

用于二维角度估计的新型阵列结构及性能分析

葛启超¹, 张永顺^{1,2}, 丁姗姗¹

(1.空军工程大学防空反导学院,西安,710051;2.信息感知技术协同创新中心,西安,710077)

摘要 为提高天线在低信噪比情况下的波达方向(Direction of Arrival, DOA)估计能力和估计精度,基于柱形多层均匀圆阵,提出了一种新型锥形多层均匀圆阵。将该阵列在锥面各条母线上的阵元等效为均匀线阵,并将各线阵上接收的数据构成新的阵列流形矩阵。对比分析2种阵列流形的克拉美罗界(Cramer-Rao bound, CRB),得出该阵列在低信噪比(Signal-to-Noise Ratio, SNR)、大仰角情况下相对柱形多层均匀圆阵可以获得更高的估计精度和估计成功率。在仿真中,用二维多重信号分类(Two-Dimensional Multiple Signal Classification, 2-D MUSIC)算法验证了该阵列在多信源、低信噪比和大仰角时的优越性,同时给出了空间角对该阵列DOA估计性能的影响。

关键词 波达方向估计;阵列流形;均匀圆阵;锥形多层阵列

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2016.01.012

中图分类号 V243.4;TN957 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2016)01-0060-06

Analysis of Novel Array Structure and Performance Applied to 2-D Angle Estimation

GE Qichao¹, ZHANG Yongshun^{1,2}, DING Shanshan¹

(1. Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China;
2. Collaborative Innovation Center of Information Sensing and Understanding, Xi'an 710077, China)

Abstract: In order to improve the direction of arrival (DOA) estimation capability and accuracy on condition of low signal-to-noise ratio, a new conical multilayer uniform circular array is designed based on cylindrical multilayer uniform circular array. The array elements on the element of cone are equivalent to a uniform linear array, and the linear array received data constitute a new array manifold matrix. Compared these two kinds of array manifold Cramer-Rao bound (CRB), the result shows that on conditions of low signal-to-noise ratio and high elevation, the new array can get higher estimation accuracy and the probability of success relative to cylindrical multilayer uniform circular array. In the simulation, the superiority of the array in the multisource is verified by using the algorithm of the two-dimensional multiple signal classification (2-D MUSIC) on conditions of low SNR and high elevation, and the effect of the spatial angle on the performance of the array DOA estimation is given.

Key words: direction of arrival (DOA) estimation; array manifold; uniform circular array; conical multilayer array

收稿日期: 2015-07-24

基金项目: 国家自然科学基金(61372033)

作者简介: 葛启超(1993-),男,安徽亳州人,硕士生,主要从事雷达阵列信号处理研究.E-mail:geqichao927@163.com

引用格式: 葛启超,张永顺,丁姗姗.用于二维角度估计的新型阵列结构及性能分析[J].空军工程大学学报:自然科学版,2016,17(1):60-65. GE Qichao, ZHANG Yongshun, DING Shanshan. Analysis of Novel Array Structure and Performance Applied to 2-D Angle Estimation [J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2016, 17(1): 60-65.

近几十年来,随着波达方向(direction of arrival, DOA)估计算法研究的不断深入,阵列结构的设计成为限制 DOA 估计精度提高的因素之一,新型阵列结构的研究逐渐引起人们的重视^[1-10]。

文献[1]研究发现,阵列结构的变化导致阵列流形矩阵的变化,直接影响了算法克拉美罗界(Cramer-Rao bound, CRB)的大小。传统均匀线阵测量精度高,但只能提供 $-90^\circ \sim 90^\circ$ 的方位角测量范围^[2-3],难以实现全空域的角度估计,限制了在实际中的应用。对于面阵而言,理论上可以实现方位全空域的角度估计^[4-5],但在实际应用中相控阵天线波束扫描范围受限(120° 以内),波束宽度随扫描角度的增大、探测精度下降等缺点同样限制了应用范围。均匀圆阵能提供方位 360° 的全空域覆盖,但是在解相干能力和抗干扰能力上存在不足。

为此,文献[11~12]提出了利用柱形多层均匀圆阵来提高解相干能力和抗干扰能力,但柱形多层均匀圆阵仍未解决对低信噪比、高空大仰角情况下信源 DOA 估计精度差的问题。

