mathbf{u}_n) \mathbf{s} = \mathbf{U}_n \mathbf{s} \quad (24)$$

$$\text{式中: } \mathbf{u}_n = [\underbrace{0, \dots, 0}_{n-1}, \underbrace{1, 0, \dots, 0}_{N_T-n}]$$

则 MIMO 雷达频谱兼容性约束表示为:

$$\sum_{n=1}^{N_T} \mathbf{s}_n^H \mathbf{R} \mathbf{s}_n = \mathbf{s}^H \left(\sum_{n=1}^{N_T} \mathbf{U}_n^H \mathbf{R} \mathbf{U}_n \right) \mathbf{s} = \mathbf{s}^H \tilde{\mathbf{R}} \mathbf{s} \leqslant E_I \quad (25)$$

式中: E_I 表示所有频带的最大允许干扰总能量。

以上只考虑了全局频谱约束,只能保证所约束频带上总的的能量低于设定门限值,但不能分别对每个频带上能量进行精确控制,在实际应用场景中,由于军事、航海等活动的原因,往往某些特定频带比其他频带的优先级更高,且需要精确控制这些频带的允许干扰能量,这样则需要对每个频带单独施加频谱能量约束。

局部频谱约束表达式如下:

$$\mathbf{s}_n^H \mathbf{R}_k \mathbf{s}_n \leqslant E_k \quad (k=1, 2, \dots, K; n=1, 2, \dots, N_T) \quad (26)$$

局部频谱约束和全局频谱约束之间的关系如下:

$$\sum_{n=1}^{N_T} \mathbf{s}_n^H \mathbf{R} \mathbf{s}_n = \sum_{n=1}^{N_T} \mathbf{s}_n^H \left(\sum_{k=1}^K \omega_k \mathbf{R}_k \right) \mathbf{s}_n = \sum_{n=1}^{N_T} \sum_{k=1}^K \omega_k \mathbf{s}_n^H \mathbf{R}_k \mathbf{s}_n \leqslant \sum_{n=1}^{N_T} \sum_{k=1}^K \omega_k E_k = E_I \quad (27)$$

式(26)进一步又可表示为:

$$\mathbf{s}^H (\mathbf{U}_n^H \mathbf{R}_k \mathbf{U}_n) \mathbf{s} = \mathbf{s}^H \tilde{\mathbf{R}}_{k,n} \mathbf{s} \leqslant E_k \quad (28)$$

2.3 峰均比约束和相似性约束

发射波形往往能量恒定,本文假设波形具有归一化能量,即 $\mathbf{s}^H \mathbf{s} = 1$ 。

峰均比约束比恒模约束条件更为宽松,低峰均比约束既能保证充分利用发射机功率又能进一步提高 SINR,其表达式如下^[12]:

$$\text{PAR} = \frac{\max_{1 \leq i \leq N_T L} |\mathbf{s}_i|^2}{\frac{1}{N_T L} \|\mathbf{s}\|^2} \leqslant \zeta, \zeta \in [1, N_T L] \quad (29)$$

当 $\zeta = N_T L$ 时,退化为能量约束。当 $\zeta = 1$ 时则为恒模约束。

式(29)进一步可表示为:

$$\mathbf{s}^H \Phi_i \mathbf{s} \leq \frac{\zeta}{N_T L}, \quad i=1, 2, \dots, N_T L \quad (30)$$

Φ_i 定义如下:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \Phi_i(m, n) = & \begin{cases} 1, & m=n=i \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \\ (m, n) \in \{1, 2, \dots, N_T L\}^2 \end{array} \right. \quad (31)$$

为了得到良好的波形特性,这里同时对波形施加相似性约束^[6]:

$$\|\mathbf{s} - \mathbf{s}_0\|^2 \leq \epsilon \quad (32)$$

式中: \mathbf{s}_0 表示参考波形; $\epsilon (0 \leq \epsilon \leq 2)$ 表示相似度。

由上目标函数和约束条件可得全局频谱设计时优化问题如下:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \max_{\mathbf{w}, \mathbf{s}} & \text{SINR}(\mathbf{w}, \mathbf{s}) \\ \text{s. t.} & \mathbf{s}^H \mathbf{s} = 1 \\ & \mathbf{s}^H \Phi_i \mathbf{s} \leq \frac{\zeta}{N_T L}, \quad i=1, 2, \dots, N_T L \\ & \mathbf{s}^H \tilde{\mathbf{R}} \mathbf{s} \leq E_I \\ & \|\mathbf{s} - \mathbf{s}_0\|^2 \leq \epsilon \end{array} \right. \quad (33)$$

