

基于酉 ESPRIT 的跳频信号 DOA 估计

杨银松¹, 郭 英^{1,2}, 于欣永¹, 齐子森¹, 孟 涛¹

(1. 空军工程大学信息与导航学院, 西安, 710077; 2. 通信网信息传输与分发技术重点实验室, 石家庄, 050081)

摘要 为了利用跳频信号的空域信息辅助同步跳频信号的网台分选, 提出了一种基于 STFD& 酉 ESPRIT 的跳频信号 DOA 估计算法。首先用 WVD&SPWVD 组合时频分析方法对接收数据进行时频变换, 然后提取出跳频信号的有效跳(hop), 并对其建立空时频矩阵(STFD), 最后利用酉 ESPRIT 算法进行跳频信号 DOA 估计。该方法通过酉变换将 ESPRIT 算法的协方差矩阵从复数域转化到实数域, 降低了计算量, 而且酉 ESPRIT 算法利用了数据的共轭信息使数据长度等价增加了一倍, 提高了估计精度。仿真结果表明文中算法在信噪比大于 2 dB 时, DOA 估计性能优于 ESPRIT 算法。

关键词 跳频; DOA; 酉 ESPRIT; STFD; 网台分选

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2018.02.016

中图分类号 TN911.7 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2018)02-0093-07

DOA Estimation of Frequency Hopping Signal Based on Unitary ESPRIT

YANG Yinsong¹, GUO Ying^{1,2}, YU Xinyong¹, QI Zisen¹, MENG Tao¹

(1. Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China;

2. Acience and Technology on Information Transmission and Dissemination in Communication Networks Laboratory, Shijiazhuang 050081, China)

Abstract: In order to utilize spatial feature information for network sorting of the synchronous frequency hopping signal, this paper proposes a FH signal DOA estimation algorithm based on STFD and unitary ESPRIT. Firstly, the paper exchanges the received data for time frequency by the WVD and SPWVD combined time-frequency analysis method. Then the effective hop of the frequency hopping signals is extracted and the space-time frequency matrix (STFD) is established. Finally, the frequency hopping signal DOA is estimated by using the unitary ESPRIT algorithm. This method transforms the covariance matrix from the complex field to the real domain by the unitary transformation to reduce the computational complexity and uses the conjugate information of the data to double the data length to improve the accuracy of the estimate. The simulation results show that the DOA estimation performance of this algorithm is prior to that of ESPRIT when SNR is higher than 2 dB.

Key words: frequency-hopping (FH); direction of arrival (DOA); unitary ESPRIT; spatial-time-frequency distribution (STFD); network sorting

收稿日期: 2017-07-13

基金项目: 国家自然科学基金(61601500)

作者简介: 杨银松(1994—), 男, 云南大理人, 硕士生, 主要从事通信信号侦察处理研究。E-mail: yangyinsong131@163.com

引用格式: 杨银松, 郭英, 于欣永, 等. 基于酉 ESPRIT 的跳频信号 DOA 估计 [J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2018, 19(2): 93-99.
YANG Yinsong, GUO Ying, YU Xinyong, et al. DOA Estimation of Frequency Hopping Signal Based on Unitary ESPRIT [J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2018, 19(2): 93-99.

跳频通信因其抗干扰能力强、截获概率低、组网能力强等优点,在军事通信领域中得到了广泛的应用^[8]。同时,跳频通信的优良特性对通信对抗提出了巨大挑战,对跳频信号的有效侦察成为军事通信领域的重要作战任务之一。

信号波达分向(DOA)信息在跳频信号网台分选中发挥重要作用,也一直是其他领域的研究热点。文献[1~2]最早提出空时频的概念,并将其用于信号盲分离和DOA估计,获得了比传统方法更优良的性能;文献[3~4]将空时频矩阵应用于跳频信号DOA估计,提出利用多相滤波器组的方法获得跳频信号全景时频图,提取出单个有效跳构建空时频矩阵,并结合MUSIC算法估计DOA,但是该方法需要在参数空间进行谱峰搜索,计算量大。文献[5~7]将MUSIC算法和ESPRIT算法用于移动通信信号的DOA估计,并且比较了两者的估计性能,得到2种方法都有精确的性能,但是MUSIC算法计算量很大。文献[8~10]在构造空时频矩阵的基础上,引入了极化信息,提出基于空间极化时频分布和ESPRIT算法相结合的跳频信号二维DOA和极化参数联合估计算法,辅助网台分选,但是ESPRIT算法存在复数域求解特征值以及需要参数配对,算法复杂度加大。文献[11]比较了LS-ESPRIT、TLS-ESPRIT和酉ESPRIT算法在W-CDMA中的估计性能,得到酉ESPRIT对低信噪比敏感,但是在高信噪比时具有良好的估计性能。文献[12~14]提出酉ESPRIT算法用于雷达目标定位估计,该方法通过合成复观测数据及其共轭信息,构造中心复共轭对称矩阵,利用酉变换将协方差矩阵从复数域转化到实数域,有效降低了计算量,仿真证明在信噪比为0到25 dB时,酉ESPRIT算法比ESPRIT算法具有更加优良的DOA估计性能,并且计算耗时更少。

