二元局部修复码的新构造

杨 森，李瑞虎✉，付 强，吕良东
(空军工程大学基础部，西安，710051)

摘要 局部修复码(Locally Repairable Codes，简记为LRCs)是一种可以减小分布式存储系统修复带宽的新型纠删码。依据二元最优码的不同距离特性而改变校验矩阵的方法，提出了由奇距离局部修复码扩展构造偶距离局部修复码的一种方法；而且提出了通过删截的方法构造新的性能优良的局部修复码。利用这两种方法，构造出四组码长为 $n\leqslant 24$，维数为 $k\geqslant 8$ 且距离为 $6\leqslant d\leqslant 8$ 具有较小局部修复度的码，这些码都达到了C-M界。这些结果对于研究更大距离的二元最优局部修复码以及一般域上的最优局部修复码的构造，将具有借鉴意义。

关键词 局部修复码；局部修复度；校验矩阵；二元最优线性码；C-M界

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2019.06.016

中图分类号 O157.4 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2019)06-0104-05

The New Constructions of Binary Locally Repairable Codes

YANG Sen，LI Ruihu✉，FU Qiang，LÜ Liangdong
(Department of Basic Sciences，Air Force Engineering University，Xi'an 710051，China)

Abstract: Locally repairable code (LRC) is a new family of erasure codes to reduce the repair bandwidth during recovering the lost data in distributed storage systems. Dependent on the characters of different distance and the parity check matrices of binary optimal codes，a method is presented to construct even-distance LRCs from odd-distance LRCs，and some new LRCs with good properties are obtained by puncturing strategy. By using these two methods，four classes of LRCs (length $n\leqslant 24$，dimension $k\geqslant 8$ and distance $6\leqslant d\leqslant 8$)attained to the C-M bound are constructed. There is much in these methods of constructing LRCs that optimal LRCs with higher distance over binary field and general fields can be made use of.

Key words: locally repairable codes; locality; parity check matrices; binary optimal codes; C-M bound

云存储是一种基于云计算而发展起来的存储方式。目前，用三重备份来保证信息的可靠存储，但这种方式将会产生巨大的信息冗余量[1]。传统纠删码能够满足系统高效存储的需要，但是其修复效率低，不能完全满足现代分布式存储系统的需求[2]。再生码和局部修复码是两种用于现代分布式存储系统的新型纠删码[3]。再生码相比于传统纠删码，能够减小修复带宽；LRCs建立了不同节点之间的关系，任一节点可以通过访问其它节点恢复数据。若在存储过程中有节点发生故障，参与恢复过程所需的最大

收稿日期： 2019-07-12
基金项目： 国家自然科学基金(11471011；11801564；11901579)
作者简介： 杨 森(1995—)，女，河北承德人，硕士生，主要从事大数据存储编码研究。E-mail:llzsy2015@163.com
通信作者： 李瑞虎(1966—)，男，安徽亳州人，教授，博士生导师，主要从事量子编码、大数据存储编码研究。E-mail:llzsy2015@163.com

引用格式：杨森，李瑞虎，付强，等. 二元局部修复码的新构造[J]. 空军工程大学学报(自然科学版)，2019，20(6)：104-108. YANG Sen，LI Ruihu，FU Qiang，et al. The New Constructions of Binary Locally Repairable Codes[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition)，2019，20(6)：104-108.

节点数量称为 LRCs 的局部修复度。具有小的局部修复度的 LRCs 优化了在修复过程中所需要的有关节点数量，提高了修复效率。Rawat 等人[4]深入研究了在参与恢复的过程中使用最少节点数量的 LRCs 的问题。文献[5]指出在分布式数据存储系统中，具有小的局部度的 LRCs 的适用性更好。

Gopalan 等人[5]提出了 LRCs 的概念，确立了 LRCs 的最小 Hamming 距离 d 的一种上界：

$$d \leqslant n-k+2-\left\lceil \frac{k}{r} \right\rceil$$

该界被称为 Singleton 形界（当 $k=r$ 时，上面的界退化为经典 Singleton 界），但是 Singleton 形界在二元域上是不紧的[5-7]。在文献[8]中，Cadambe 和 Mazumdar 将域的大小也作为参数，提出了一个更好的上界，即 C-M 界：

$$k \leqslant \min_{t\in Z^+}\{tr+k_{\rm opt}^{(q)}(n-t(r+1),d)\}$$

其中，$k_{\rm opt}^{(q)}(n,d)$ 为当码长为 n、域的大小为 q、最小距离为 d 时 LRCs 的最大可能维数[9]。若等式成立，称该码达到了 C-M 界。