局部频谱设计时优化问题如下:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \max_{\mathbf{w}, \mathbf{s}} & \text{SINR}(\mathbf{w}, \mathbf{s}) \\ \text{s. t.} & \mathbf{s}^H \mathbf{s} = 1 \\ & \mathbf{s}^H \Phi_i \mathbf{s} \leq \frac{\zeta}{N_T L} \quad (i=1, 2, \dots, N_T L) \\ & \mathbf{s}^H \tilde{\mathbf{R}}_k \mathbf{s} \leq E_k \quad (k=1, 2, \dots, K, n=1, 2, \dots, N_T) \\ & \|\mathbf{s} - \mathbf{s}_0\|^2 \leq \epsilon \end{array} \right. \quad (34)$$

3 优化算法

本节以全局频谱设计时的优化问题为例提出具体的求解算法,局部频谱设计时的优化问题可用同样方法求解。

当固定 \mathbf{s} 时,忽略常数项后可得如下无约束优化问题:

$$\max_{\mathbf{w}} \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{0s}(\mathbf{s}) \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{ns}(\mathbf{s}) \mathbf{w}} \quad (35)$$

其闭式解为^[13]:

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = \mathbf{v}(\mathbf{R}_{ns}^{-1}(\mathbf{s}) \mathbf{R}_{0s}(\mathbf{s})) \quad (36)$$

式中: $\mathbf{v}(\cdot)$ 表示矩阵最大特征值对应的特征向量。

当固定 \mathbf{w} 时,问题(33)等价于如下优化问题:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \max_{\mathbf{s}} & \frac{\mathbf{s}^H \mathbf{R}_{0w}(\mathbf{w}) \mathbf{s}}{\mathbf{s}^H \mathbf{R}_{nw}(\mathbf{w}) \mathbf{s}} \\ \text{s. t.} & \mathbf{s}^H \mathbf{s} = 1 \\ & \mathbf{s}^H \Phi_i \mathbf{s} \leq \frac{\zeta}{N_T L} \quad (i=1, 2, \dots, N_T L) \\ & \mathbf{s}^H \tilde{\mathbf{R}} \mathbf{s} \leq E_I \\ & \|\mathbf{s} - \mathbf{s}_0\|^2 \leq \epsilon \end{array} \right. \quad (37)$$

进一步可得:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \max_{\mathbf{s}} & \frac{\mathbf{s}^H \mathbf{R}_{0w}(\mathbf{w}) \mathbf{s}}{\mathbf{s}^H \mathbf{R}_{nw}(\mathbf{w}) \mathbf{s}} \\ \text{s. t.} & \mathbf{s}^H \mathbf{s} = 1 \\ & \mathbf{s}^H \Phi_i \mathbf{s} \leq \frac{\zeta}{N_T L} \quad (i=1, 2, \dots, N_T L) \\ & \mathbf{s}^H \tilde{\mathbf{R}} \mathbf{s} \leq E_I \\ & \mathbf{s}^H \mathbf{S}_0 \mathbf{s} \geq \delta_\epsilon \end{array} \right. \quad (38)$$

式中: $\mathbf{S}_0 = \mathbf{s}_0 \mathbf{s}_0^H$, $\delta_\epsilon = (1 - \epsilon/2)^2$ 。当求出问题(38)的优化解 $\bar{\mathbf{s}}$ 后,问题(37)的优化解 $\mathbf{s}_{\text{opt}} = \bar{\mathbf{s}} e^{j\arg(\bar{\mathbf{s}}^H \mathbf{s}_0)}$, 具体证明见文献[6]。

针对非凸优化问题(38),本文通过以下方法进行解决。首先利用 Charnes-Cooper 变换^[9],问题(38)等价于如下优化问题:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \min_{\mathbf{s}, t} & \mathbf{s}^H \mathbf{R}_{nw}(\mathbf{w}) \mathbf{s} \\ \text{s. t.} & \mathbf{s}^H \mathbf{R}_{0w}(\mathbf{w}) \mathbf{s} = 1 \\ & \mathbf{s}^H \mathbf{s} = t \\ & \mathbf{s}^H \Phi_i \mathbf{s} \leq \frac{t\zeta}{N_T L} \quad (i=1, 2, \dots, N_T L) \\ & \mathbf{s}^H \tilde{\mathbf{R}} \mathbf{s} \leq tE_I \\ & \mathbf{s}^H \mathbf{S}_0 \mathbf{s} \geq t\delta_\epsilon \\ & t \geq 0 \end{array} \right. \quad (39)$$

观察可发现,问题(39)中的目标函数是一个凸函数。但约束条件中的 $\mathbf{s}^H \mathbf{R}_{0w}(\mathbf{w}) \mathbf{s} = 1$, $\mathbf{s}^H \mathbf{s} = t$ 以及 $\mathbf{s}^H \mathbf{S}_0 \mathbf{s} \geq t\delta_\epsilon$ 并非凸集,下面将其进行凸近似处理。