针对该问题本文提出一种新型锥形多层均匀圆阵,在该布阵方式中,多层均匀圆阵各层间间距相等,各层相应位置的阵元在同一条直线上,但各层圆阵的半径不同,整个阵列构成一个圆锥形的多层阵列。在处理时,将沿圆锥面不同母线的阵元等效为不同线阵,并以此为模型构建波达信号的接收矩阵。由于不同线阵与波达方向之间存在不同的空间夹角,因此可获得更多的先验信息,提高在低信噪比、高空大仰角情况下对信源 DOA 估计精度和估计成功概率。

1 锥形多层均匀圆阵模型

假设有 M 个波长为 λ 的窄带远场信源,辐射到每层阵元数为 N 且各向同性的 L 层圆锥形均匀圆形阵列,假设阵列中不存在阵元幅相误差和互耦等影响因素。层数 $L=2$ 、每层阵元数 $N=4$ 时锥形多层均匀圆阵示意图 1。

图 1 中, (α_i, φ_i) 为第 i 个信源波达方向的方位角和俯仰角; β 为圆锥母线与 xoy 平面的夹角; h 为 2 层阵元之间的距离间隔。

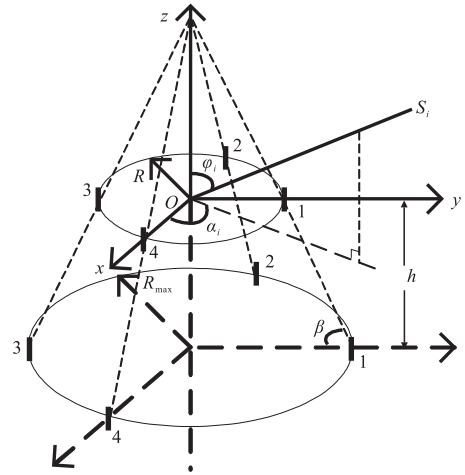


图 1 锥形多层均匀圆阵结构

Fig.1 Conical multilayer uniform circular array

假设噪声为空时加性高斯白噪声,不同阵元间噪声相互独立,且与信号不相关。设顶层圆阵的各个阵元分别为各自沿母线所构成线阵的参考阵元,顶层圆阵的参考点为顶层圆圆心,则不同信源在不同线阵的导向矢量为^[13-14]:

$$\mathbf{a}_{ni} = \exp(-j2\pi R \sin\varphi_i \cos(\alpha_i - \gamma_n) / \lambda) \times [1, \exp(j2\pi h \cos\theta_{ni} / \lambda \sin\beta), \dots, \exp(j(L-1)2\pi h \cos\theta_{ni} / \lambda \sin\beta)]^T \quad (1)$$

式中: R 为阵列顶层圆半径; γ_n 为第 n 个阵元与 x 轴的夹角且 $\gamma_n = 2\pi n / N, n = 1, 2, \dots, N; i = 1, 2, \dots, M; \theta_{ni}$ 为第 i 个信源与第 n 个线阵的空间夹角。以 $N=4$ 为例,经过计算可得:

$$\cos\theta_{1i} = \cos\varphi_i \sin\beta - \sin\varphi_i \sin\alpha_i \cos\beta \quad (2)$$

$$\cos\theta_{2i} = \cos\varphi_i \sin\beta + \sin\varphi_i \cos\alpha_i \cos\beta \quad (3)$$

$$\cos\theta_{3i} = \cos\varphi_i \sin\beta + \sin\varphi_i \sin\alpha_i \cos\beta \quad (4)$$

$$\cos\theta_{4i} = \cos\varphi_i \sin\beta - \sin\varphi_i \cos\alpha_i \cos\beta \quad (5)$$

假设远场第 i 个信源的接收信号为 $s_i(t)$, 则第 n 个线阵的接收数据模型为:

$$\mathbf{X}_n = \mathbf{A}_n \mathbf{S} + \mathbf{N}_n \quad (6)$$

式中: $\mathbf{A}_n = [a_{n1}, a_{n2}, \dots, a_{nM}]$ 为阵列流形矩阵; $\mathbf{S} = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_M(t)]^T$ 为各信源一次快拍接收到的信号; $\mathbf{N}_n = [n_1, n_2, \dots, n_L]^T$ 为互不相关的空时加性高斯白噪声。