综合以上问题,本文提出了一种基于STFD&酉ESPRIT相结合的跳频信号DOA估计算法。首先采用文献[8]提出的WVD&SPWVD组合时频方法得到清晰而稳健的时频图,并在时频图上将跳频信号分解为单个hop,对其构造空时频矩阵;在此基础上,针对某一跳,利用酉ESPRIT算法将接收的复数域数据矩阵转换到实数域,完成跳频信号DOA估计。

1 跳频信号的阵列数学模型

假设跳频信号 $s_n(t)$ 的跳周期为 T_n ,在观测时间 Δt 内总共有 K 个跳,并且第 k 跳($k=1,2,\dots,K$)的载频为 ω_{nk} ,初始相位为 φ_{nk} ,起始那个非完整跳

在观测时间内的持续时长为 Δt_{0n} ,则跳频信号 $s_n(t)$ 的数学表达式可描述^[8]为:

$$s_n(t) = v_n(t) \sum_{k=0}^{K-1} \exp[j(\omega_{nk}t' + \varphi_{nk})] \text{rect}\left(\frac{t'}{T_n}\right) \quad (1)$$

式中: $v_n(t)$ 是跳频信号 $s_n(t)$ 的基带复包络; $t'=t-(k-1)T_n-\Delta t_{0n}$ 为瞬时刻; rect 表示单位矩形窗函数。

假设 N 个不同跳频网台的信号从远场发射出去,被平面上以间隔为 d 的均匀排列 M 元天线阵列接收,且各跳频网台之间的信号及各个阵元之间噪声互不相关。阵元间隔 $d < c/2f_{\max}$,其中 c 为光速, f_{\max} 为接收机接收带宽的上限频率值。在某个瞬时频率驻留时间内,设第 k 个跳频信号的入射方位角为 θ_k ,跳频频率为 f_k ,波长为 λ_k ($\lambda_k = c/f_k$),以第1个阵元位置为原点,均匀线阵的阵列响应矢量^[11]为:

$$\mathbf{a}(\theta_k) = [1, e^{-j2\pi d \sin(\theta_k)/\lambda_k}, \dots, e^{-j2\pi(M-1)d \sin(\theta_k)/\lambda_k}]^T \quad (2)$$

因此,由阵列响应矢量组成的阵列流型矩阵为:

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_M)] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda_1} d \sin(\theta_1)} & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda_2} d \sin(\theta_2)} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda_N} d \sin(\theta_N)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda_1}(M-1)d \sin(\theta_1)} & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda_2}(M-1)d \sin(\theta_2)} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda_N}(M-1)d \sin(\theta_N)} \end{bmatrix} \quad (3)$$

则阵列接收的快拍数据模型为:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (4)$$

式中: $\mathbf{S}(t)$ 为信源的 $N \times 1$ 维数据矢量; $\mathbf{N}(t)$ 为阵列的 $M \times 1$ 维高斯白噪声数据矢量。

跳频信号是一个宽带信号,并且每一跳的频率在不断变化,导致在不同跳内线阵的响应矢量也随机不断变化,进而流型矩阵也在不断变化。但是,对于特定的某一跳而言,各个跳频信号的载频是固定的,阵列的流型矩阵也是恒定的。只要能把跳频信号一个个有效跳分离出来,就可以把它当作是分段窄带信号进行处理。

为了准确提取跳频信号有效跳,构建清晰而稳健的时频图尤为关键。本文采用文献[8]提出的WVD&SPWVD组合时频分布的方法,该方法将两者的优势均得到保留用于FH信号分析,理论和实验证明该方法能够准确提取出跳频信号的有效hop,构建每个hop的空时频矩阵,并且利用其包含的空域信息完成DOA估计,详细过程见参考文献[8~10]。图1为SNR=0 dB时3个跳频信号的时频分布结果。可见,组合时频分布把交叉项和噪声消除殆尽,又沿袭了WVD的高时频聚焦性,得到了更为清晰的时频图。

