

# 基于特征投影矩阵的自适应方向图改善方法

潘 帅<sup>1</sup>, 张永顺<sup>1,2</sup>, 葛启超<sup>1</sup>, 晏 冲<sup>1</sup>

(1. 空军工程大学防空反导学院, 西安, 710051; 2. 信息感知技术协同创新中心, 西安, 710077)

**摘要** 在主瓣干扰背景下,采用特征投影矩阵算法,预处理后自适应方向图将出现主波束偏移,针对传统修正方法中对角加载技术的系数固定且难以确定的问题,基于HKB算法提出了一种改进的加载系数选取方法,根据接收数据能够自适应确定对角加载量。该方法在进行脊回归估计时,通过将剩余矢量的最小方差代价函数的最小二乘估计替换成误差绝对值函数进行分析计算,从而获得新的对角加载系数,同时对自适应抗干扰总效果方向图进行了分析研究,对于旁瓣性能出现的明显恶化,结合所提方法对总效果方向图进行了改善研究。仿真结果表明了所提方法既能有效解决预处理方向图主波束指向偏移问题,同时也改善了总效果方向图的旁瓣性能。

**关键词** 主瓣干扰;特征投影矩阵;对角加载;代价函数;总效果方向图

**DOI** 10.3969/j.issn.1009-3516.2019.02.008

**中图分类号** TN911.7 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2019)02-0047-06

## Research on Improvement of Adaptive Pattern Based on Eigen-Projection Matrix

PAN Shuai<sup>1</sup>, ZHANG Yongshun<sup>1,2</sup>, GE Qichao<sup>1</sup>, YAN Chong<sup>1</sup>

(1. Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China;

2. Collaborative Innovation Center of Information Sensing and Understanding, Xi'an 710077, China)

**Abstract:** In the presence of main-lobe interference, the main-lobe offset comes out on the adaptive pattern by eigen-projection matrix preprocessing. Aimed at the problem that the fixation of coefficient is difficult to determine in the traditional main-lobe shape-preserving method of diagonal loading technique, an improved ridge regression estimation based on HKB algorithm is proposed. The load can be determined adaptively according to the data received. The new diagonal loading coefficient is obtained by replacing the minimum variance cost function of the residual vector with the error absolute value function when performing the ridge regression estimation. At the same time, the improvement of the proposed method for the adaptive anti-interference total effect pattern is studied. For the obvious deterioration of the side-lobe performance, the improvement of the total effect pattern is studied in combination with the proposed method. The simulation results demonstrate that the proposed method is correct and effective, and not only can effectively solve the main-lobe offset problem of the pre-processed pattern, but also improve the side-lobe performance of the total effect pattern.

**Key words:** mainlobe interference; eigen-projection matrix; diagonal loading; penalty function; total effect pattern

**收稿日期:** 2018-10-13

**基金项目:** 国家自然科学基金(61501501)

**作者简介:** 潘 帅(1995—),男,湖南湘潭人,硕士生,主要从事阵列天线抗干扰研究。E-mail:pan\_shuai95@163.com

**引用格式:** 潘帅,张永顺,葛启超,等. 基于特征投影矩阵的自适应方向图改善方法[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2019, 20(2): 47-52. PAN Shuai, ZHANG Yongshun, GE Qichao, et al. Research on Improvement of Adaptive Pattern Based on Eigen-Projection Matrix[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2019, 20(2): 47-52.

抗干扰技术是信号处理领域的一个重要分支,根据干扰位于波束的位置可分为主瓣干扰和副瓣干扰,目前,自适应波束形成以及副瓣相消等方法<sup>[1-2]</sup>均能有效解决副瓣干扰。然而当干扰进入到主瓣内,自适应波束形成技术将导致主瓣畸变、峰值偏移和副瓣电平升高等问题<sup>[3-4]</sup>,因此对主瓣干扰的处理和抑制研究将更为复杂。