由式(6)可知锥形多层均匀圆阵全阵列接收数据模型为

$$\mathbf{X} = \mathbf{A} \mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (7)$$

式中: $\mathbf{A} = [A_1, A_2, \dots, A_N]$ 为全阵列的阵列流形矩阵; $\mathbf{X} = [X_1, X_2, \dots, X_N]$ 为单次快拍接收数据矩阵; $\mathbf{N} = [N_1, N_2, \dots, N_N]$ 。

2 阵列流形分析

阵列结构决定阵列的性能,而阵列流形与阵列结构密切相关。信号子空间类的算法如多重信号分类(Multiple Signal Classification, MUSIC)算法^[15-17],从本质上来说都是求解信号子空间与阵列流形的交集,而阵列流形刻画的是整个参数空间上的响应特性,它的特性由阵元响应特性以及阵元位置来决定^[18]。

定义 $q = (\alpha, \varphi)$, 且 $q \in \Omega = \{[0^\circ, 360^\circ], [0^\circ, 90^\circ]\}$, 由公式(1)可定义阵列流形曲线 \mathbf{C} 为:

$$\mathbf{C} = \exp(-j\pi\mathbf{r}\mathbf{p}(q)) \quad (8)$$

式中: $\mathbf{r} = [r_x, r_y, r_z] \in \mathbf{R}^{N \times L \times 3}$ 是以半波长为单位的阵元位置坐标构成的矩阵; $\mathbf{p}(q) = [\sin\varphi \cos\alpha, \sin\varphi \sin\alpha, \cos\varphi]^\top$ 为波数矢量。

由文献[18]可知,可利用微分几何的方法来分析阵列流形,定义阵列流形曲线 \mathbf{C} 的弧长 s 为:

$$s(q) = \left[\int_0^\alpha \left| \frac{\partial \mathbf{C}(\alpha)}{\partial \alpha} \right| d\alpha, \int_0^\varphi \left| \frac{\partial \mathbf{C}(\varphi)}{\partial \varphi} \right| d\varphi \right] \quad (9)$$

弧长变化率同样是阵列流形曲线一个重要特性,定义弧长的变化率为:

$$\mathbf{s}'(q) = \left[\left| \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \alpha} \right|, \left| \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \varphi} \right| \right] \quad (10)$$

式中: $|\cdot|$ 表示求取向量的 l_2 范数,并且:

$$\frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \alpha} = \frac{\partial}{\partial \alpha} \exp(-j\pi\mathbf{r}\mathbf{p}(q)) = \mathbf{C} \odot \left(-j\pi\mathbf{r} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \alpha} \right) \quad (11)$$

$$\frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \varphi} = \frac{\partial}{\partial \varphi} \exp(-j\pi\mathbf{r}\mathbf{p}(q)) = \mathbf{C} \odot \left(-j\pi\mathbf{r} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \varphi} \right) \quad (12)$$

式中:符号 \odot 表示 2 个矢量的 Hadamard 积(对应元素相乘)。

在空间中只考虑 1 个或者 2 个辐射源的特殊情况有:

$$\text{CRB}(\alpha) = 1/(2K \times \text{SNR} \times \mathbf{s}'(\alpha)^2) \quad (13)$$

$$\text{CRB}(\varphi) = 1/(2K \times \text{SNR} \times \mathbf{s}'(\varphi)^2) \quad (14)$$

由公式(10)~(14)可推出:

$$\text{CRB}(\alpha) = 1/(2K \times \text{SNR} (\pi \sin\varphi |r_y \cos\alpha - r_x \sin\alpha|)^2) \quad (15)$$

$$\text{CRB}(\varphi) = 1/(2K \times \text{SNR} (\pi |\cos\varphi (r_x \cos\alpha + r_y \sin\alpha) - r_z \sin\varphi|)^2) \quad (16)$$