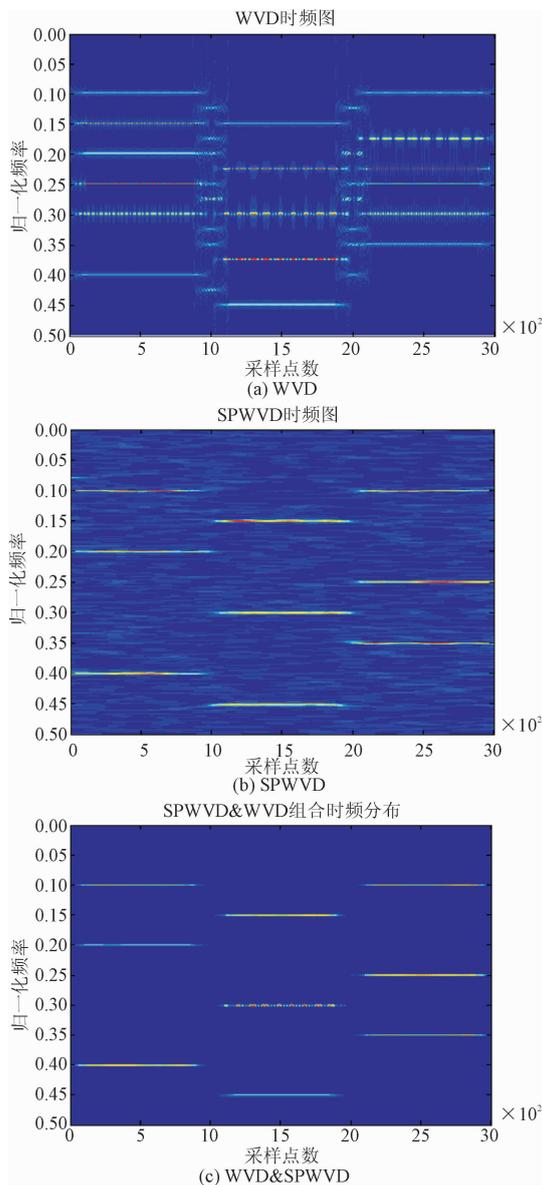


图 1 3 种时频变换得到的时频图

Fig. 1 TF images after WVD, SPWVD and WVD&SPWVD

2 跳频信号的 DOA 估计

ESPRIT 算法是一种基于子空间的波达方向估计技术,与 MUSIC 算法相比,它无需知道阵列的精确流型矩阵,无需在整个空间上进行 DOA 谱峰搜索,极大的降低了计算量和存储量^[17]。本节首先分析了 ESPRIT 算法,然后详细论述了酉 ESPRIT 算法构造实矩阵的过程及跳频信号 DOA 估计的求解过程。

2.1 ESPRIT 算法

假设存在 M 个阵元组成的均匀线阵,ESPRIT 算法将观测阵列分成 2 个相同的子阵列,其中子阵 1 由第 1 个至第 $M-1$ 个阵元组成,子阵 2 由第 2 个阵元至第 M 个阵元组成。2 个子阵结构完全相同,

只是存在一个固定相位差 $\varphi_i (i=1,2,\dots,M-1)$ 的关系,这个固定相位差中包含了各个入射跳频信号的波达方向信息,通过求解一个特征值方程就能得到相位差 ϕ_i ,进而求出跳频信号 DOA^[17]。

假设原阵列的观测数据矩阵为 $\mathbf{X}=[\mathbf{X}(1), \mathbf{X}(2), \dots, \mathbf{X}(K)]$,其中 $\mathbf{X}(k)=[x_1(k), x_2(k), \dots, x_M(k)]^T$ 是 M 个阵元在 k 时刻观察信号得到的观测数据矢量, K 为快拍数据长度,则子阵 1 的观测数据矩阵为 $\mathbf{X}_1=[\mathbf{x}_1(1), \mathbf{x}_1(2), \dots, \mathbf{x}_1(K)]$,子阵 2 的观测数据矩阵为 $\mathbf{X}_2=[\mathbf{x}_2(1), \mathbf{x}_2(2), \dots, \mathbf{x}_2(K)]$,其中:

$$\mathbf{x}_1(k)=[x_1(k), x_2(k), \dots, x_{M-1}(k)]^T, k=1,2,\dots,K \quad (5)$$

$$\mathbf{x}_2(k)=[x_2(k), x_3(k), \dots, x_M(k)]^T, k=1,2,\dots,K$$

也就是说, \mathbf{X}_1 是观测数据 \mathbf{X} 的前 $M-1$ 行组成, \mathbf{X}_2 是观测数据 \mathbf{X} 的后 $M-1$ 行组成。根据流型矩阵 $\mathbf{A}=\begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \text{最后 1 行} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \text{第 1 行} \\ \mathbf{A}_2 \end{bmatrix}$ 的结构, \mathbf{A}_1 和 \mathbf{A}_2 之间存在以下关系:

$$\mathbf{A}_2 = \mathbf{A}_1 \Phi \quad (6)$$

式中: $\Phi = \text{diag}\{e^{j2\pi d \sin(\theta_1)/\lambda}, e^{j2\pi d \sin(\theta_2)/\lambda}, \dots, e^{j2\pi d \sin(\theta_M)/\lambda}\}$, Φ 是一个酉矩阵,又称为旋转因子,在复数域只相当于一个比例算子^[17]。所以, \mathbf{X}_1 和 \mathbf{X}_2 具有相同的信号子空间和噪声子空间。

把 2 个子阵数据加以合并,构成新的阵列输出信号 $Z(t)$,则:

$$\mathbf{Z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{A}_z \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}_z(t) \quad (7)$$

式中: $\mathbf{A}_z = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \Phi \end{bmatrix}$; $\mathbf{Z}(t)$ 是快拍组 $2(M-1)K$ 数据矩阵。求矩阵 $\mathbf{Z}(t)$ 的自相关矩阵为:

$$\mathbf{R}_{ZZ} = \mathbf{E}[\mathbf{Z}(t)\mathbf{Z}^H(t)] = \mathbf{A}_z \mathbf{R}_{SS} \mathbf{A}_z^H + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (8)$$