当前,许多抗主瓣干扰方法以阻塞矩阵(BMP)和特征投影矩阵预处理(EMP)为基础<sup>[5-7]</sup>,这2种预处理矩阵对主瓣干扰具有很好的抑制效果,解决了自适应波束形成在主波束内形成零陷的问题,但是一般会引起波束期望指向的偏移<sup>[8-9]</sup>,因此利用方向图保形技术<sup>[10-12]</sup>来提高干扰抑制效果,比如权系数补偿、协方差矩阵白化处理以及对角加载等技术<sup>[13]</sup>。对角加载技术<sup>[14-15]</sup>作为自适应波束形成的改进,应用比较广泛,但是加载量的确定往往受人为主观因素影响,并且一旦选取即无法改变,因此对波束的改善性能受限。

基于上述现状,本文针对主瓣干扰的问题,以特征投影矩阵进行预处理,对于出现的主波束偏移现象,在HKB算法<sup>[16]</sup>的基础上,提出一种改进的脊参数估计方法来获得对角加载系数,通过将误差绝对值作为HKB算法中脊回归估计时剩余矢量的代价函数,即将剩余矢量方差的最小二乘估计替换为1-范数估计,该方法对脊参数的估计更符合实际且合理,所提算法根据实际接收数据确定了加载系数,具有较强的自适应能力。结合所提方法,本文对自适应抗干扰的总效果方向图进行仿真研究,结果表明了新方法对总效果方向图的旁瓣性能改善明显。

## 1 信号模型

假设1个 $M$ 元均匀直线阵列天线(ULA),阵元间距 $d$ 为半个波长,假设空间中存在 $P$ 个信号源且互不相关,入射方向为 $\theta_i$  ( $i=1,2,\dots,P$ ),且 $P < M-1$ 。

设均匀线阵中各阵元通道噪声为相互独立的零均值高斯白噪声,则阵列天线接收的回波信号为:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}(\theta)\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (1)$$

式中: $\mathbf{A}(\theta)$ 为导向矢量矩阵; $\mathbf{S}(t)$ 为入射信号; $\mathbf{N}(t)$ 为阵元通道噪声。

阵列接收数据协方差矩阵为:

$$\mathbf{R}_X = E[\mathbf{X}(t)\mathbf{X}^H(t)] = \mathbf{A}(\theta)\mathbf{R}_S\mathbf{A}^H(\theta) + \sigma^2\mathbf{I} \quad (2)$$

在实际应用中,大多利用 $K$ 数有限快拍的采样数据协方差矩阵 $\hat{\mathbf{R}}_X$ 作为接收信号协方差矩阵,即:

$$\mathbf{R}_X \approx \hat{\mathbf{R}}_X = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{x}(k)\mathbf{x}^H(k) \quad (3)$$

对于上述 $M$ 个阵元的自适应阵列模型,根据现行约束最小方差准则<sup>[4]</sup>(LCMV),此时最优权矢量可表示为:

$$\mathbf{w} = \frac{\hat{\mathbf{R}}_X^{-1}\mathbf{a}(\theta_0)}{\mathbf{a}^H(\theta_0)\hat{\mathbf{R}}_X^{-1}\mathbf{a}(\theta_0)} \quad (4)$$

式中: $\theta_0$ 为期望波束指向。

阵列方向图定义为阵列权矢量对不同角度信号的阵列响应:

$$F(\theta) = \mathbf{w}^H\mathbf{a}(\theta_0) \quad (5)$$

## 2 自适应抗干扰总效果分析

考虑18个阵元的均匀线阵结构,空间存在入射角分别为 $-10^\circ$ 、 $2^\circ$ 和 $10^\circ$ 的3个干扰,对抗干扰总效果进行具体分析。