以往最优 LRCs 构造工作主要集中在大域上[5-6,10-11]。但在工程应用中，考虑到算法效率和硬件易实现性，在小域上 LRCs 的设计和构造更具有研究价值[12]。

目前，已有学者对二元 LRCs 进行了初步研究。Huang 等人[13]通过幻影奇偶校验码元给出了当 $d=3,4,5$ 时的二元 LRCs 的构造方法。Fu 等人[14]提出了局部修复度 $r=1,2,3$ 时的 3 种 LRCs 的构造方法，给出了 $2\leqslant k\leqslant 7$ 且 $n\geqslant k+2$ 时的具有小局部度的最优线性码。Rao 等人在文献[15]中研究了 $r\leqslant 4$ 时的二元循环 LRCs 的构造，文献[16]对 $d=3,4,5$ 且具有高码率的二元 LRCs 进行了研究。

本文提出构造新二元 LRCs 的 2 种方法，获得 4 组 $n\leqslant 24, k\geqslant 8$，且距离最优的 LRCs，这些码都达到了 C-M 界。

1　预备知识

设 $\boldsymbol{F}_{\rm q}$ 为 q 元有限域，$\boldsymbol{F}_q^n$ 为 $\boldsymbol{F}_q$ 上的 n 维行向量空间，$\boldsymbol{C}$ 是 $\boldsymbol{F}_q^n$ 的 k 维子空间，记 $\boldsymbol{C}=[n,k]_q$。若 $\boldsymbol{x}=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$，$\boldsymbol{y}=(y_1,y_2,\cdots,y_n)\in\boldsymbol{F}_q^n$，$\boldsymbol{x}$ 的 Hamming 重量为 $wt(\boldsymbol{x})=|\{i\,|\,x_i\neq 0, i=1,2,\cdots,n\}|$，$\boldsymbol{x}$ 与 $\boldsymbol{y}$ 的 Hamming 距离为 $d(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})=wt(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y})$。当 $\boldsymbol{C}$ 中非零码字的最小 Hamming 距离为 d，记 $\boldsymbol{C}=[n,k,d]_q$。若不存在码 $\boldsymbol{C}'=[n,k,d+1]_q$，则称码 $\boldsymbol{C}=[n,k,d]_q$ 为距离最优的（d-optimal）。

对于 $\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}\in\boldsymbol{F}_q^n$，$\boldsymbol{x}$ 与 $\boldsymbol{y}$ 的内积为 $(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})=\sum x_iy_i$，$i=1,2,\cdots,n$。将 $\boldsymbol{C}^\perp=\{\boldsymbol{x}\,|\,(\boldsymbol{x},\boldsymbol{c})=0,\boldsymbol{x}\in\boldsymbol{F}_q^n,\boldsymbol{c}\in\boldsymbol{C}\}$ 称为码 $\boldsymbol{C}$ 的对偶码。若 $\boldsymbol{C}=[n,k]_q$，则 $\boldsymbol{C}^\perp=[n,n-k]_q$。由 $\boldsymbol{C}$ 的一组基构成的矩阵 $\boldsymbol{G}=\boldsymbol{G}_{k,n}$ 叫做 $\boldsymbol{C}$ 的生成矩阵，$\boldsymbol{C}^\perp$ 的生成矩阵 $\boldsymbol{H}=\boldsymbol{H}_{n-k,n}$ 叫做 $\boldsymbol{C}$ 的校验矩阵。

对于 LRC $\boldsymbol{C}$，$\boldsymbol{c}=(c_1,c_2,\cdots,c_n)\in\boldsymbol{C}$ 若其中第 i 个码元 c_i 能够通过其他至多 r_i 个码元恢复出来，就称码元 c_i 的局部修复度为 r_i。若 $\boldsymbol{C}$ 中所有码元的最大局部修复度为 r，则该码的局部修复度为 r，记为 $\boldsymbol{C}=[n,k,d;r]_q$。研究 $\boldsymbol{C}$ 的局部度可分别从生成矩阵和校验矩阵两个角度考虑。