式中: \mathbf{R}_{SS} 为构造信号的自相关, σ^2 为噪声方差。自相关 \mathbf{R}_{ZZ} 的特征值分解为:

$$\mathbf{R}_{ZZ} = \sum_{i=1}^{2M} \lambda_i \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^H = \mathbf{E}_S \mathbf{\Lambda}_S \mathbf{E}_S^H + \sigma^2 \mathbf{E}_N \mathbf{E}_N^H \quad (9)$$

式中:特征值 $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_N > \lambda_{N+1} = \dots = \lambda_{2(M-1)} = \sigma^2$ 。 N 个较大特征值对应的特征向量组成信号子空间, $2(M-1)-N$ 个较小特征值对应的特征向量组成噪声子空间,并且与 2 个子空间之间是相互正交。因此,存在一个唯一的、非奇异的 $N \times N$ 维满秩矩阵 \mathbf{T} ,使得:

$$\mathbf{E}_S = \mathbf{A}_z \mathbf{T} \quad (10)$$

根据阵列的旋转平移不变性可将 \mathbf{E}_S 分成 2 部分,即:

$$\mathbf{E}_S = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{X_1} \\ \mathbf{E}_{X_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \mathbf{T} \\ \mathbf{A} \Phi \mathbf{T} \end{bmatrix} \quad (11)$$

由式(11)可得:

$$\mathbf{E}_{X_2} = \mathbf{E}_{X_1} \mathbf{T}^{-1} \mathbf{\Phi} \mathbf{T} = \mathbf{E}_{X_1} \boldsymbol{\Psi} \quad (12)$$

式中: $\boldsymbol{\Psi} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{\Phi} \mathbf{T}$, 由(12)可知, \mathbf{E}_{X_2} 和 \mathbf{E}_{X_1} 具有相似的子空间, 并且 $\boldsymbol{\Psi}$ 的特征值对应为矩阵 $\mathbf{\Phi}$ 的对角元素, 所以, 求旋转因子 $\mathbf{\Phi}$ 的特征值问题就转化为了求 $\boldsymbol{\Psi}$ 的特征值, $\boldsymbol{\Psi}$ 的求解表达式为:

$$\boldsymbol{\Psi} = (\mathbf{E}_{X_1}^H \mathbf{E}_{X_1})^{-1} \mathbf{E}_{X_1}^H \mathbf{E}_{X_2} \quad (13)$$

因此, 对 $\boldsymbol{\Psi}$ 矩阵进行特征值分解, 得到特征值为 $e^{j\omega_i}$, ($i=1, 2, \dots, N$), 其估计值为 ω_i , 则 DOA 估计值为:

$$\theta_i = \arcsin(\lambda_i \omega_i / 2\pi d) \quad (14)$$

2.2 酉 ESPRIT 算法

酉 ESPRIT 算法将阵列接收的复观测数据 $\mathbf{X} \in M \times K$ 和它的复共轭矩阵 $\mathbf{X}^* \in M \times K$ 合成一个新的 $M \times 2K$ 数据矩阵, 进行信号的 DOA 估计, 将合成数据矩阵 \mathbf{Z} 构造为:

$$\mathbf{Z} = [\mathbf{X}, \mathbf{\Pi}_M \mathbf{X}^*] \quad (15)$$

式中: $\mathbf{\Pi}_M = \begin{bmatrix} 0 & & 1 \\ & \ddots & \\ 1 & & 0 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{M \times M}$, 合成数据矩阵列数

增加了一倍, 快拍数据 K 值往往比较大, 所以如何解决合成数据矩阵的奇异值分解计算量大是一个重要问题。另外, 合成数据矩阵仍然是一个复数矩阵, 如何转化成实矩阵也是一个关键问题。针对这 2 个问题, 构造中心复共轭对称矩阵是一个有效的解决途径^[15]。为此, 先介绍一个引理。

引理 1 若矩阵 m 是一个中心复共轭对称矩阵, 假定实矩阵函数 $\Phi_Q(m) = \mathbf{Q}_p^H m \mathbf{Q}_q \in \mathbf{R}^{p \times q}$ 的奇异值分解为 $\Phi_Q(m) = \mathbf{U}_\phi \Sigma_\phi \mathbf{V}_\phi$, 其中矩阵 \mathbf{Q}_p 和 \mathbf{Q}_q 为酉矩阵, 并且是左 $\mathbf{\Pi}$ 实矩阵。于是, 复矩阵 m 的奇异值分解^[12]为:

$$m = (\mathbf{Q}_p \mathbf{U}_\phi) \sum_{\phi} (\mathbf{V}_\phi^H \mathbf{Q}_q^H) \quad (16)$$

式中: m 的左奇异向量和右奇异向量组成的矩阵都是左 $\mathbf{\Pi}$ 实矩阵。左 $\mathbf{\Pi}$ 实矩阵的定义和引理 1 的证明参见文献^[15]。根据引理 1, 可将中心复共轭矩阵的奇异值分解转化为实矩阵的奇异值分解, 减小了计算量。

但是, 按照式(15)构造合成的观察数据不是中心复共轭矩阵, Haardt 和 Nossek 提出^[18]以下构造方法为:

$$m = [\mathbf{X}, \mathbf{\Pi}_M \mathbf{X}^* \mathbf{\Pi}_K] \in \mathbf{C}^{M \times 2K} \quad (17)$$

