

多任务学习的稀布线阵方向图综合

贾月岭¹, 李龙军², 王布宏²

(1.空军工程大学装备管理与安全工程学院,西安,710051;2.空军工程大学信息与导航学院,西安,710077)

摘要 提出一种基于多任务学习的线阵阵元位置与激励的联合稀疏优化方法。该方法可以在先验知识不足的情况下,从目标方向图中获得更多的特征信息,并将阵列天线稀疏优化问题转换为稀疏矩阵的线性回归问题。通过稀疏向量支撑区的识别,将欠定的导向矢量矩阵方程转换为超定的特征矩阵方程的求解,在实现阵列方向图逼近的前提下,对阵元的激励与位置进行联合稀疏优化。仿真结果证明,该方法在优化阵元激励和位置的同时,实现了对天线阵列功能方向图波束的有效赋形。

关键词 稀疏线阵;联合优化;多任务学习;波束控制

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2016.04.017

中图分类号 TN820 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2016)04-0090-05

Synthesis Pattern of Parse Linear Arrays Based on Multi Task Learning

JIA Yueling¹, LI Longjun², WANG Buhong²

(1. Equipment management and Security Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China; 2. Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

Abstract: This paper proposes a multi-task learning method of joint optimization based on sparse linear array position of elements and weights of the array. The method can get more information from the target pattern features without adequate prior knowledge, and convert the sparse array antennas into a linear regression problem sparse matrix. By identifying sparse vector support area, the paper transforms the under-determined steering vector matrix equation to the over determined conversion feature matrix equation. The results show that the proposed algorithm can optimize the position and weights of elements, and at the same time, this can realize the shaped beam pattern effectively.

Key words: sparse linear array; joint optimization; Multi-task learning; beam control

传统波束综合目标是对天线主瓣宽度和副瓣峰值电平方向图性能指标进行优化约束。但伴随着移动通信定位技术和航天测控遥感技术的不断发展,在导航、雷达、通讯等众多领域中,人们对天线方

向图精确赋形有了很多应用需求,如需要对某些特殊形状的天线方向图进行精确赋形^[1-3]。传统方法是通过固定阵元位置上激励的振幅和相位进行优化^[4]来实现方向图赋形。对阵元数目较多的阵列天

收稿日期:2015-01-28

基金项目:国家自然科学基金(61372033)

作者简介:贾月岭(1971-),男,河北邯郸人,讲师,硕士,主要从事军事装备管理理论研究.E-mail:976861003@qq.com

引用格式:贾月岭,李龙军,王布宏.多任务学习的稀布线阵方向图综合[J].空军工程大学学报:自然科学版,2016,17(4):90-94. JIA Yueling, LI Longjun, WANG Buhong. Synthesis Pattern of Parse Linear Arrays Based on Multi Task Learning[J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2016, 17(4): 90-94.

线,传统的波束赋性方法系统设计成本太高。

阵元位置和激励的联合优化实现波束精确赋性的过程是一个多参数、非线性的函数求解问题,一些传统的数值优化方法并不能用于阵列天线方向图的拟合。近些年被广泛应用的智能优化算法如遗传算法,差分进化算法由于没有利用方向图函数内在的约束机制,在阵元位置和阵元激励联合优化时由于参数空间的膨胀和优化函数的非线性常常导致无法保证获得最优解^[5-8]。文献[9]利用贝叶斯压缩感知的方法实现了稀疏线阵的方向图赋形,但由于它本身是一个自然实数的优化模型,只能对称阵元的实数激励对,而且需要提前获知阵列天线的方向图逼近误差参数的先验知识。多任务学习是通过分享和利用不同任务的相关特征信息,对多个任务同时进行学习,以改变目标权值变量的学习效果的一种方法^[10-15]。相对于其他方法,该方法可以在样本参数很少的情况下,通过对阵列方向图的特征属性的学习,得出稀疏后的阵元位置和激励信息,实现对不同功能的方向图的拟合。

1 稀疏线阵方向图综合的问题描述

一个阵元数为 M ,阵元间距为 $1/2$ 波长,入射方位角为 θ 的均匀线阵,当阵元均为理想的全向性单元时,其方向图可表示为:

$$F(\theta) = \sum_{n=0}^{M-1} I_n \exp jnk d (\sin\theta - \sin\theta_0) \quad (1)$$