引理 1[13] 若码的生成矩阵中任意一个列向量是其他至多 r 个列向量的线性组合，则该码的局部修复度为 r。

若矩阵的列均为非零列向量，称该矩阵列铺满。

引理 2[17] 若码 C 的校验矩阵为 $\boldsymbol{H}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{H}_1\\ \boldsymbol{H}_2\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{H}_1$ 实现列铺满，$\boldsymbol{H}_1$ 的行称为 $\boldsymbol{H}$ 的局部修复行（Locality-rows）。$\boldsymbol{H}_2$ 确保最小距离且矩阵满秩。若 $\boldsymbol{H}_1$ 所有行向量的最大 Hamming 重量为 $r+1$，则 $\boldsymbol{C}$ 的局部修复度为 r。

约定：用 $\boldsymbol{1}_m$ 和 $\boldsymbol{0}_m$ 分别表示 m 维全 1 行向量及全 0 行向量，$\boldsymbol{1}_m^{\rm T}$ 和 $\boldsymbol{0}_m^{\rm T}$ 分别表示它们的转置；记 $\boldsymbol{0}_{m\times n}$ 为 $m\times n$ 零矩阵。

2　局部修复码的构造

本文通过校验矩阵研究 LRCs 的局部修复度。若码 $\boldsymbol{C}_{\rm o}=[n,k,d]$，约定其校验矩阵为 $\boldsymbol{H}_{\rm o}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{H}_{1\rm o}\\ \boldsymbol{H}_{2\rm o}\end{pmatrix}$，其中，$\boldsymbol{H}_{1\rm o}$ 实现列铺满。

以下介绍用扩展和删截构造新的 LRCs 的 2 种方法。

2.1　由奇距离 LRCs 扩展构造偶距离 LRCs

定理 1　设 d 为奇数，若码 $\boldsymbol{C}_{\rm o}=[n,k,d;r_o]$ 的对偶码 $\boldsymbol{C}_{\rm o}^\perp$ 的最大码字重量为 $w_{\max}$，则有 $\boldsymbol{C}=[n+1,k,d+1;r]$，其中 $r\leqslant\max\{n-w_{\max},r_{\rm o}\}$。

证明　(1)设码 $\boldsymbol{C}_{\rm o}$ 的校验矩阵为 $\boldsymbol{H}_{n-k,n}=\boldsymbol{H}_{\rm o}$，构造码 $\boldsymbol{C}=[n+1,k,d+1]$ 的校验矩阵：

$$\boldsymbol{H}'_{n-k+1,n+1}=\begin{pmatrix}\multicolumn{2}{c}{\boldsymbol{1}_{n+1}}\\ \boldsymbol{0}_{n-k}^{\rm T} & H_{n-k,n}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\multicolumn{2}{c}{\boldsymbol{1}_{n+1}}\\ \boldsymbol{0}_l^{\rm T} & H_{1\rm o}\\ \boldsymbol{0}_{n-k-l}^{\rm T} & H_{2\rm o}\end{pmatrix}$$

(2)取 $\boldsymbol{C}_{\rm o}^\perp$ 中的 1 个重量为 $w_{\max}$ 的码字 $\boldsymbol{c}_{\max}$，令 $\boldsymbol{c}'_{\max}=[\boldsymbol{0}\ \boldsymbol{c}_{\max}]$，由 $\boldsymbol{H}'_{n-k+1,n+1}$ 可构造 $\boldsymbol{C}$ 的另一个校验矩阵：

$$\boldsymbol{H}_{n-k+1,n+1}=\boldsymbol{H}'_{n-k+1,n+1}+\begin{pmatrix}\boldsymbol{c}'_{\max}\\ \boldsymbol{0}_{(n-k)\times(n+1)}\end{pmatrix}=$$

$$\begin{pmatrix}\boldsymbol{1}_{n+1}+\boldsymbol{c}'_{\max}\\ \boldsymbol{0}_l^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{H}_{1\mathrm{o}}\\ \boldsymbol{0}_{n-k-l}^{T} \quad \boldsymbol{H}_{2\mathrm{o}}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{H}_1\\ \boldsymbol{H}_2\end{pmatrix}$$