可以验证, 这种方法既增加了数据长度, 又是一个中心复共轭矩阵。因此, 根据引理 1, 有:

$$\Gamma(m) \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{Q}_M^H [\mathbf{X}, \mathbf{\Pi}_M \mathbf{X} \mathbf{\Pi}_{2K}] \mathbf{Q}_{2K} \quad (18)$$

双射映射为实矩阵^[18]。式中选取的左 $\mathbf{\Pi}$ 实矩

阵按偶次阶和奇次阶计算形式如下:

$$\mathbf{Q}_{2n} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_n & \mathbf{jI}_n \\ \mathbf{\Pi}_n & -\mathbf{j\Pi}_n \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\mathbf{Q}_{2n+1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_n & \mathbf{0} & \mathbf{jI}_n \\ \mathbf{0}^T & \sqrt{2} & \mathbf{0}^T \\ \mathbf{\Pi}_n & \mathbf{0} & -\mathbf{j\Pi}_n \end{bmatrix} \quad (20)$$

相应的, 把阵列接收的跳频信号数据矩阵进行分块为:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{g}^T \\ \mathbf{X}_2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

式中: \mathbf{X}_1 和 \mathbf{X}_2 具有相同的维数, 观测数据矩阵行数 M 为偶数时, \mathbf{g}^T 不存在。将选择好的 \mathbf{Q}_M 、 \mathbf{Q}_{2K} 和分块好的观测数据矩阵 \mathbf{X} 带入式(18), 相关运算之后, 得到所期望的实矩阵为:

$$\Gamma(m) = \begin{bmatrix} \text{Re}(\mathbf{X}_1 + \mathbf{\Pi} \mathbf{X}_2^*) & -\text{Im}(\mathbf{X}_1 + \mathbf{\Pi} \mathbf{X}_2^*) \\ \sqrt{2} \text{Re}(\mathbf{g}^T) & -\sqrt{2} \text{Im}(\mathbf{g}^T) \\ \text{Im}(\mathbf{X}_1 - \mathbf{\Pi} \mathbf{X}_2^*) & \text{Re}(\mathbf{X}_1 - \mathbf{\Pi} \mathbf{X}_2^*) \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{M \times 2K} \quad (22)$$

式中: $\text{Re}(\cdot)$ 和 $\text{Im}(\cdot)$ 分别代表取复数据的实部和虚部。若 M 为偶数时, 中间行向量不存在。

对式(22)进行奇异值分解, 也就获得了观测数据的奇异值分解。确定主奇异值的个数 d (有效秩), 得到相应的特征向量 $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_d$, 特征向量组矩阵左乘 \mathbf{Q}_M 得到张成的信号子空间 \mathbf{U}_s , 将 \mathbf{U}_s 的前 $d-1$ 行构造子矩阵 \mathbf{U}_1 , 后 $d-1$ 项构造子矩阵 \mathbf{U}_2 , 构成新的矩阵^[12]为:

$$\boldsymbol{\Psi} = (\mathbf{U}_1^H \mathbf{U}_1)^{-1} \mathbf{U}_1^H \mathbf{U}_2 \quad (23)$$

式中: $\boldsymbol{\Psi}$ 为 \mathbf{U}_s 的相似变换, 它和 \mathbf{U}_s 具有相同的特征值, 对 $\boldsymbol{\Psi}$ 进行特征值分解, 特征根即为信号子空间的频谱分布, 根据式(14)就可以得到 DOA 估计值。

3 算法步骤

根据以上推导与论述, 本文提出的基于酉 ESPRIT 的跳频信号 DOA 估计算法具体步骤如下:

Step1 根据文献^[8]提出的 WVD&SPWVD 组合时频方法对阵列接收的快拍数据进行时频变换, 得到清晰且稳健的时频图;

Step2 根据时频图, 估计各跳频信号的各跳持续时间、载频、跳时刻以及网台个数 N , 提取出一个有效 hop;

Step3 针对某一跳, 根据式(18)~(22)对单个有效跳时域数据构造实矩阵;

Step4 对实矩阵进行奇异值分解, 得到主奇异

值及相应的奇异值向量,构造信号子空间 U_s ;

Step5 根据式(23),构造 U_s 的相似变换 Ψ ,并对其进行特征值分解;

Step6 根据式(14),求解跳频信号的 DOA 估计值。

4 仿真结果与分析

本节通过仿真实验对算法性能进行验证。假设均匀阵间距为 2 m,阵元数为 8,3 个远场跳频信号(FH_1 、 FH_2 、 FH_3)的入射角分别为 $\theta_1 = 15^\circ$ 、 $\theta_2 = 45^\circ$ 、 $\theta_3 = 70^\circ$,跳频周期为 $10 \mu\text{s}$,载频归一化频率在 $0 \sim 0.7$ 之间跳变。进行 200 次蒙特卡洛实验作为实验结果,将 DOA 估计的均方根误差和估计成功率作为衡量算法性能的标准。其中,均方根误差定义^[8]为:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{\theta}_i - \theta_i)^2} \quad (24)$$