式中: $k = 2\pi/\lambda$; λ 为信号波长; θ_0 决定阵列方向图主瓣方向。令阵列方向图主瓣指向零度, $u = \sin\theta$ 。则式(1)可表示为:

$$F(\theta) = AF(u) = \sum_{n=0}^{M-1} I_n \exp jnk du \quad (2)$$

若将 M 元的均匀阵列天线孔径均分为 P 等分的栅格,即每个栅格的长度为 $M\lambda/2P$,对天线方向图进行 D 点采样,则此时线阵方向图的综合问题可以表示如下:

$$\sum_{d=1}^D \left| F_{\text{REF}}(u_d) - \sum_{p=1}^P \omega_p \exp(j2\pi x_p u_d) \right|^2 \leq \xi \quad (3)$$

式中: ξ 为容忍度; ω_p 和 x_p (单位为波长 λ) 为第 p 个阵元的激励与位置; F_{REF} 为期望方向图的 D 点采样值,根据奈奎斯特采样定理可知,对于阵元间距为 $\lambda/2$ 的 M 元均匀线阵,必须满足 $D \geq 2M - 1$ 才足够描述天线阵列的方向图。式(3)可以等价于以下优化问题:

$$\min_w \frac{1}{P} \| \mathbf{F}_{\text{REF}} - \mathbf{X}\mathbf{w} \|_2^2 \quad (4)$$

式(4)为最小二乘优化问题,其中 $\| \cdot \|_2$ 为 l_2 范数, $\mathbf{W} = \omega_n$ ($n = 1, 2, \dots, P$) 为待求的阵元激励向量, P 为天线孔径划分的栅格点数。 $\mathbf{F}_{\text{REF}} = F_{\text{REF}}(u_d)$ ($d = 1, 2, \dots, D$), 为期望方向图的 D 点采样值。 \mathbf{X} 为导向矢量构成的矩阵,也可以称之为阵列天线的特征矩阵。

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \exp(j2\pi x_1 u_{d1}) & \exp(j2\pi x_2 u_{d1}) & \dots & \exp(j2\pi x_P u_{d1}) \\ \exp(j2\pi x_1 u_{d2}) & \exp(j2\pi x_2 u_{d2}) & \dots & \exp(j2\pi x_P u_{d2}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \exp(j2\pi x_1 u_{dD-1}) & \exp(j2\pi x_2 u_{dD-1}) & \dots & \exp(j2\pi x_P u_{dD-1}) \\ \exp(j2\pi x_1 u_{dD}) & \exp(j2\pi x_2 u_{dD}) & \dots & \exp(j2\pi x_P u_{dD}) \end{bmatrix} \quad (5)$$

根据线性代数的相关定理, $\mathbf{X}\mathbf{w} = \mathbf{F}_{\text{REF}}$ 有解的充分必要条件是导向矢量矩阵 \mathbf{X} 的秩等于增广矩阵 $\mathbf{B} = [\mathbf{X}, \mathbf{F}_{\text{REF}}]$ 的秩,且当 $R(\mathbf{X}) = R(\mathbf{B}) = D$ 时方程组有唯一的解,当 $R(\mathbf{X}) = R(\mathbf{B}) < D$ 时方程组有无限多个解。为了使线性方程组含有多个解且解中包含零值,设置的 P 值一般大于 D 。

为了实现对均匀线阵进行稀疏布阵并对期望方向图进行赋形,式(4)中的激励矩阵 \mathbf{W} 只能含有少量的非零项。此时,稀疏阵列的方向图的综合问题可以等价于 LASSO 模型的求解问题,也可称为线性稀疏回归问题。其目标函数可以表示为:

$$\min_w \frac{1}{2} \| \mathbf{F}_{\text{REF}} - \mathbf{X}\mathbf{w} \|_2^2 + \lambda \| \mathbf{w} \|_0 \quad (6)$$

式(6)存在 l_0 范数,求解此类问题是一个非确定多项式问题,即 NP 难问题。为了求解此类问题,假设方程满足约束等距(RIP)条件,则可将 l_0 范数约束转换为 l_1 范数约束的求解问题,因此目标函数可转化为:

$$\min_w \frac{1}{2} \| \mathbf{F}_{\text{REF}} - \mathbf{X}\mathbf{w} \|_2^2 + \lambda \| \mathbf{w} \|_1 \quad (7)$$