令矩阵 $\boldsymbol{H}_1=\begin{pmatrix}\boldsymbol{1}_{n+1}+\boldsymbol{c}'_{\max}\\ \boldsymbol{0}_l^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{H}_{1\mathrm{o}}\end{pmatrix}$,$\boldsymbol{H}_2=(\boldsymbol{0}_{n-k-l}^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{H}_{2\mathrm{o}})$,则 $\boldsymbol{H}_1$ 能够实现列铺满,码字 $\boldsymbol{1}_{n+1}+\boldsymbol{c}'_{\max}$ 的重量为 $n-w_{\max}$,则码 $\boldsymbol{C}$ 的局部修复度 $r\leqslant\max\{n-w_{\max},r_{\mathrm{o}}\}$。

2.2 由删截构造新 LRCs

定理 2 若 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{o}}=[n,k,d;r_{\mathrm{o}}]$ 的校验矩阵为 $\boldsymbol{H}_{\mathrm{o}}$,通过删除 $\boldsymbol{H}_{\mathrm{o}}$ 中的一列可以得到 $\boldsymbol{C}=[n-1,k-1,d;r]$ 的校验矩阵 $\boldsymbol{H}$,码 $\boldsymbol{C}$ 的局部修复度 $r\leqslant r_{\mathrm{o}}$。

证明 由引理 2,$\boldsymbol{H}_{\mathrm{o}}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{H}_{1\mathrm{o}}\\ \boldsymbol{H}_{2\mathrm{o}}\end{pmatrix}$,删截 $\boldsymbol{H}_{\mathrm{o}}$ 中的特定列构造 $\boldsymbol{C}$ 的校验矩阵 $\boldsymbol{H}'=\begin{pmatrix}\boldsymbol{H}_1'\\ \boldsymbol{H}_2'\end{pmatrix}$,在 $\boldsymbol{C}^{\perp}$ 中重新选取较小重量的码字构造新的校验矩阵 $\boldsymbol{H}_{n-k,n-1}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{H}_1\\ \boldsymbol{H}_2\end{pmatrix}$,使得矩阵 $\boldsymbol{H}_1$ 中最大行重量 $w_{\max}$ 尽可能小,则以 $\boldsymbol{H}_{n-k,n-1}$ 校验矩阵的码 $\boldsymbol{C}=[n-1,k-1,d]$ 的局部度 $r\leqslant r_{\mathrm{o}}$。

推论 1 由 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{o}}=[n,k,d;r_{\mathrm{o}}]$ 构造 $\boldsymbol{C}=[n-1,k-1,d;r]$,若 $\boldsymbol{H}_{1\mathrm{o}}$ 中第 i 列为 $\boldsymbol{1}_m^{\mathrm{T}}$,删截 $\boldsymbol{H}$ 中第 i 列,则有 $r=r_{\mathrm{o}}-1$。

3 LRCs 的构造

下面用第 2 节中的方法构造 LRCs。

3.1 $d=6$ 时 LRCs 的构造

命题 1 存在参数为[18,9,6;5]和[17,8,6;4]距离最优且达到 C-M 界的 LRCs。

证明 由文献[16]可以得到 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{o}}=[17,9,5]$ 的校验矩阵:

$$\boldsymbol{H}_{8,17}=\begin{bmatrix}10000000110100101\\01100000001101001\\00110000110010001\\00010000010001111\\00001100100010011\\00000100011110001\\00100010011000011\\00000001101001011\end{bmatrix}$$

由 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{o}}^{\perp}=<\boldsymbol{H}_{8,17}>$,取 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{o}}^{\perp}$ 最大重量 $w_{\max}=12$ 的码字 $\boldsymbol{c}_{\max}=[011111010101111110]$,令 $\boldsymbol{c}'_{\mathrm{mac}}=[0\ \boldsymbol{c}_{\max}]$,构造距离最优码 $\boldsymbol{C}=[18,9,6]$ 的校验矩阵:

$$\boldsymbol{H}'_{9,18}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{1}_{18}\\ \boldsymbol{0}_8^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{H}_{8,17}\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{H}_{9,18}=\boldsymbol{H}'_{9,18}+\begin{pmatrix}\boldsymbol{c}'_{\max}\\ \boldsymbol{0}_{8\times18}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{H}_1\\ \boldsymbol{H}_2\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{H}_1=\begin{bmatrix}110000010101000001\\001100000001101001\\000010000010001111\\000001100100010011\\000000001101001011\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{H}_2=\begin{bmatrix}010000000110100101\\000110000110010001\\000000100011110001\\000100010011000011\end{bmatrix}$$