式中: N 为跳频信号源的个数, θ_i 和 $\hat{\theta}_i$ 分别为真实值和估计值,估计成功率定义^[8]为:

$$\zeta = N_1 / N \quad (25)$$

式中: N 代表总实验次数,本实验中为 200, N_1 代表每个估计偏差均小于 1° 成功的实验次数。

4.1 实验 1

为了验证信噪比对算法性能的影响,采样点数 600 点,信噪比从 -5 dB 以 2 dB 为间隔递增到 25 dB ,各信噪比下进行 200 次蒙特卡洛实验。ESPRIT 算法及本文算法的 DOA 估计均方根误差曲线和估计成功误差曲线见图 2 和图 3。

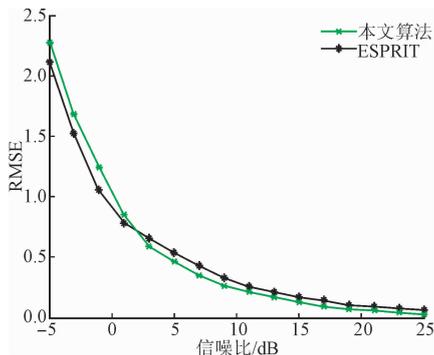


图 2 实验 1 的总体均方根误差

Fig. 2 The RMSE of experiment 1

图 2 的实验结果表明,随着信噪比的增大,本文算法和 ESPRIT 算法 DOA 估计的均方根误差都逐渐减小;当信噪比小于 2 dB 时,本文算法估计值的均方根误差大于 ESPRIT 算法;当信噪比大于 2 dB 时,2 种算法的均方根误差值都趋向稳定,总体上本文算法的均方根误差低于 ESPRIT 算法。图 3 的实

验结果表明,随着信噪比的增大,2 种算法在误差允许范围内(小于 1°),DOA 估计成功率都逐渐增大;当信噪比小于 2 dB 时,2 种算法的估计成功率都较低,本文算法的估计成功率小于 ESPRIT 算法;当信噪比大于 2 dB 时,本文算法估计成功率逐渐大于 ESPRIT 算法;本文算法在信噪比在 6 dB 左右,估计成功率达到 100% ,而 ESPRIT 算法达到需要 9 dB 左右。

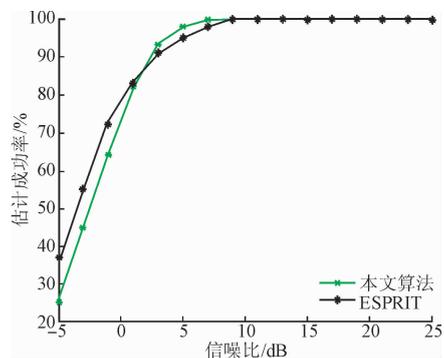


图 3 实验 1 的总体估计成功率

Fig. 3 The success rate of experiment 1

4.2 实验 2

为了验证快拍数据量对算法性能的影响,信噪比分别取 0 dB 和 5 dB ,各跳的快拍数据量从 400 以步进 200 增加到 2 000,在各个快拍数据点进行 200 次蒙特卡洛实验。ESPRIT 算法及本文算法的 DOA 估计均方根误差曲线和估计成功误差曲线见图 4 和图 5。

图 4 和图 5 的实验结果表明,在不同信噪比下,随着快拍数据量的增加,本文算法与 ESPRIT 算法 DOA 估计的均方根误差均逐渐减小,估计成功率逐渐增加,即接收机的采样率越高,在单个跳频信号内观测点数越多,DOA 估计性能越好。另外,信噪比为 0 dB 时,本文算法 DOA 估计的性能差于 ESPRIT 算法;当信噪比为 5 dB 时,本文算法的性能优于 ESPRIT 算法,说明本文算法对低信噪比较敏感。

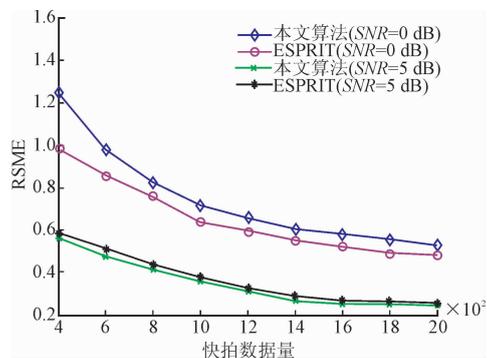


图 4 实验 2 的均方根误差

Fig. 4 The RMSE of experiment 2

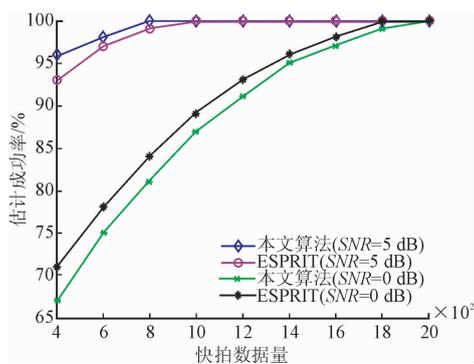


图5 实验2的估计成功率

Fig. 5 The success rate of experiment 1

4.3 实验3

为了验证本文算法相比较 ESPRIT 算法在计算复杂度上的优势。假设空间中存在 3 个跳频信号,信噪比为 5 dB,各跳快拍数据为 3 000,阵元数从 5 依次递增到 20,各阵元数下分别进行 200 次蒙特卡洛实验,2 种算法估计 DOA 所用的时间对比曲线见图 6。