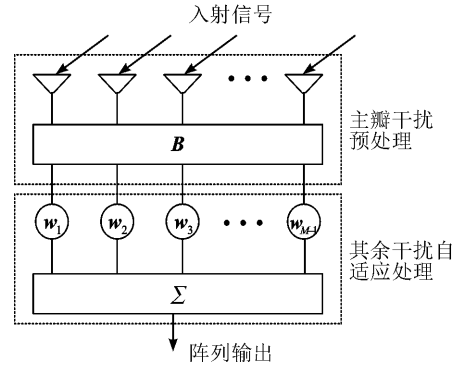


图1 阵列接收数据预处理示意图

第1级预处理:本文考虑采用特征投影矩阵 $\mathbf{B}$ 对接收数据进行主瓣干扰信息抑制处理,该方法无需主瓣干扰方位信息,可得到图2的结果。

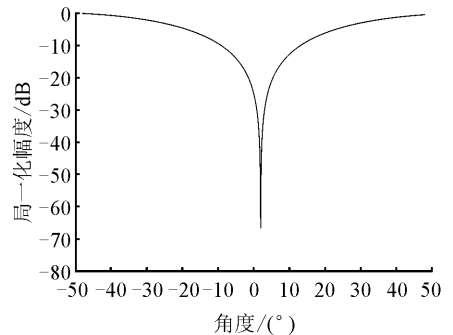


图2 第1级预处理结果

第2级自适应处理:经过预处理后的数据,此时的数据是不包含主瓣干扰信息的,由预处理变换后的阵列数据,得到变换后的协方差矩阵为:

$$\mathbf{R}_Y = \mathbf{B}\mathbf{R}_X\mathbf{B}^H = \mathbf{B}\mathbf{A}\mathbf{R}_S\mathbf{A}^H\mathbf{B}^H + \sigma_n^2\mathbf{B}\mathbf{B}^H \quad (6)$$

此时依据LCMV准则形成权矢量为:

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{R}_Y^{-1}\mathbf{a}(\theta_0)}{\mathbf{a}^H(\theta_0)\mathbf{R}_Y^{-1}\mathbf{a}(\theta_0)} \quad (7)$$

由不含主瓣干扰信息的数据得到的权矢量,其目的是为了通过自适应波束形成抑制后续旁瓣内出现的干扰信号,此时所形成的自适应方向图的主瓣没有零陷出现,见图3。

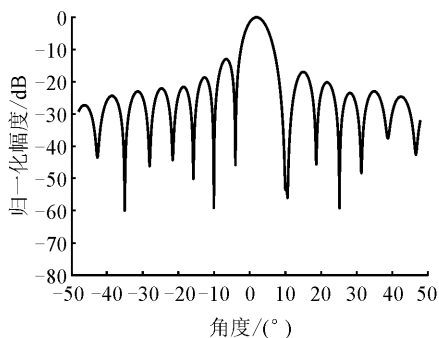


图3 第2级自适应处理结果

综合分析:若从总效果来计算自适应方向图,此时的导向矢量应将导向矢量  $\mathbf{a}$  通过预处理矩阵变换为:

$$\mathbf{a}'(\theta) = \mathbf{B}\mathbf{a}(\theta) \quad (8)$$

此时得到相应阵列方向图即为:

$$\mathbf{F}'(\theta) = \mathbf{w}^H \mathbf{a}'(\theta) = \mathbf{w}^H \mathbf{B}\mathbf{a}(\theta) \quad (9)$$

图4所得的方向图即可反映出特征投影矩阵预处理算法对多点源干扰抑制的总效果。特征投影矩阵预处理方法虽然可以对主瓣干扰实现有效抑制但是由于预处理变换矩阵  $\mathbf{B}$  的影响,使得预处理方向图依然存在主波束峰值偏移问题且总效果方向图旁瓣会出现恶化。

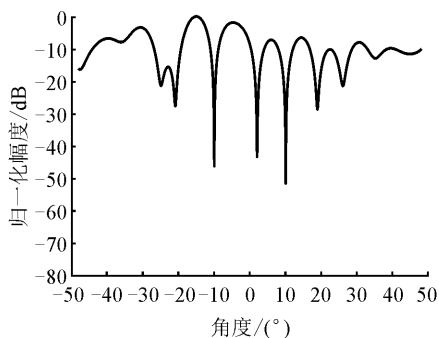


图4 总效果处理结果

### 3 对角加载系数的选取

基于上述问题,本文通过对角加载技术进行性能改善,对加载系数的选取进行分析研究。

#### 3.1 HKB 算法

HKB 波束形成算法由 Hoerl、Kennard 和 Baldwin 最早提出,是一种基于脊回归估计的对角加载算法,简称 HKB 算法,它是根据广义旁瓣相消原理,通过一个新的参量  $\boldsymbol{\mu}$  将波束形成权矢量  $\mathbf{w}$  进行再参数化,表示为:

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{a}}{M} - \mathbf{T}\boldsymbol{\mu} \quad (10)$$