$\boldsymbol{H}_1$ 中码字的最大重量为 6,故 $\boldsymbol{C}=[18,9,6;5]$。将 $\boldsymbol{H}_{9,18}$ 中最后一列删除,可得到的校验矩阵 $\boldsymbol{H}_{9,17}$ 及 $\boldsymbol{C}'=[17,8,6;4]$。容易验证这 2 个码均达到了 C-M 界。

命题 2 存在参数为[18,8,6;3]、[19,9,6;4]、[20,10,6;4]、[21,11,6;5]、[22,12,6;5]、[23,13,6;6]和[24,14,6;7]距离最优且达 C-M 界的 LRCs。

证明 由文献[16]构造[24,14,6;7]校验矩阵:

$$\boldsymbol{H}_{10,24}=\begin{bmatrix}100011100101001000000010\\010101011001000010001000\\011011001010010010000000\\010001110110100000001000\\000101110010000001100100\\010101000100001000010110\\000001001100000010110011\\011001000000000101001101\\000001001001111100000001\\000101000010000110011100\end{bmatrix}$$

按表 1 删除方法可得 $d=6,18\leqslant n\leqslant23$ 码的校验矩阵,并确定码的局部度,这些码达到 C-M 界。

表 1 当 $n-k=10$ 时的 LRCs

No.	$\boldsymbol{C}$	$\boldsymbol{H}_{n-k,n}$	构造方法
1	[24,14,6;7]	$\boldsymbol{H}_{10,24}$	由 $\boldsymbol{H}_{9,23}$[16]扩展
2	[23,13,6;6]	$\boldsymbol{H}_{10,23}$	由 $\boldsymbol{H}_{10,24}$ 删截第 6 列
3	[22,12,6;5]	$\boldsymbol{H}_{10,22}$	由 $\boldsymbol{H}_{10,23}$ 删截第 23 列
4	[21,11,6;5]	$\boldsymbol{H}_{10,21}$	由 $\boldsymbol{H}_{10,22}$ 删截第 12 列
5	[20,10,6;4]	$\boldsymbol{H}_{10,20}$	由 $\boldsymbol{H}_{10,21}$ 删截第 17 列
6	[19,9,6;4]	$\boldsymbol{H}_{10,19}$	由 $\boldsymbol{H}_{10,20}$ 删截第 13 列
7	[18,8,6;3]	$\boldsymbol{H}_{10,18}$	由 $\boldsymbol{H}_{10,19}$ 删截第 14 列

3.2 $d=7$ 时 LRCs 的构造

命题 3 存在参数为[19,8,7;4]、[20,9,7;4]、[21,10,7;5]、[22,11,7;6]和[23,12,7;7]距离最优且到达 C-M 界的 LRCs。

证明 由 Golay 码可得等价码[23,12,7;7]的校验矩阵：

$$
\boldsymbol{H}_{11,23}=\begin{bmatrix}
10000000000101001001111\\
01000010000000001111011\\
00100000100000101010111\\
10010000000100110010101\\
00001000000000111101101\\
00000100000101010111001\\
00000010000111100010011\\
00000001100101100100101\\
00000000100011011100011\\
00000000011110110100001\\
00000000001010010011111
\end{bmatrix}
$$

按表 2 中的删除方法可以得到 $d=7$，$19\leqslant n\leqslant 22$ 的码的校验矩阵，并确定码的局部度，这些码达到 C-M 界。

表 2　当 $n-k=11$ 时的 LRCs

No.	$\boldsymbol{C}$	$\boldsymbol{H}_{n-k,n}$	构造方法
1	[23,12,7;7]	$\boldsymbol{H}_{11,23}$	Golay 码
2	[22,11,7;6]	$\boldsymbol{H}_{11,22}$	由 $\boldsymbol{H}_{11,23}$ 删截第 23 列
3	[21,10,7;5]	$\boldsymbol{H}_{11,21}$	由 $\boldsymbol{H}_{11,22}$ 删截第 22 列
4	[20,9,7;4]	$\boldsymbol{H}_{11,20}$	由 $\boldsymbol{H}_{11,21}$ 删截第 16 列
5	[19,8,7;4]	$\boldsymbol{H}_{11,19}$	由 $\boldsymbol{H}_{11,20}$ 删截第 19 列