由于式(7)不可导,因此需要采用其他方法对这类约束问题进行求解。

2 阵列天线方向图综合的多任务学习模型

多任务学习方法是单任务学习的一个延伸。相对单任务学习的独立学习完成任务的方式,多任务学习联合多个训练数据同时完成最后的学习。其数学模型可表示为:

$$\min_w F(\mathbf{W}) = \min_w \Gamma(\mathbf{W}) + \Omega(\mathbf{W}) =$$

$$\frac{1}{m} \sum_{x,y \in R} l(w, x, y) + \lambda \|w\|_F \quad (8)$$

式中: $\min_W \Gamma(W)$ 称为损失函数; $\Omega(W)$ 为正则化参数。损失函数根据不同的任务又分为 Hinge 损失, 最小二乘 L2 损失以及 Logistic 损失。根据式(8)可知, 对于 M 元的均匀线阵, 其方向图综合的多任务学习模型可以表示为:

$$\min_W \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t \frac{1}{n_i} \|W_i^T X_i - F_{REF}\|_F^2 + \rho \|W\|_{2,1} \quad (9)$$

式中: t 为需要赋形的期望方向图的类型数目; W 为待求的阵元激励矩阵向量; X 为阵列天线的导向矢量; F_{REF} 为期望方向图; $\|\cdot\|_{2,1}$ 为 l_2/l_1 范数, 它是指先计算激励矩阵 W 行向量的 2 范数, 再对所有激励进行求和, 这个前提是所有学习任务 W 共享同一个导向矢量矩阵 X , 这样就能使 W 只有少数的非零行向量; ρ 为稀疏参数, 也称为正则化参数。

ρ 是用来控制函数的逼近程度和稀疏度的参数, ρ 值越大, W 非零行向量越少, 阵列天线的稀疏率越高, 同时, 方向图逼近效果越差, 当 ρ 减小时, 天线方向图逼近程度越好, 但稀疏率同样减小。

为减小误差, 本文对同一目标方向图进行 t 次不同点数的采样, 此时输入的 t 个目标任务方向图采样值描述的是同一方向图曲线。由于模型的正则化项函数采用的是 l_2/l_1 范数约束, 因此利用该模型得出的激励矩阵是在天线孔径的同一栅格点上出现零值。此时得到的 t 个 P 维的 W 列向量逼近的是同一方向图。可以选取逼近效果最好的列向量稀疏阵列相应栅格点上阵元的激励值。相对于单任务学习模型, 方向图综合的多任务模型的优势在于它可以避免坏值的输出, 保证模型的稳健性和精确性。

3 稀疏线阵方向图综合的求解

方向图综合的多任务学习模型为非凸的优化问题, 其可以等价于:

$$\min_W \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t \frac{1}{n_i} \|W_i^T X_i - F_{REF}\|_F^2 + \rho \sum_{j=1}^d \min(\|w_j\|_2, \theta) \quad (10)$$

对式(10)这类非凸问题的求解有 2 种方式, 一种是将非凸问题转化成为等价的凸问题进行求解, 另一种是利用分块坐标下降进行求解。本文采用的是第二种解决方法, 利用多阶段多任务特征学习算法(MSMTFL)可对式(10)进行求解。由文献[2]可知, 天线阵列在满足方向图要求的情况下, 其最小数目可通过下式得到:

$$P = \min \left\{ q; \left| \sqrt{\sum_{i=q+1}^m \delta_i^2} / \sqrt{\sum_{i=1}^n \delta_i^2} < \xi \right. \right\} \quad (11)$$

式中: δ_i 为阵列导向矢量构成的 Hankel 矩阵的奇异值, 当 ξ 确定, 阵元数相应确定。

$$\|W^t - W_0\|_{2,1} \leq 0.8^{t/2} \frac{9.1t\rho\sqrt{r}}{\chi_{\min}^-(2r+s)} + \frac{39.5t\sigma\sqrt{\chi_{\max}^+(r)(7.4r+2.7\ln(2/\eta))/D}}{\chi_{\min}^-(2r+s)} \quad (12)$$

式中: r 是 W 中的非零行数; ρ 为方向图综合多任务模型的输入参数; 用以控制天线阵列的稀疏; σ 为正数参数, D 为方向图总体采样的次数。从式(12)可知, 当确定输入参数 ρ 和 θ 时, 该模型对已知稀疏率的天线阵列方向图综合, 可以得出稀疏阵列的最优化激励矩阵 W 。本文算法流程如下:

- 1) 确定任务数 t 以及样点数 D , 对待求的期望方向图进行采样得到期望方向图矩阵 F_{REF} , 对 M 元阵列天线孔径进行 P 等划分, 确定 X 。
- 2) 在满足稀疏率的情况下, 根据拉格朗日算子与权值矩阵非零个数关系曲线得相应的 ρ 输入。
- 3) 通过式(12)得到预估的 W 值, 输出并计算出其对应的功率方向图。
- 4) 计算期望方向图与优化后线阵方向图的相关度, 对算法和模型的性能进行评估。

4 实验仿真与分析

为验证本文提出的方法, 利用多阶段多任务特征学习方法分别对不同类型方向图的 20 元等间隔(单元间距为 $\lambda/2$)线阵天线进行稀疏优化布阵。

4.1 平顶波束方向图综合的线阵稀疏

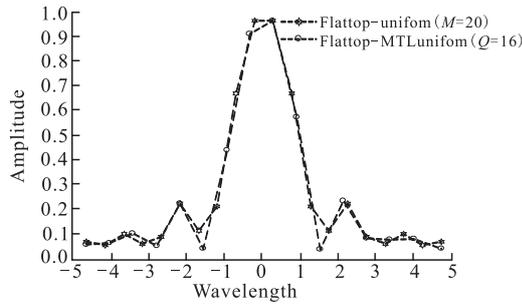
为了评估多任务学习方法的性能, 验证利用多任务学习方法对稀疏线阵进行方向图综合的正确性, 实验主要针对主瓣宽度为 40° , 旁瓣电平为 -20 dB, 起伏小于 -0.4 dB 的平顶方向图进行综合。

以期望方向图和稀疏线阵的方向图的相关度 ξ 为评估变量。

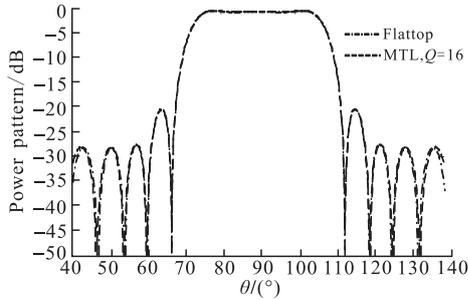
$$\begin{cases} \xi = \text{Cov}(F_{REF}, XW) / \sqrt{\text{Cov}(F_{REF}, F_{REF})\text{Cov}(XW, XW)} \\ \text{Cov}(F_{REF}, XW) = E\{[F_{REF} - E(F_{REF})][XW - E(XW)]\} \\ \text{Cov}(F_{REF}, F_{REF}) = E\{[F_{REF} - E(F_{REF})][F_{REF} - E(F_{REF})]^T\} \end{cases} \quad (13)$$

式中: Cov 表示两矩阵的协方差阵; $\xi \in [-1, 1]$, 1 表示最大的正相关, -1 表示绝对值最大的负相关。

图 1 为稀疏率 20% 的稀疏线阵的阵元位置激励及其相应的方向图。稀疏后的线阵方向图与期望的平顶波束方向图的相关度分别为 0.923 0, 且在可视区的主瓣和旁瓣区域, 稀疏后的阵列天线方向图与等间隔布阵的阵列天线方向图基本重合, 说明利用多功能学习方法稀疏的线阵对平顶波束方向图有很好的综合能力。



(a) 阵元位置上归一化激励, $\zeta=20\%$



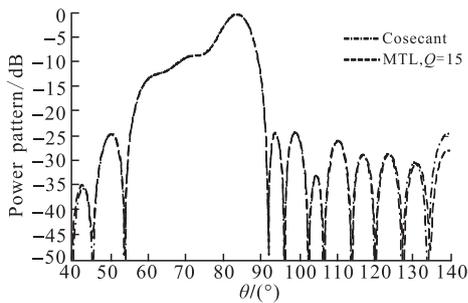
(b) 平顶波束线阵方向图, $\zeta=20\%$

图 1 平顶波束阵阵元位置与激励及其对应的方向图

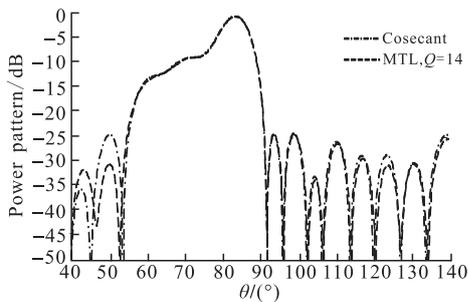
Fig.1 The excitation and pattern of the flattop array