式中:  $\mathbf{T} \in \mathbb{C}^{M \times (M-1)}$  是 1 个半酉矩阵,且满足  $\mathbf{T}^H \mathbf{a} = 0$ ,  $\mathbf{T}^H \mathbf{T} = \mathbf{I}$ ;  $\boldsymbol{\mu} \in \mathbb{C}^{M-1}$ 。为得到矩阵  $\mathbf{T}$ ,最有效的方法是对导向矢量  $\mathbf{a}$  进行 QR 分解,所得酉矩阵的最后  $(M-1)$  列即构成半酉矩阵  $\mathbf{T}$ 。

此时,LCMV 准则的最优化问题可转化为:

$$\min_{\boldsymbol{\mu}} \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} = \min_{\boldsymbol{\mu}} (\mathbf{T}\boldsymbol{\mu} - \frac{\mathbf{a}}{M})^H \mathbf{R} (\mathbf{T}\boldsymbol{\mu} - \frac{\mathbf{a}}{M}) = \min_{\boldsymbol{\mu}} \|\mathbf{R}^{1/2} \mathbf{T}\boldsymbol{\mu} - \mathbf{R}^{1/2} \frac{\mathbf{a}}{M}\| \quad (11)$$

式中:  $\mathbf{R}^{1/2}$  为半正定 Hermitian 矩阵  $\mathbf{R}$  的均方根。

$$\text{定义 } \mathbf{Z} = \mathbf{R}^{1/2} \mathbf{T} \in \mathbb{C}^{M \times (M-1)}, \mathbf{b} = \mathbf{R}^{1/2} \frac{\mathbf{a}}{M} \in \mathbb{C}^{M-1},$$

则式(11)可理解为线性回归问题的最小二乘估计 (Least Square, LS):

$$\mathbf{b} = \mathbf{Z}\boldsymbol{\mu} + \mathbf{e} \quad (12)$$

式中:  $\mathbf{e}$  表示剩余矢量。由标准 LS 解可以得到:

$$\hat{\boldsymbol{\mu}}_{\text{LS}} = (\mathbf{Z}^H \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^H \mathbf{b} \quad (13)$$

然而,最小二乘解的应用是有条件的,需满足  $\mathbf{Z}^H \mathbf{Z}$  为满秩矩阵,当条件不符合时,由于  $\hat{\boldsymbol{\mu}}_{\text{LS}}$  的均方差很大,造成估计值  $\hat{\boldsymbol{\mu}}_{\text{LS}}$  失去了对  $\boldsymbol{\mu}$  的可靠性,此时利用脊回归技术的思想,通过对采样协方差矩阵对角线元素各添加 1 个脊参数,从而抑制特征向量扰动的影响,该思想可认为是对估计值  $\hat{\boldsymbol{\mu}}_{\text{LS}}$  进行了“收缩”变换。脊回归估计作为 1 种解决“病态”线性回归问题的常用方法,定义为:

$$\hat{\boldsymbol{\mu}}_{\text{RR}}(\rho) = (\mathbf{Z}^H \mathbf{Z} + \rho \mathbf{I})^{-1} \mathbf{Z}^H \mathbf{b} \quad (14)$$

式中:  $\rho$  为脊参数,且  $\rho > 0$ 。同时,式(14)也可写为:

$$\hat{\boldsymbol{\mu}}_{\text{RR}}(\rho) = [\mathbf{I} + \rho(\mathbf{Z}^H \mathbf{Z})^{-1}]^{-1} (\mathbf{Z}^H \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^H \mathbf{b} = [\mathbf{I} + \rho(\mathbf{Z}^H \mathbf{Z})^{-1}]^{-1} \hat{\boldsymbol{\mu}}_{\text{LS}} \quad (15)$$

可见,当脊参数  $\rho$  取零时,脊回归估计值  $\hat{\boldsymbol{\mu}}_{\text{RR}}(\rho)$  退化为 LS 解  $\hat{\boldsymbol{\mu}}_{\text{LS}}$ 。

Hoerl 在文献[17]运用调和平均方法给出了脊参数  $\rho$  及剩余矢量方差  $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{\text{LS}}^2$  的估计值表达式:

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{\text{LS}}^2 = \|\mathbf{Z}\hat{\boldsymbol{\mu}}_{\text{LS}} - \mathbf{b}\|^2 \quad (16)$$

$$\rho_{\text{HKB}} = \frac{(M-1)\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{\text{LS}}^2}{\|\hat{\boldsymbol{\mu}}_{\text{LS}}\|^2} \quad (17)$$

由文献[17]可知,脊参数就是波束形成时采用的对角加载系数,结合特征投影预处理后的协方差矩阵  $\mathbf{R}_Y$ ,于是其权矢量形式应为:

$$\mathbf{w}_{\text{HKB}} = \frac{(\mathbf{R}_Y + \rho_{\text{HKB}} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{a}(\theta_0)}{\mathbf{a}^H(\theta_0) (\mathbf{R}_Y + \rho_{\text{HKB}} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{a}(\theta_0)} \quad (18)$$

#### 3.2 改进 HKB 算法

在 HKB 算法中,最小二乘估计未对剩余矢量  $\mathbf{e}$  的统计特性进行考虑,因此对算法加以改进,根据加权最小二乘理论,构造加权矩阵,对剩余矢量进行白

化处理。

令  $\mathbf{G} \in \mathbb{C}^{M \times M}$  为高斯白噪声矩阵, 则白化矩阵  $\mathbf{V} = \mathbf{G}\mathbf{G}^T$ , 将式(11)重新写为:

$$\min_{\boldsymbol{\mu}} (\mathbf{b} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\mu})^H \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{b} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\mu}) \quad (19)$$

由加权最小二乘理论知加权矩阵为  $\mathbf{V}^{-1}$ , 因此对式(19)进行处理, 表示为:

$$\min_{\boldsymbol{\mu}} (\mathbf{b} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\mu})^H \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{b} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\mu}) \quad (20)$$

同 4.1 可求解得到:

$$\hat{\boldsymbol{\mu}}_{\text{WLS}} = (\mathbf{Z}^H \mathbf{V}^{-1} \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^H \mathbf{V}^{-1} \mathbf{b} \quad (21)$$

将估计值  $\hat{\boldsymbol{\mu}}_{\text{WLS}}$  代入式(18), 可得:

$$\rho_{\text{WHKB}} = \frac{(M-1)\hat{\sigma}_{\text{WLS}}^2}{\|\hat{\boldsymbol{\mu}}_{\text{WLS}}\|^2} \quad (22)$$

则权矢量线性表达式转换为:

$$\mathbf{w}_{\text{WHKB}} = \frac{(\mathbf{R}_Y + \rho_{\text{WHKB}} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{a}(\theta_0)}{\mathbf{a}^H(\theta_0) (\mathbf{R}_Y + \rho_{\text{WHKB}} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{a}(\theta_0)} \quad (23)$$

### 3.3 本文算法

针对原 HKB 算法中, 对剩余矢量  $\mathbf{e}$  的估计是建立在最小二乘估计基础上, 即以误差平方作为代价函数, 在小快拍情况下, 通常目标与干扰及噪声存在一定的相关性, 造成剩余矢量偏小, 为此, 本节考虑采用新的代价函数对算法进行改进。

由图 5 可知, 作为代价函数, 绝对值函数显然比平方函数更优, 更接近真值, 因此将 HKB 算法中对剩余矢量方差的估计由最小二乘估计更换为 1-范数估计, 来提高 HKB 算法中加载量的合理性, 此时剩余矢量满足式(24):

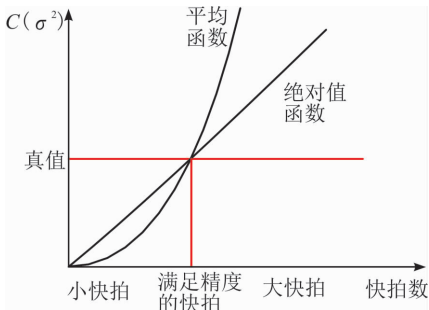


图 5 剩余矢量方差估计随快拍数变化曲线

$$\min_{\boldsymbol{\mu}} \|\mathbf{e}\|_1 = \min_{\boldsymbol{\mu}} \|\mathbf{Z}\boldsymbol{\mu} - \mathbf{b}\|_1 \quad (24)$$