$\mathbf{s}^H \mathbf{R}_{0w}(\mathbf{w}) \mathbf{s} = 1$ 和 $\mathbf{s}^H \mathbf{s} = t$ 等价于如下不等式约束:

$$\left\{ \begin{array}{ll} 1 \leq \mathbf{s}^H \mathbf{R}_{0w}(\mathbf{w}) \mathbf{s} \leq 1 \\ t \leq \mathbf{s}^H \mathbf{s} \leq t \end{array} \right. \quad (40)$$

则问题(39)可转化为如下优化问题:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \min_{\mathbf{s}, t, t_1, t_2, t_3} & \mathbf{s}^H \mathbf{R}_{nw}(\mathbf{w}) \mathbf{s} + u(t_1 + t_2 + t_3) \\ \text{s. t.} & \mathbf{s}^H \mathbf{R}_{0w}(\mathbf{w}) \mathbf{s} \leq 1 + t_1 \\ & \mathbf{s}^H \mathbf{R}_{0w}(\mathbf{w}) \mathbf{s} \geq 1 - t_1 \\ & \mathbf{s}^H \mathbf{s} \leq t + t_2 \\ & \mathbf{s}^H \mathbf{s} \geq t - t_2 \\ & \mathbf{s}^H \Phi_i \mathbf{s} \leq \frac{t\zeta}{N_T L} \quad (i=1, 2, \dots, N_T L) \\ & \mathbf{s}^H \tilde{\mathbf{R}} \mathbf{s} \leq tE_I \\ & \mathbf{s}^H \mathbf{S}_0 \mathbf{s} \geq t\delta_\epsilon - t_3 \\ & t, t_1, t_2, t_3 \geq 0 \end{array} \right. \quad (41)$$

t, t_1, t_2, t_3 为辅助变量, u 为惩罚项参数, 用来平衡原目标函数和辅助惩罚项。当 t_1, t_2, t_3 等于 0 时,问题(41)的解同样为问题(39)的解^[10]。

观察可发现 $\mathbf{s}^H \mathbf{R}_{0w}(\mathbf{w}) \mathbf{s} \leq 1 + t_1$ 是一个凸集,对于 $\mathbf{s}^H \mathbf{R}_{0w}(\mathbf{w}) \mathbf{s} \geq 1 - t_1$ 又可作如下凸近似处理。

因为 $\mathbf{R}_{0w}(\mathbf{w})$ 是一个半正定矩阵,故对于任意 \mathbf{z} (\mathbf{z} 为复向量且与 \mathbf{s} 维度相同),一定有:

$$(s-z)^H \mathbf{R}_{0w}(w) (s-z) \geqslant 0 \quad (42)$$

展开可得：

$$s^H \mathbf{R}_{0w}(w) s + z^H \mathbf{R}_{0w}(w) z - 2\operatorname{Re}(z^H \mathbf{R}_{0w}(w) s) \geqslant 0 \quad (43)$$

利用式(43)替换约束条件 $s^H \mathbf{R}_{0w}(w) s \geqslant 1 - t_1$ 可得：

$$2\operatorname{Re}(z^H \mathbf{R}_{0w}(w) s) - z^H \mathbf{R}_{0w}(w) z \geqslant 1 - t_1 \quad (44)$$

此时式(44)为凸集。

同理约束条件 $s^H s \geqslant t - t_2$ 和 $s^H \mathbf{S}_0 s \geqslant t \delta_e - t_3$ 可经过凸近似处理为：

$$\begin{cases} 2\operatorname{Re}(z^H s) - z^H z \geqslant t - t_2 \\ 2\operatorname{Re}(z^H \mathbf{S}_0 s) - z^H \mathbf{S}_0 z \geqslant t \delta_e - t_3 \end{cases} \quad (45)$$

则问题(41)转化成如下可解的凸的二次约束二次规划问题：

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{s, t, t_1, t_2, t_3} s^H \mathbf{R}_{0w}(w) s + u(t_1 + t_2 + t_3) \\ \text{s. t. } s^H \mathbf{R}_{0w}(w) s \leqslant 1 + t_1 \\ 2\operatorname{Re}(z^H \mathbf{R}_{0w}(w) s) - z^H \mathbf{R}_{0w}(w) z \geqslant 1 - t_1 \\ s^H s \leqslant t + t_2 \\ 2\operatorname{Re}(z^H s) - z^H z \geqslant t - t_2 \\ s^H \boldsymbol{\Phi}_i s \leqslant \frac{t \zeta}{N_T L} \quad (i=1, 2, \dots, N_T) \\ s^H \tilde{\mathbf{R}} s \leqslant t E_I \\ 2\operatorname{Re}(z^H \mathbf{S}_0 s) - z^H \mathbf{S}_0 z \geqslant t \delta_e - t_3 \\ t, t_1, t_2, t_3 \geqslant 0 \end{array} \right. \quad (46)$$