4.2 余割平方波束方向图综合的线阵稀疏

随着雷达导航技术的发展,需要阵列天线方向图达到余割平方赋性。多任务学习不仅可以实现实数激励线性阵列的稀疏回归,还能对复数激励的线阵天线进行稀疏后的波束赋形,为了验证此观点,文章选用副瓣电平为 -25 dB,主瓣宽度为 25° 的余割平方波束方向图为期望方向图,利用多任务学习方法对阵列进行稀疏优化后的波束赋形,其方向图见图 2,相应的阵元激励振幅与相位分布见图 3。



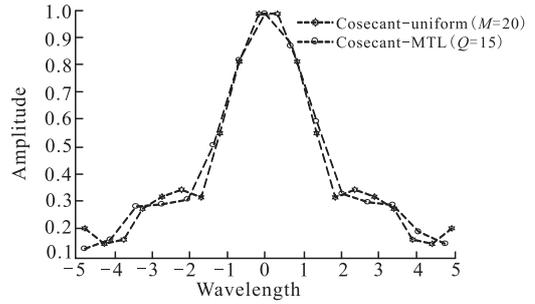
(a) 余割平方波束线阵方向图, $\zeta=25\%$



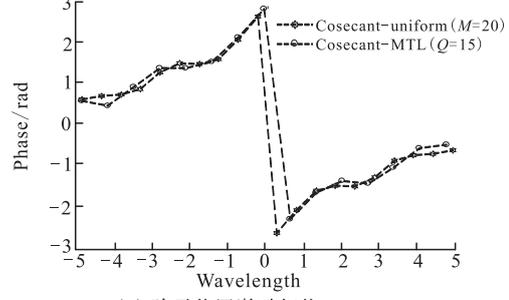
(b) 余割平方波束线阵方向图, $\zeta=20\%$

图 2 不同稀疏率情况下余割平方波束线阵方向图

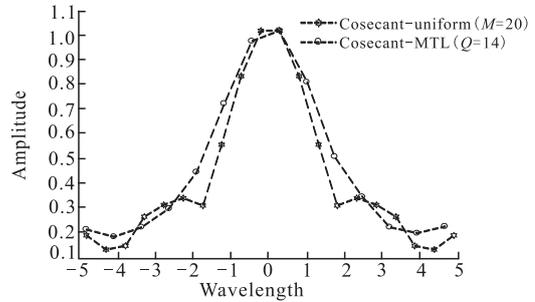
Fig.2 The pattern of the cosecant array with different thinned ratio



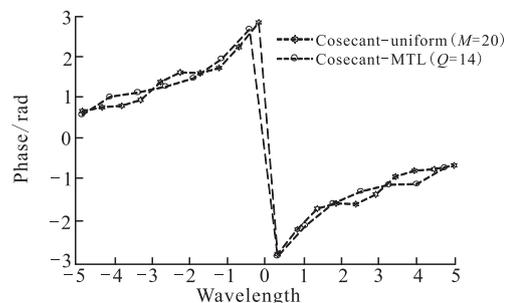
(a) 阵元位置归一化激励振幅, $\zeta=25\%$



(b) 阵元位置激励相位, $\zeta=25\%$



(c) 阵元位置归一化激励振幅, $\zeta=30\%$



(d) 阵元位置激励相位, $\zeta=30\%$

图 3 不同稀疏率情况下余割平方波束线阵阵元激励振幅与相位分布

Fig.3 The amplitude and phase of the elements excitation with different thinned ratio

图 2 可以看出,以不同稀疏率稀疏后的线阵对余割平方波束赋形效果较好,尤其是对主瓣和第一旁瓣的拟合程度很高,部分旁瓣值低于期望方向图旁瓣。计算两者之间的相关度,可以得出,当稀疏率为 25% 时,期望方向图与优化线阵的方向图的相关度 0.8708 ,当稀疏率为 30% 时,相关度 0.7712 ,这是因为副瓣部分区域误差波动较大,导致整个区域的方向图拟合程度降低,相关度减小,但实际方向图综合时,只要保证方向图部分功能区域(如主瓣区