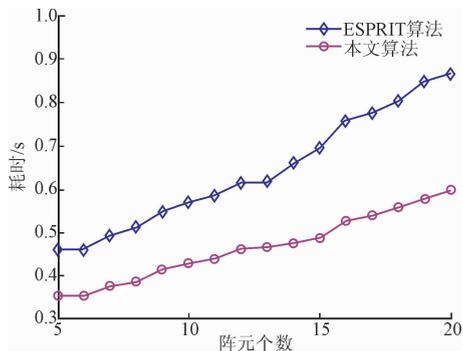


图6 实验3的耗时曲线

Fig. 6 The time-consuming of experiment 3

由图 6 可见,随着阵元数量的增加,本文算法与 ESPRIT 算法计算耗时都逐渐增加,但是 ESPRIT 算法的耗时增加更显著,本文算法耗时增加缓慢;在阵元数量相同时,本文算法计算耗时均小于 ESPRIT 算法。

仿真实验表明,本文算法在低信噪比下,DOA 估计性能相对 ESPRIT 算法较差,因为在低信噪比下,接收数据受噪声影响较大,本文算法重复利用了受噪声污染较大的接收数据导致了估计精度的下降;而在信噪比大于 2 dB 时,复用的接收数据受噪声污染小,DOA 估计精度优于 ESPRIT 算法。另外,本文算法将复数域特征值分解问题转化到实数域求解,相比 ESPRIT 算法复杂度更低,耗时更少。

5 结语

跳频信号的 DOA 信息可以有效辅助跳频信号

网台分选,为了获得精确的 DOA 信息,本文首先在构造跳频信号空时频矩阵的基础上,提取出跳频信号的有效 hop,针对某一跳,把它当作一个窄带信号处理。然后提出采用酉 ESPRIT 算法代替 ESPRIT 算法实现跳

频信号 DOA 估计,通过构造中心复共轭对称矩阵,并应用酉变换将复数域的特征值分解问题转化到实数域求解,使得计算复杂度降低,能够应用于工程实践。另外,构造中心复共轭矩阵时,重复利用了接收数据,提高了估计精度。实验仿真验证了算法在信噪比大于 2 dB 时,估计性能比 ESPRIT 算法的估计性能好。

参考文献(References):

- [1] BELOUCHRANI A. Time-Frequency MUSIC [J]. IEEE Trans on SP Letters, 1999, 6(5): 109-110.
- [2] BELOUCHRANI A, AMIN M G. Blind Source Separation Based on Time-Frequency Signal Representations [J]. IEEE Trans on SP, 1998, 46(1): 2888-2897.
- [3] 陈利虎, 张尔扬. 基于数字信道化和空时频分析的多网台跳频信号 DOA 估计 [J]. 通信学报, 2009, 30(10): 68-74.
CHEN L H, ZHANG E Y. Directions of Arrival Estimation for Multi Frequency-Hopping Signals Based on Digital Channelized Receiver and Spatial Time-frequency Analysis [J]. Journal of Communications, 2009, 30(10): 68-74. (in Chinese)
- [4] 陈利虎. 基于空时频分析的多分量跳频信号 DOA 估计 [J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(12): 2587-2592.
CHEN L H. Directions of Arrival Estimation for Multicomponent Frequency-Hopping Signals Based on Spatial Time-Frequency Analysis [J]. Systems Engineering & Electronics, 2011, 33(12): 2587-2592. (in Chinese)
- [5] ABADALL M M, ABUITBEL M B, HASSAN M A. Performance Evaluation of Direction of Arrival Estimation Using MUSIC and ESPRIT Algorithms for Mobile Communication Systems [C] // Wireless and Mobile Networking Conference. Dubai, United Arab Emirates; IEEE, 2013: 1-7.
- [6] LAVATE T B, KOKATE V K, SAPKA A M. Performance Analysis of MUSIC and ESPRIT DOA Estimation Algorithms for Adaptive Array Smart Antenna in Mobile Communication [C] // International Conference on Computer & Network Technology. Bangkok, Thailand; IEEE, 2010: 308-311.
- [7] JEONG J S, SAKAGUCHI K, TAKADA J I, et al. Performance of MUSIC and ESPRIT for Joint Esti-