优化问题(46)可通过文献[10]中 FPP-SCA 算法求解，在第 k 次迭代中，令 $z_k = s_{k-1}$ ，则需要求解如下优化问题：

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{s, t, t_1, t_2, t_3} s^H \mathbf{R}_{0w}(w) s + u(t_1 + t_2 + t_3) \\ \text{s. t. } s^H \mathbf{R}_{0w}(w) s \leqslant 1 + t_1 \\ 2\operatorname{Re}(z_k^H \mathbf{R}_{0w}(w) s) - z_k^H \mathbf{R}_{0w}(w) z_k \geqslant 1 - t_1 \\ s^H s \leqslant t + t_2 \\ 2\operatorname{Re}(z_k^H s) - z_k^H z_k \geqslant t - t_2 \\ s^H \boldsymbol{\Phi}_i s \leqslant \frac{t \zeta}{N_T L} \quad (i=1, 2, \dots, N_T) \\ s^H \tilde{\mathbf{R}} s \leqslant t E_I \\ 2\operatorname{Re}(z_k^H \mathbf{S}_0 s) - z_k^H \mathbf{S}_0 z_k \geqslant t \delta_e - t_3 \\ t, t_1, t_2, t_3 \geqslant 0 \end{array} \right. \quad (47)$$

本文所提算法的具体步骤如下：

输入：参考波形 s_0 ，惩罚项参数 u ，退出条件 ξ 和 η 。

输出：优化解 s_{opt} , w_{opt} 。

步骤 1 $l=1$, 初始化波形 $s_1 = s_0$, 更新 $\mathbf{R}_{0s}(s)$ 和 $\mathbf{R}_{os}(s)$, 根据式求解 w_l , 根据式求 SINR_l。

步骤 2 $l=l+1$

1) 更新 $\mathbf{R}_{0w}(w)$ 和 $\mathbf{R}_{ow}(w)$, 利用 FPP-SCA 算法

求解优化问题, 获得优化解 \tilde{s} 。

2) 令 $\bar{s} = \tilde{s}/\sqrt{t}$, $s_l = \bar{s} e^{j\arg(\tilde{s}^H s_0)}$ 。

3) 根据步骤 1 求解 w_l , SINR_l。

步骤 3 重复步骤 2, 直到 $|\text{SINR}_l - \text{SINR}_{l-1}| \leqslant \eta$ 停止。

步骤 4 输出 $s_{\text{opt}} = s_l$, $w_{\text{opt}} = w_l$ 。

至于运算复杂度, 在每次迭代过程中使用本文算法求解 s 时相当于求解一个二阶锥规划(Second-Order Cone Programming, SOCP)问题, 其运算复杂度上界(最差情况下)为 $O((N_T L)^{3.5})$, 而在文献[9]中使用半正定松弛方法求解 SDP 问题的运算复杂度为 $O((N_T L)^{6.5})$, 再通过秩-分解恢复波形的运算复杂度为 $O((N_T L)^3)$ 。通过上述分析可以看出本文算法具有更低的运算复杂度。

4 仿真分析

用具体数值实例进行仿真实验。实验中使用均匀线性阵列, 发射阵元个数 $N_T = 2$, 接收阵元个数 $N_R = 2$, 阵元之间间隔均为半波长。发射脉冲数 $M = 2$, 每个发射阵元发射波形码长 $L = 100$ 。对于机载平台而言, 其飞行速度 v (正侧视)和脉冲重复周期 T 以及波长 λ 之间关系为 $4vT/\lambda = 1$, 即杂波脊斜率 $\beta = 1$ 。对于目标而言, 方位角 $\theta_0 = 0^\circ$, 功率 $\sigma_0^2 = 10$ dB, 归一化多普勒频率 $f_0 = 0.4$ 。对于杂波而言, 假设有 3 个杂波距离环, 即 $R = 1$, 杂波距离环总功率 $\sigma_c^2 = 40$ dB, 每个杂波距离环的杂波个数 $N_c = 360$, 且杂波块均匀分布, 则 $\sigma_{c,r,k}^2 = \sigma_c^2 / 3N_c$ 。噪声功率 $\sigma_n^2 = 0$ dB。第一和第二许可通信频带分别为 $[0.3, 0.35]$ 和 $[0.8, 0.85]$ 。FPP-SCA 算法中惩罚项参数 $u = 5$, 退出条件 $\xi = 10^{-4}$, 最大迭代次数设为 30。本文算法退出条件 $\eta = 10^{-3}$ 。SOCP 问题以及 SDP 问题均通过 MATLAB 中 CVX 工具箱求解。除非另作说明, 否则以下仿真结果均以第一个发射阵元的发射波形为研究对象。