式(24)即为 1-范数优化问题, 可使用凸优化工具包 CVX 进行求解。将所得最优解  $\boldsymbol{\mu}_{\text{NEW}}$  代入输出信号功率表达式(16):

$$\hat{\sigma}_{\text{NEW}}^2 = \|\mathbf{Z}\boldsymbol{\mu}_{\text{NEW}} - \mathbf{b}\|^2 \quad (25)$$

因此, 所提方法的对角加载系数为:

$$\rho_{\text{NEW}} = \frac{(M-1)\hat{\sigma}_{\text{NEW}}^2}{\|\boldsymbol{\mu}_{\text{NEW}}\|^2} \quad (26)$$

此时, 相应权矢量表达式为:

$$\mathbf{w}_{\text{NEW}} = \frac{(\mathbf{R}_Y + \rho_{\text{NEW}} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{a}(\theta_0)}{\mathbf{a}^H(\theta_0) (\mathbf{R}_Y + \rho_{\text{NEW}} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{a}(\theta_0)} \quad (27)$$

## 4 仿真分析

为验证上述对角加载系数选取的研究方法, 下面通过仿真进行性能比较。仿真参数设置如下: 采用一个 20 阵元的均匀等距线阵, 阵间距为半波长, 假设期望信号波达方向为  $0^\circ$ ; 空间中存在一个入射角为  $2^\circ$  的主瓣干扰信号, 干噪比为 20 dB; 2 个旁瓣干扰, 入射角度分别为  $20^\circ$ 、 $-25^\circ$ , 干噪比均为 50 dB。阵列中噪声为高斯白噪声, 且信号、干扰及噪声互不相关, 所有仿真均进行 200 次 Monte-Carlo 实验平均。

**仿真 1:** 验证对预处理后方向图的波束指向偏移的改善结果。

快拍数取 50, 其余条件同上, 仿真结果见图 6。同 EMP 方法预处理后的自适应方向图进行比较。可以发现, 本文方法在保证了其自适应波束形成的抗干扰效果的基础上, 同时有效纠正了预处理后方向图主瓣峰值偏移现象。

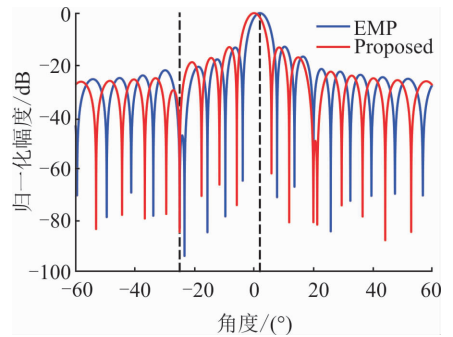


图 6 预处理后自适应波束形成方向图

**仿真 2:** 验证对总效果方向图的旁瓣性能改善效果

仿真参数与仿真 1 保持一致。仿真结果见图 7。可以发现, EMP 预处理对自适应总效果方向图的旁瓣引起明显恶化, 所提方法能对方向图的旁瓣性能起到明显的改善作用。

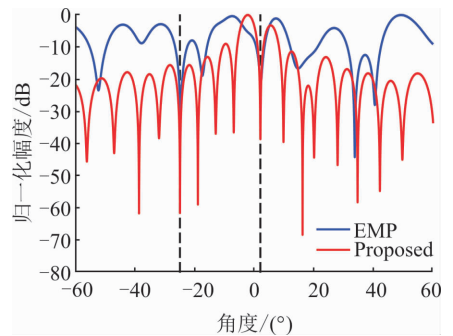


图 7 总效果自适应波束形成方向图

**仿真 3:** 输出信干噪比与输入信噪比的关系  
设置信噪比 SNR 由  $0 \sim 30$  dB 变化, 快拍数为

20,其余仿真条件与原参数设置一致,对输出 SINR 与输入 SNR 的变化关系进行仿真,仿真结果如图 8。

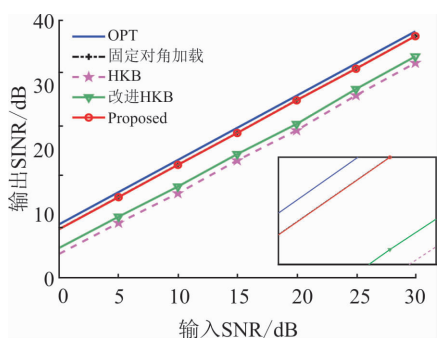


图 8 输出 SINR 随输入 SNR 的变化关系图

可以看出 4 种改善方法的输出性能情况:所提方法  $\approx$  固定对角加载  $>$  改进 HKB 算法  $>$  HKB 算法。证明了本节所提方法相较另 2 种基于 HKB 算法的优越性。