- mation of DOA and Angular Spread in Slow Fading Environment (Wireless Communications Issue) [J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2002, E85-B(5): 972-977.
- [8] 张东伟, 郭英, 齐子森, 等. 采用空间极化时频分布的跳频信号多参数联合估计算法 [J]. *西安交通大学学报*, 2015, 49(8): 17-23.
ZHANG D W, GUO Y, QI Z S, et al. A Joint Estimation Algorithm for Multiparameter for Frequency Hopping Signals using Spatial Polarimetric Time Frequency Distributions [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2015, 49(8): 17-23. (in Chinese)
- [9] 张东伟, 郭英, 齐子森, 等. 多跳频信号 2D-DOA 与极化参数的联合估计 [J]. *华中科技大学学报(自然科学版)*, 2015, 43(9): 84-88.
ZHANG D W, GUO Y, QI Z S, et al. A Joint Estimation of 2D-DOA and Polarization Estimation for Multiple Frequency Hopping Signals [J]. *Journal of Huazhong University of Science & Technology(Natural Science Edition)*, 2015, 43(9): 84-88. (in Chinese)
- [10] 张东伟, 郭英, 齐子森, 等. 跳频信号 2D-DOA 与极化参数的欠定估计 [J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2016, 48(4): 121-128.
ZHANG D W, GUO Y, QI Z S, et al. Underdetermined Estimation of 2D-DOA and Polarization for Frequency Hopping Signals [J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2016, 48(4): 121-128. (in Chinese)
- [11] ALMIDFA K, TSOULOS G V, NIX A. Performance Analysis of ESPRIT, TLS-ESPRIT and Unitary-ESPRIT Algorithms for DOA Estimation in a W-CDMA Mobile System [C]//First International Conference on 3G Mobile Communication Technologies. London, UK: IET, 2000: 200-203.
- [12] 冯德军, 王雪松, 陈志杰, 等. 酉 ESPRIT 超分辨 ISAR 成像方法 [J]. *电子学报*, 2005, 33(12): 2097-2100.
FENG D J, WANG X S, CHEN Z J, et al. Super-Resolution ISAR Imaging Using Unitary ESPRIT [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2005, 33(12): 2097-2100. (in Chinese)
- [13] 闫金山, 彭秀艳, 王威鹏. 基于 Unitary ESPRIT 的双基地 MIMO 雷达目标定位算法 [J]. *哈尔滨工程大学学报*, 2012, 33(3): 342-346.
YAN J S, PENG X Y, WANG X P. Target Localization for MIMO Radar Based on Unitary ESPRIT [J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2012, 33(3): 342-346. (in Chinese)
- [14] LI J, JIANG D, ZHANG X. DOA Estimation Based on Combined Unitary ESPRIT for Coprime MIMO Radar [J]. *IEEE Communications Letters*, 2016, 21(1): 96-99.
- [15] 张贤达. 现代信号处理 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
ZHANG X D. *Modern Signal Processing* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002. (in Chinese)
- [16] 张小飞, 陈华伟, 仇小峰, 等. 阵列信号处理及 MATLAB 实现 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2015.
ZHANG X F, CHANG H W, QIU X F, et al. *Array Signal Processing & MATLAB* [M]. Beijing: Electronic Industry Press, 2015. (in Chinese)
- [17] 尚瑜. 基于酉 ESPRIT DOA 估计的自适应波束形成算法研究 [D]. 长春: 吉林大学, 2006.
SHANG Y. *An Adaptive Beamforming Algorithm Based on the Unitary ESPRIT DOA Estimation* [D]. Changchun: Jilin University, 2006. (in Chinese)
- [18] HAARDET M, NOSSEK J A. Unitary ESPRIT: How to Obtain Increased Estimation Accuracy with a Reduced Computational Burden [J]. *IEEE Signal Processing Society*, 1995, 43(5): 1232-1242.
- [19] WAN L, HAN G, JIANG J, et al. DOA Estimation for Coherently Distributed Sources Considering Circular and Noncircular Signals in Massive MIMO Systems [J]. *IEEE Systems Journal*, 2017, 11(1): 41-49.
- [20] LIU S, YANG L, LI D, et al. Subspace Extension Algorithm for 2D-DOA Estimation with L-shaped Sparse Array [J]. *Multidimensional Systems & Signal Processing*, 2017, 28(1): 315-327.
- [21] YANG X, LIU L, WANG Y. A New Low Complexity DOA Estimation Algorithm for Massive MIMO Systems [C] // *IEEE International Conference on Consumer Electronics-China*. Guangzhou: IEEE, 2017: 1-4.
- [22] XU B, ZHAO Y, CHENG Z, et al. A Novel Unitary PARAFAC Method for DOD and DOA Estimation in Bistatic MIMO Radar [J]. *Signal Processing*, 2017, 138(C): 273-279.
- [23] KUANG J M, ZHOU Y, FEI Z S. Joint DOA and Channel Estimation with Data Detection Based on 2D Unitary ESPRIT in Massive MIMO Systems [J]. *Frontiers of Information Technology & Electronic Engineering*, 2017, 18(6): 841-849.
- [24] 张坤峰, 郭英, 齐子森, 等. 基于稀疏贝叶斯重构的多跳频信号参数估计 [J]. *华中科技大学学报(自然科学版)*, 2017, 45(1): 97-102.
ZHANG K F, GUO Y, QI Z S, et al. A Parameter Estimation Algorithm for Multiple Frequency-Hopping Signals Based on Sparse Bayesian Method [J]. *Journal of Huazhong University of Science & Technology(Natural Science Edition)*, 2017, 45(1): 97-102. (in Chinese)