对于参考波形, 由于线性调频(Liner Frequency Modulation, LFM)信号具有良好的脉冲压缩特性和模糊度, 故本文使用正交线性调频信号作为参考波形 $\mathbf{S}_{\text{LFM}} \in \mathbb{C}^{N_T \times L}$, 其第 (m, n) 个元素的数学表达式如下:

$$\mathbf{S}_{\text{LFM}}(m, n) = \frac{\exp\{j2\pi m(n-1)/L\} \exp\{j\pi(n-1)^2/L\}}{\sqrt{N_T L}} \quad (48)$$

式中: $m = 1, 2, \dots, N_T$; $n = 1, 2, \dots, L$; $s_0 = \text{vec}(\mathbf{S}_{\text{LFM}})$ 。

4.1 能量约束下本文算法和文献[9]中算法性能比较

本部分比较了本文算法和文献[9]中算法在解

决能量约束下的全局频谱设计问题时的性能。 $E_1 = E_2 = 0.0001$, $\omega_1 = \omega_2 = 1$, 相似性约束 $\epsilon = 0.3$ 。为了公平比较, 避免约束条件对运算复杂度的增加, 在使用本文算法时同样施加能量约束, 但不施加峰均比约束。文献[9]中的算法 4 通过求解 SDP 问题, 再使用秩-分解定理恢复出优化波形。

表 1 给出了在码长 L 取不同值时 2 种算法的 CPU 运行时间。从表中可以看出无论 L 取何值, 本文算法都比对比算法具有更少的运算时间, 并且随着 L 取值的增大, 2 种算法运算时间的差距越来越大。当 $L = 250$ 时, 对比算法显示“内存不足”, 即“N/A”, 而本文算法仍然可以运行。以上说明了本文算法比对比算法具有更低的运算复杂度。

表 1 2 种算法 CPU 运行时间比较

算法	$L=100$	$L=150$	$L=200$	$L=250$
本文算法	246	662	1 498	3 150
对比算法	341	1 039	4 261	N/A

表 2 给出了 $L=100$ 时 2 种算法的仿真数据, 可见本文算法和对比算法结果几乎相同。图 2 给出了 2 种算法的脉冲压缩图, 图中 2 种算法图示几乎完全重合。

表 2 $L=100$ 时 2 种算法性能比较

算法	SINR/dB	第一频带能量	第二频带能量
本文算法	9.133 6	6.7868×10^{-5}	1.3432×10^{-4}
对比算法	9.133 7	6.7868×10^{-5}	1.3432×10^{-4}

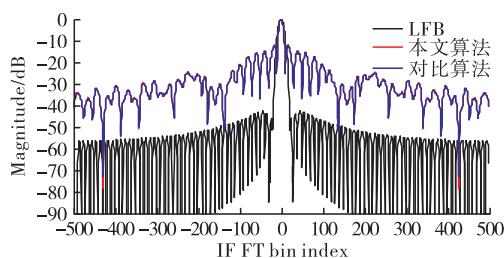


图 2 $L=100$ 时 2 种算法脉冲压缩图

以上结果充分说明了本文算法在解决能量约束下的全局频谱设计时能达到和对比算法同样的效果。但更重要的是, 本文算法具有更低的运算复杂度以及更强的灵活性和适用性, 能够解决峰均比约束下的波形设计以及局部频谱设计问题, 而对比算法只适用于能量约束下的全局频谱设计问题。

4.2 不同峰均比约束下的全局频谱波形设计

$E_1 = E_2 = 0.0001$, $\omega_1 = \omega_2 = 1$, 相似性约束 $\epsilon = 0.3$ 。设置 $\zeta = 200, 1.5, 1$, 由式(29)中定义可知, $\zeta = 200$ 表示能量约束, $\zeta = 1.5$ 表示低峰均比约束, $\zeta = 1$ 表示恒模约束。