**仿真 4:** 输出信干噪比与快拍数和阵元数的变化关系

快拍数范围 10~100 变化,信噪比取 10 dB,其余条件不变,对阵列的输出性能进行仿真分析;将快拍数设为 50,使阵元数由 10~50 步进变化,仿真分析输出信干噪比,仿真结果如图 9~11 所示。

由图 9 可知,基于 HKB 的 3 种不同算法,在快拍数达到 30 时,3 种方法的输出 SINR 同固定对角加载方法基本一致,而在小快拍 10~30 之间,HKB 算法和改进的 HKB 算法的输出性能明显较差,而本文所提方法始终与固定对角加载的性能相近,优于另 2 种方法,因此本节所提的方法显然具有更好的波束保形效果。由图 10 和图 11 可以发现,固定采样快拍数,当阵元数增加到一定值时,继续随着阵元的增加,HKB 算法和改进的 HKB 算法输出性能开始恶化,这是由于此时的对角加载系数逐渐减小,当减小到一定值时,其对应方法的改善效果将逐渐减弱甚至失效,使得阵列的输出性能变差,而本节所提方法得到的加载系数能保证其性能一直与固定对角加载效果基本一致,可见其稳定性能更佳。

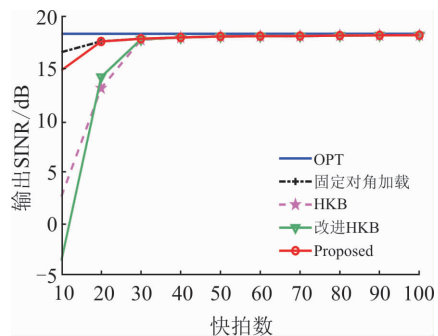


图 9 输出 SINR 随快拍数的变化关系图

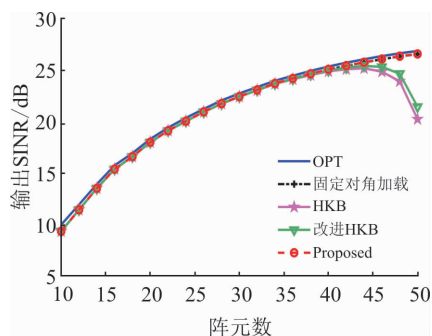


图 10 输出 SINR 与阵元数的变化关系图

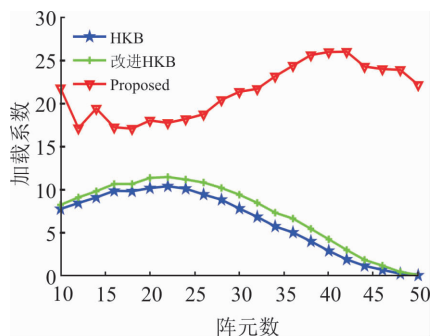


图 11 加载量与阵元数的变化关系图

## 5 结语

本文为解决采用特征投影矩阵对主瓣干扰预处理后方向图的主波束偏移和总效果方向图的旁瓣性能恶化问题,在 HKB 算法的基础上,提出了一种由实际接收数据获取新的对角加载系数的方法。该方法通过对 HKB 算法中脊参数估计方法进行改进,将误差绝对值作为 HKB 算法中脊回归估计时剩余矢量的代价函数,即利用 1-范数估计替换最小二乘估计。综合仿真结果分析,验证了所提算法的正确性和有效性,对预处理后和总效果方向图进行了明显的改善,提高了阵列输出性能。