3.3 $d=8$ 时 LRCs 的构造

命题 4 存在参数为[20,8,8;4]、[21,9,8;4]、[22,10,8;5]、[23,11,8;6]和[24,12,8;7]距离最优且到达 C-M 界的 LRCs。

证明 按表 3 中的方法由 $d=7$ 的码扩展，可以得到 $d=8$，$20\leqslant n\leqslant 24$ 的码的校验矩阵，利用定理 1 确定码的局部度，易验证这些码达到 C-M 界。

表 3　当 $n-k=12$ 时的 LRCs

No.	$\boldsymbol{C}$	$\boldsymbol{H}_{n-k,n}$	构造方法
1	[24,12,8;7]	$\boldsymbol{H}_{12,24}$	由 $\boldsymbol{H}_{11,23}$ 扩展
2	[23,11,8;6]	$\boldsymbol{H}_{12,23}$	由 $\boldsymbol{H}_{11,22}$ 扩展
3	[22,10,8;5]	$\boldsymbol{H}_{12,22}$	由 $\boldsymbol{H}_{11,21}$ 扩展
4	[21,9,8;4]	$\boldsymbol{H}_{12,21}$	由 $\boldsymbol{H}_{11,20}$ 扩展
5	[20,8,8;4]	$\boldsymbol{H}_{12,20}$	由 $\boldsymbol{H}_{11,19}$ 扩展

4 结语

本文利用二元域上最优线性码相关理论为基础，从校验矩阵的角度提出了 2 种 LRCs 的构造方法。当已有距离为奇数的 LRCs 时，可由奇距离 LRCs 构造偶距离的新 LRCs，也可通过删截已知 LRCs 的方法构造新的 LRCs。利用这 2 种方法，具体构造出了参数为 $n\leqslant 24$，$k\geqslant 8$，$6\leqslant d\leqslant 8$ 的 4 组距离最优的 LRCs，且都达到了 C-M 界。在未来的工作中，还可以通过本文中提出的构造方法研究码长更大、维数更高、距离更大的 LRCs 的局部修复度，这些构造方法也可以推广到更一般的域上来构造新码。文中提出的构造方法也为进一步研究二元最优线性码的局部修复度与其他参数间的关系，构造性能优良的 LRCs 提供借鉴思路。

参考文献(References)：

[1] WEATHERSPOON H, KUBIATOWICZ J D. Erasure Coding vs Replication: A Quantitative Comparison[M]//Peer-to-Peer Systems. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2002: 328-337.

[2] DIMAKIS A G, GODFREY P B, WU Y N, et al. Network Coding for Distributed Storage Systems[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2010, 56(9): 4539-4551.

[3] PERNAS J, YUEN C, GASTON B, et al. Non-Homogeneous Two-Rack Model for Distributed Storage Systems[C]//2013 IEEE International Symposium on Information Theory, July 7-12, 2013. Istanbul, Turkey. New York, USA: IEEE, 2013.

[4] RAWAT A S, PAPAILIOPOULOS D S, DIMAKIS A G, et al. Locality and Availability in Distributed Storage[C]//2014 IEEE International Symposium on Information Theory, June 29-July 4, 2014. Honolulu, HI, USA. New York, USA: IEEE, 2014: 681-685.

[5] GOPALAN P, HUANG C, SIMITCI H, et al. On the Locality of Codeword Symbols[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2012, 58(11): 6925-6934.

[6] PAPAILIOPOULOS D S, DIMAKIS A G. Locally Repairable Codes[C]//2012 IEEE International Symposium on Information Theory Proceedings. July 1-6, 2012. Cambridge, MA, USA. New York, USA: IEEE, 2012: 2771-2775.