图 3 给出了在不同峰均比约束下的 SINR 随迭代次数的变化曲线, 从图中可以看出在未波形设计(即使用参考波形 s_0 作为发射波形, 对应图中第 1 次

迭代)时的 SINR 值为 6.587 6 dB, 而通过波形设计后 SINR 都存在明显提升, 当 $\zeta = 200$ 时 SINR 为 9.133 6 dB, 当 $\zeta = 1.5$ 时 SINR 为 9.014 8 dB, 当 $\zeta = 1$ 时 SINR 为 8.360 7 dB。另外可以看出在能量约束时 SINR 最大, 随着 ζ 的减小 SINR 也相应越来越小, 当恒模约束时 SINR 值最小。这一结果符合理论预期, 因为 ζ 的减小意味着波形幅度的自由度越来越小, 从而导致 SINR 的下降。但从图中同时可以看出, 在低峰均比约束下, 相对于能量约束而言 SINR 的损失程度较小, 因此在波形设计时设置低峰均比约束是可以接受的。

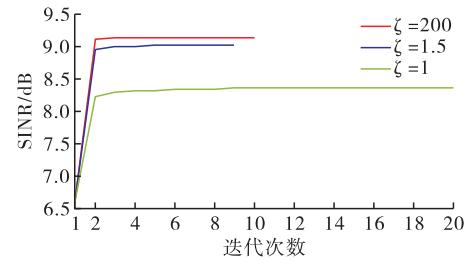


图 3 不同峰均比约束下的 SINR 变化曲线

图 4 给出了在不同峰均比约束下的波形能量谱密度(Energy Spectral Density, ESD), 图中同时给出了 LFM 信号的 ESD 作为参考。从图中可以看出优化后的波形在相应频带上形成能量凹槽(如图中阴影部分区域), 说明了所提算法能够起到频谱约束的作用, 能够实现频谱共存。

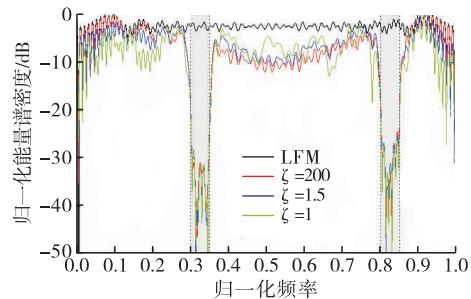


图 4 不同峰均比约束下的波形能量谱密度图

图 5 给出了不同峰均比约束下的波形幅度变化情况。从图中可以看出在能量约束时波形幅度变化最大, 随着 ζ 的减小, 波形幅度变化范围越来越小, 且不会超过峰均比约束幅度上界, 当 $\zeta = 1$ 时波形幅度恒定, 此时为恒模波形。从以上结果可以说明本文所提算法很好地起到峰均比约束的效果。

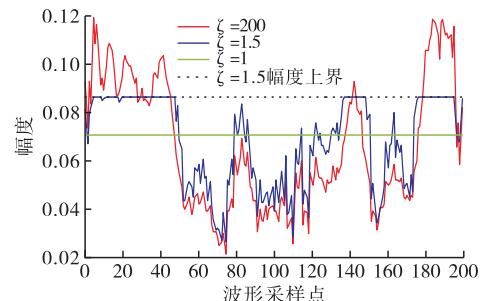


图 5 不同峰均比约束下的波形幅度变化曲线

4.3 不同相似性约束下的全局频谱波形设计

$E_1 = E_2 = 0.0001$, $\omega_1 = \omega_2 = 1$, 峰均比约束 $\zeta = 1.5$ 。设置相似性约束 $\epsilon = 2, 0.3, 0.1$ 。

图 6 给出了在不同相似性约束下的 SINR 变化情况。从图中可以看出波形优化后 SINR 都存在明显提升,但在 $\epsilon = 2$ 时 SINR 值最大,为 9.5717 dB,随着 ϵ 的不断减小,SINR 值不断下降,当 $\epsilon = 0.1$ 时,为 7.3767 dB。这一结果同样是符合理论预期的,因为 ϵ 的减小同样意味着波形的可行集在减小,从而导致了优化波形的自由度降低。

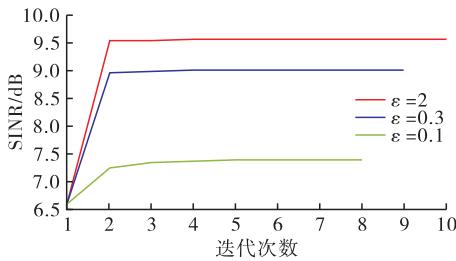


图 6 不同相似性约束下的 SINR 变化曲线

图 7 给出了在不同相似性约束下的波形 ESD。从图中可以看出无论 ϵ 取值多少,优化后的波形都能在相应频带形成能量凹槽。但同时可以发现当 $\epsilon = 2$ 时,波形的 ESD 在其他某些频带上的分布与 LFM 信号差异较大,而 $\epsilon = 0.1$ 时则与 LFM 信号分布情况非常接近,这也说明了本文算法起到了相似性约束的作用。