域,旁瓣峰值区域、零陷值位置区域等)高度拟合,就能确保方向图的性能一致。从图 2(b)中可以看出,当稀疏率为 30%时,方向图在主瓣区域和旁瓣峰值区域拟合的很好,因此 0.771 2 的整体方向图的相关度值是可以接受的。从图 3 中可知,对于复激励线性阵列,多任务学习的优化方法可以同时激励的实部和虚部进行线性回归,优化后的阵列能够以更少的阵元实现要求的功能方向图,达到稀疏线阵和方向图综合的双重目标。

5 结语

为了实现稀疏线阵对天线方向图的精确赋形,本文通过对期望方向图进行 t 次不同点数的采样,建立了阵元位置和阵元幅相联合优化问题的多任务学习模型,提出一种基于多阶段多任务特征学习算法实现了对线阵激励与位置的联合优化。对惩罚函数的设计、正则项函数的约束和激励矩阵 W 参数估计误差上界的理论分析证明了多任务学习实现阵元位置和激励联合优化问题的可行性。通过计算机仿真比较了 20 元线阵对平顶波束方向图和余割平方波束方向图在不同稀疏率情况下的赋形效果。实验表明基于多任务学习的优化方法在保证满足稀疏要求的情况下,可以优化稀疏线阵的激励和相位,使稀疏后的线阵方向图与期望方向图高度拟合。

参考文献(References):

- [1] ISERNIA T, BUCCI O M, FIORENTINO N. Shaped Beam Antenna Synthesis Problems: Feasibility Criteria and New Strategies [J]. *J Electromagn Waves Appl*, 1998, 12:103-137.
- [2] HAUPT R L. Interleaved Thinned Linear Arrays [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2005, 53(9):2858-2864.
- [3] ELLIOT R S, STEMN J S. Optimizing Synthesis of Shaped Beam Antenna Patterns [J]. *IEEE Trans on Antennas and Propagation*, 1984, 32(10):1129-1133.
- [4] MAILLOUX R J. *Phased Array Antenna Handbook* [M]. Norwood, MA: Artech house, 2005.
- [5] HAUPT R L. An Introduction to Genetic Algorithm for Electromagnetic [J]. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 1995, 37(2):7-15.
- [6] DIOGENES Marcano, DURAN Filinto. Synthesis of Antenna Arrays Using Genetic Algorithms[J]. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 2000, 42(3): 993-999.
- [7] WANG G G, GUO L, DUAN H, et al. A New Improved Firefly Algorithm for Global Numerical Optimization [J]. *J Comput Theor Nanosci*, 2014, 11(2): 477-485.
- [8] KURUP D G, HIMDI M, RYDBERG A. Synthesis of Uniform Amplitude Unequally Spaced Antenna Array Using the Differential Evolution Algorithm [J]. *IEEE Trans on Antennas and Propagation*, 2003, 51 :2210 - 2217.
- [9] OLIVERI G, MASSA A. Bayesian Compressive Sampling for Pattern Synthesis with Maximally Sparse Non-Uniform Linear Arrays [J]. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 2011, 59(2):467-481.
- [10] ANDO R, ZHANG T. A Framework for Learning Predictive Structures from Multiple Tasks and Unlabeled Data [J]. *Journal of Machine Learning Research*, 2005(6): 1817-1853.
- [11] ABERMETHY J, BACH F, EVGENIOU T. A New Approach to Collaborative Filtering: Operator Estimation with Spectral Regularization [J]. *The Journal of Machine Learning Research*, 2009(10):803-826.
- [12] ARGYRIOU A, EVGENIOU T, PONTIL M. Multi-Task Feature Learning[J]. *Advances in Neural Information Processing Systems*. 2007, 19:39-44.
- [13] ZHANG Y, YEUNG D. A Convex Formulation for Learning Task Relationships in Multi-Task Learning [C]//*Proceedings of the 26th Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence*, 2010: 733-742.
- [14] OBOZINSKI G, TASKAR B, JORDAN M. Joint Covariate Selection and Joint Subspace Selection For multiple Classification Problems [J]. *Statistics and Computing*, 2010, 20: 231-252.
- [15] NESTERPV Y. Smooth Minimization of Non-Smooth Functions [J]. *Mathematical Programming*, 2005, 103: 127-152.
- [16] LIU Yanhui, NIE Zaiping, LIU Qinghuo. Reducing the Number of Elements in A Linear Antenna Array by the Matrix Pencil Method [J]. *IEEE Trans on Antennas and Propagation*, 2008, 56(9) :2955-2961.

(编辑:姚树峰)