[7] PRAKASH N, KAMATH G M, LALITHA V, et al. Optimal Linear Codes with a Local-Error-Correction Property[C]//2012 IEEE International Symposium on Information Theory Proceedings, July 1-6,

2012. Cambridge, MA, USA. New York, USA: IEEE, 2012: 2776-2780.

[8] CADAMBE V, MAZUMDAR A. An Upper Bound on the Size of Locally Recoverable Codes[C]//2013 International Symposium on Network Coding (Net Cod), June 7-9, 2013. Calgary, AB, Canada. New York, USA: IEEE, 2013: 1-5.

[9] GRASSL M. Bounds on the Minimun Distance of Linear Codes [EB/OL]. (2019-02-13)[2019-07-10]. http://www. code tables. de.

[10] TAMO I, BARG A. A Family of Optimal Locally Recoverable Codes [J]. IEEE Transactions on Information Theory. 2014, 60(8): 4661-4676.

[11] SONG W, HOANG S, YUEN C, et al. Optimal Locally Repairable Linear Codes [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications. 2014, 32(5): 1019-1036.

[12] GOPARAJU S, CALDERBANK R. Binary Cyclic Codes that are Locally Repairable[C]//2014 IEEE International Symposium on Information Theory, June 29-July 4, 2014. Honolulu, HI, USA. New York, USA: IEEE, 2014: 676-680.

[13] HUANG P F, YAAKOBI E, UCHIKAWA H, et al. Binary Linear Locally Repairable Codes [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2016, 62(11): 6268-6283.

[14] FU Q, LI R H, GUO L B, et al. Locality of Optimal Binary Codes [J]. Finite Fields and Their Applications,2017, 48: 371- 394.

[15] RAO Y, LI R H, GUO L B, et al. On Binary Cyclic Local ly Repairable Codes with Locality 2 [J]. IEICE Trans actions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences. 2017, E100-A (7): 1588-1591.

[16] 饶驿.面向大数据的编码研究[D]. 西安:空军工程大学, 2017.
RAO Y. Research on Big-Data Oriented Coding Theory [D]. Xi'an: Air Force Engineering University, 2017.(in Chinese)

[17] HAO J, XIA S T. Bounds and Constructions of Locally Repairable Codes: Parity-Check Matrix Approach [EB/OL]. (2016-1-21) [2019-07-10]. arXiv: 1601. 05595v1.

(编辑:姚树峰)

(上接第 96 页)

[13] CHEN Yushi, LIN Zhouhan, ZHAO Xing, et al. Deep Learning-Based Classification of Hyperspectral Date[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2017, 7(6): 2094-2017.

[14] 周东青, 王玉冰, 王星, 等. 基于深度限制玻耳兹曼机的辐射源信号识别[J]. 国防科技大学学报, 2016, 38(6): 137-141.
ZHOU D Q, WANG Y B, WANG X, et al. Radar Emitter Signal Recognition Based on Deep Restricted Boltzmann Machine[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2016,38(6): 137-141.(in Chinese)

[15] LI H, JING W, BAI Y. Radar Emitter Recognition Based on Deep Learning Architecture[C]//International Conference on Radar, 2016: 1-5.

[16] LI Hui, JIN Weidong, LIU Haodong, et al. Work Mode Identification of Airborne Phased Array Radar Based on the Combination of Multi-Level Modeling and Deep Learning[C]//Proceedings of the 35th Chinese Control Conference, Chengdu, China, July, 2016: 27-29.

[17] 王星, 周一鹏, 周冬青, 等. 基于深度置信网络和双谱对角切片的低截获雷达信号识别[J]. 电子与信息学报, 2016, 38(11): 2972-2976.
WANG X, ZHOU Y P, ZHOU D Q, et al. Research on Low Probability of Intercept Radar Signal Recognition Using Deep Belief Network and Bispectra Diagonal Slice[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2016, 38(11): 2972-2976.(in Chinese)

[18] GUO Q, NAN P L, ZHANG X Y, et al. Recognition of Radar Emitter Signals Based on SVD and AF Main Ridge Slice[J]. Journal of Communications and Networks, 2015, 17(5): 491-498.

[19] HINTON G E, SALAKHUTDINOV R R. Reducing the Dimensionality of Data with Neural Network[J]. Science, 2006, 313(5786): 504-507.

(编辑:徐敏)