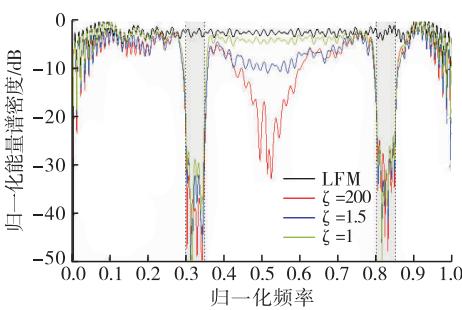
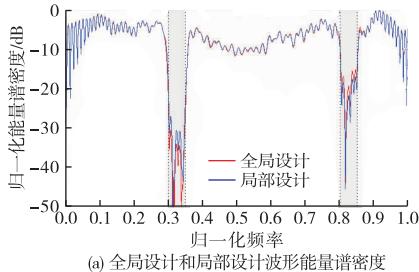
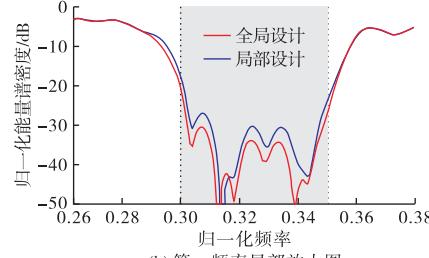


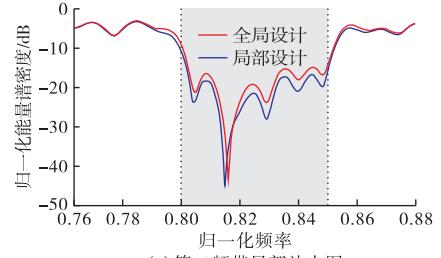
图 7 不同相似性约束下的波形能量谱密度图



(a) 全局设计和局部设计波形能量谱密度



(b) 第一频率局部放大图



(c) 第二频率局部放大图

图 9 全局设计和局部设计波形能量谱密度

表 3 全局设计和局部设计对应频带能量值

设计方法	第一频带能量	第二频带能量
全局设计	4.11×10^{-5}	0.0016
局部设计	1×10^{-4}	1×10^{-3}

图 9 给出了全局设计和局部设计下的 ESD。从图中可以看出,无论哪种设计方法第一频带的能量下降程度都更高,说明了第一频带的优先级更高。

图 8 给出了在不同相似性约束下的波形脉冲压缩情况,脉压经过加海明窗处理^[14],图中同时给出了 LFM 信号的脉压作为参考。从图中可以看出随着 ϵ 取值的不断减小,波形脉压的旁瓣水平在不断下降,说明了本文算法能够起到相似性约束的作用。

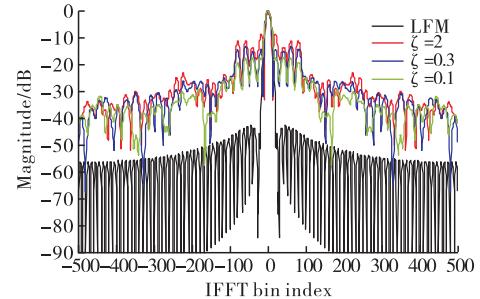


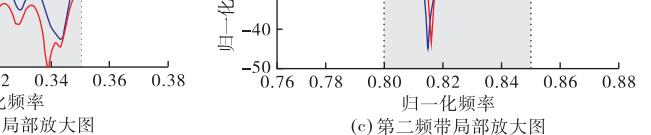
图 8 不同相似性约束下的波形脉冲压缩图

对于局部频谱设计时的 SINR 变化曲线,ESD,波形幅度和脉压情况,具有和全局设计时几乎相同的结果,本文不再一一展示,主要区别或优势是局部频谱设计可以精确控制特定频带上的允许干扰能量,而全局频谱设计则只能保证所有特定频带上总的干扰能量小于设定的门限值。

4.4 全局频谱设计和局部频谱设计比较

接下来将对全局频谱设计和局部频谱设计的仿真结果进行比较。首先构建如下场景: $E_1 = 0.0001$, $E_2 = 0.001$, 即第一频带的优先级要高于第二频带。在全局频谱设计时,可以通过设置不同的权值来控制各频带之间的优先级,但无法做到精确控制,这里根据 E_1 和 E_2 之间的关系设置 $\omega_1 = 10, \omega_2 = 1$, 则全

局设计时 $E_1 = \sum_{n=1}^{N_T} \sum_{k=1}^K \omega_k E_k = 0.0040$ 。其他条件均设置为 $\zeta = 1.5, \epsilon = 0.3$ 。