### 参考文献 (References):

- [1] TOWNSEND J, DONAHUE K. Stability Analysis for the Generalized Sidelobe Canceller [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2010, 17(6):603-606.
- [2] LU Y, AN J P, BU X Yuan. Adaptive Bayesian Beamforming with Sidelobe Constraint [J]. IEEE Communications Letters, 2010, 14(5):369-371.
- [3] 李荣峰,王永良,万山虎. 一种在主瓣干扰条件下稳健的自适应波束形成方法 [J]. 系统工程与电子技术, 2002, 24(7):61-64.
- LI R F, WANG Y L, WAN S H. Robust Adaptive Beamforming under Mainlobe Interference Conditions [J]. Systems Engineering and Electronics, 2002, 24 (7): 61-64. (in Chinese)

- [4] 张明明. 相控阵雷达抗主瓣干扰方法及其应用研究[D]. 西安:西安电子科技大学,2013.  
ZHANG M M. Research on Mainlobe Interference Suppression Method and Application with Phased Array Radar [D]. Xi'an: Xidian University, 2013. (in Chinese)
- [5] 李荣峰,王永良,万山虎. 主瓣干扰下自适应方向图保形方法的研究[J]. 现代雷达,2002,24(3):50-53.  
LI R F, WANG Y L, WAN S H. Research of Reshaping Adapted Pattern under Mainlobe Interference Conditions[J]. Modern Radar, 2002, 24(3): 50-53. (in Chinese)
- [6] WANG Y S, BAO Q L, CHEN Z P. Robust Mainlobe Interference Suppression for Coherent Interference Environment[J]. Eurasip Journal on Advances in Signal Processing, 2016(1):135.
- [7] QIAN J H, HE Z S. Mainlobe Interference Suppression with Eigen-Projection Algorithm and Similarity Constraints[J], Electronics Letters, 2016, 52(3): 228-230.
- [8] 刘聪锋,杨洁,甘昶. 加载与约束结合的主瓣干扰抑制方向图保形[J]. 电波科学学报,2012,27(2):344-349.  
LIU C F, YANG J, GAN C. Reshaping Pattern under Mainlobe Interference Suppression with Combinating Diagonal Loading and Linear Constraints[J]. Chinese Journal of Radar Science, 2012, 27(3): 344-349. (in Chinese)
- [9] YANG J, LIU C F, SAHALOS J N. Improved Mainlobe Interference Suppression Based on Blocking Matrix Preprocess[J]. Journal of Electrical and Computer Engineering, 2015(3): 1-8.
- [10] 姬妍,张峰,董建刚. 一种基于自适应波束形成的主瓣保形算法研究[J]. 电子设计工程,2012,20(16):7-10.  
JI Y, ZHANG F, DONG J G. Research on Adaptive Beamforming of Shape Maintenance Algorithm for the Mainlobe[J]. Electronic Design Engineering, 2012, 20(16): 7-10. (in Chinese)
- [11] 张静宇,王宇,楼大年. 一种主瓣保形的波束形成新方法[J]. 现代电子技术,2014,37(15):58-61.  
ZHANG J Y, WANG Y, LOU D N. A New Beamforming Method of Mainlobe Shape-Preserving [J]. Modern Electronics Technique, 2014, 37(15): 58-61. (in Chinese)
- [12] HUANG J S, SU H T, YANG Y. Robust Adaptive Beamforming Method Based on Mainlobe Shape-Preserving[C]//IEEE International Conference on Signal Processing, Communications and Computing. [S. l.]: IEEE, 2017:1-5.
- [13] 梁雪妮. 阵列雷达抗主瓣干扰方法研究[D]. 西安:西安电子科技大学,2017.  
LIANG X N. Research on Mainlobe Interference Suppression in Array Radar[D]. Xi'an: Xidian University, 2017. (in Chinese)
- [14] LI J, STOICA P, WANG Z S. On Robust Capon Beamforming and Diagonal Loading[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2003, 51(7):1702-1715.
- [15] ELNASHAR A, ELNOUBI S M, EIM I A. Further Study on Robust Adaptive Beamforming with Optimum Diagonal Loading[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2006, 54(12): 3647-3658.
- [16] SELEN Y, ABRAHAMSSON R, STOICA P. Automatic Robust Adaptive Beamforming via Ridge Regression[J]. Signal Processing, 2008, 88(1): 33-49.
- [17] HOERL A E, KENNARD R W, BALDWIN K F. Ridge Regression: Some Simulations [J]. Communication Satatus Theory Methods, 1975, 4: 105-123.

(编辑:徐敏)