但是对于第一频带而言全局设计要比局部设计下降的能量更多,而对于第二频带而言全局设计则比局部设计下降的能量要少。

表 4 给出了分别通过全局设计和局部设计后两个频带上的能量值,从表中数据可以发现,具体到每个频带上而言,全局设计后第一频带能量要远小于设定值 E_1 ,说明第一频带能量下降过多,而第二频

带能量则又大于设定值 E_2 ,说明第二频带能量下降太少。然而通过局部设计后,每个频带上的能量都符合各自频带设定的门限要求。以上说明了局部设计能够精确控制不同频带的能量,相比较全局设计更具有优势。

5 结语

本文研究了机载MIMO雷达在地杂波环境下的频谱共存波形设计问题,旨在于通过波形设计的方法进一步增强雷达对地面动目标的检测性能,同时能够实现雷达与通信系统之间的频谱共存。在设计阶段,本文对波形进一步施加了峰均比约束,并研究了全局频谱设计和局部频谱设计两种设计方法。针对这一复杂的多约束非凸联合优化问题,考虑到现有算法的局限性,本文提出了一种新颖的循环迭代算法。仿真分析部分首先将本文算法和现有算法进行了性能比较,证明了所提算法具有更低的运算复杂度,然后具体评估了本文算法在全局频谱设计时不同峰均比约束对 SINR, ESD 以及波形幅度的影响,不同相似性约束对 SINR, ESD 以及波形脉压特性的影响,最后定量比较了全局设计和局部设计的各自特点。仿真结果证明了所提算法的有效性。未来可能的工作是研究在目标先验信息不确定时的机载 MIMO 雷达稳健波形设计^[15-16]。

参考文献

- [1] WICKS M. Spectrum Crowding and Cognitive Radar [C]// International Workshop on Cognitive Information Processing. [S. l.]: IEEE, 2010.
- [2] SELESNICK I W, PILLAI S U, ZHENG R. An Iterative Algorithm for the Construction of Notched Chirp Signals[C]// IEEE Radar Conference. [S. l.]: IEEE, 2010.
- [3] SELESNICK I W, PILLAI S U. Chirp-Like Transmit Waveforms with Multiple Frequency-Notches [C]// Radar Conference. [S. l.]: IEEE, 2011.
- [4] HE H, STOICA P, LI J. Waveform Design with Stopband and Correlation Constraints for Cognitive Radar [C]// International Workshop on Cognitive Information Processing. [S. l.]: IEEE, 2010.
- [5] WANG G, LU Y L. Designing Single/Multiple Sparse Frequency Waveforms with Sidelobe Constraint [J]. Radar Sonar & Navigation, 2011, 5(1): 32-38.
- [6] AUBRY A, MAIO A D, PIEZZO M, et al. Radar Waveform Design in a Spectrally Crowded Environment via Nonconvex Quadratic Optimization [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2014, 50(2): 1138-1152.
- [7] MAIO A D, AUBRY A, CAROTENUTO V. Forcing Multiple Spectral Compatibility Constraints in Radar Waveforms [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2016, 23(4): 1-1.
- [8] PIEZZO M, MAIO A D, AUBRY A, et al. Cognitive Radar Waveform Design for Spectral Coexistence [C]// Radar Conference. [S. l.]: IEEE, 2014.
- [9] TANG B, TANG J. Joint Design of Transmit Waveforms and Receive Filters for MIMO Radar Space Time Adaptive Processing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2016: 1-10.
- [10] MEHANNA O, HUANG K, GOPALAKRISHNAN B, et al. Feasible Point Pursuit and Successive Approximation of Non-Convex QCQPs[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2015, 22(7): 804-808.
- [11] STOICA P, LI J, XUE M. Transmit Codes and Receive Filters for Radar[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(6): 94-109.
- [12] MAIO A D, HUANG Y, PIEZZO M, et al. Design of Optimized Radar Codes with a Peak to Average Power Ratio Constraint [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(6): 2683-2697.
- [13] YU X, CUI G, KONG L, et al. Space-Time Transmit Code and Receive Filter Design for Colocated MIMO Radar[C]// Radar Conference. [S. l.]: IEEE, 2016.
- [14] CUI G, LI H, RANGASWAMY M. MIMO Radar Waveform Design with Constant Modulus and Similarity Constraints[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(2): 343-353.
- [15] AUBRY A, MAIO A D, NAGHSH M M. Optimizing Radar Waveform and Doppler Filter Bank via Generalized Fractional Programming [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2015, 9(8): 1387-1399.
- [16] KARBASI S M, AUBRY A, MAIO A D, et al. Robust Transmit Code and Receive Filter Design for Extended Targets in Clutter[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(8): 1965-1976.

(编辑:徐敏)