由式(15)、(16)可得出在相同信噪比情况下阵列结构矩阵 \mathbf{r} 决定 $\text{CRB}(\alpha)$ 和 $\text{CRB}(\varphi)$ 的大小。假设柱形多层均匀圆阵的半径和锥形多层均匀圆阵的顶层半径相等,各层高度相等。以各阵列顶层圆中心构建空间直角坐标系,则锥形多层均匀圆阵和柱形多层均匀圆阵的阵元位置矩阵 \mathbf{r}_1 、 \mathbf{r}_2 分别为:

$$\mathbf{r}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{RS} & 0\mathbf{k} \\ (R+h/\tan\beta)\mathbf{S} & -h\mathbf{k} \\ \vdots & \vdots \\ (\mathbf{R} + (\mathbf{L}-1)h/\tan\beta)\mathbf{S} & -(\mathbf{L}-1)h\mathbf{k} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\mathbf{r}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{RS} & 0\mathbf{k} \\ \mathbf{RS} & -h\mathbf{k} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{RS} & -(\mathbf{L}-1)h\mathbf{k} \end{bmatrix} \quad (18)$$

式中: $\mathbf{S} = [\cos\boldsymbol{\gamma}, \sin\boldsymbol{\gamma}]$; $\boldsymbol{\gamma} = [\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_N]^\top$; $\mathbf{k} = [1, 1, \dots, 1]^\top \in \mathbf{R}^{N \times 1}$ 。

由式(17)、(18)易推出:

$$\text{CRB}_1(\alpha) \leq \text{CRB}_2(\alpha) \quad (19)$$

$$\text{CRB}_1(\varphi) \leq \text{CRB}_2(\varphi) \quad (20)$$

由式(19)、(20)可知锥形多层均匀圆阵对信源方位角和俯仰角估计的 CRB 均小于柱形多层均匀圆阵,即锥形多层均匀圆阵对角度的 DOA 估计精度高于柱形多层均匀圆阵。下节通过仿真验证了推导出的结论。

同时,不难从式(15)~(16)中推出 $\text{CRB}(\alpha) \propto \tan\beta$ 、 $\text{CRB}(\varphi) \propto \tan\beta$ 可知随着 β 的减小,锥形多层均匀圆阵的估计精度越高,但考虑到测角模糊的原因,需限定 $h/\sin\beta = \lambda/2$,以保证在获取最大测角精度的同时不出现测角模糊。

为方便研究 DOA 估计性能,定义方位角估计均方根误差 RMSE_α 为^[19]:

$$\text{RMSE}_\alpha = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (\hat{\alpha}_k - \alpha_{\text{real}})^2} \quad (21)$$

式中: K 为蒙特卡罗实验次数; α_{real} 为目标真实方位角; $\hat{\alpha}_k$ 为第 k 次蒙特卡罗实验方位角估计值。同理定义俯仰角估计均方根误差 RMSE_φ 。

定义角度估计成功率 P 为:

$$P = \frac{K'}{K} \times 100\% \quad (22)$$

式中: K' 表示出现与真实角度偏差在 1° 以内的实验次数。

3 仿真与分析

仿真条件为:层数 $L = 4$,每层阵元数 $N = 4$,波长 λ 为 1 cm,相邻层的阵列间距为 $h = \sqrt{2}\lambda/4$, $\beta = \pi/4$,顶层半径为 $R = \sqrt{2}\lambda/4$;快拍次数为 $W = 500$ 。柱形多层均匀圆阵的半径为 R ,层数及每层阵的阵元数均和锥形多层均匀圆阵相同,相邻层阵的间距也为 h 。

3.1 信源数对估计性能的影响

仿真 1 信源入射方向为 $(10^\circ, 15^\circ)$ 、 $(60^\circ, 45^\circ)$ 、 $(285^\circ, 30^\circ)$, 信噪比均为 10 dB。图 2 和图 3 给出了实验结果。

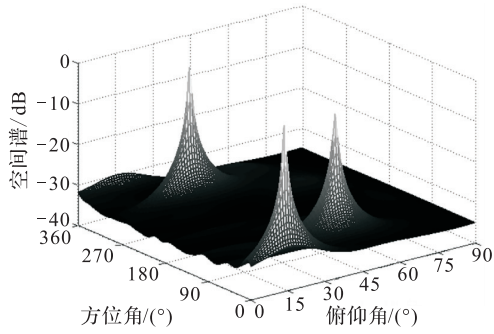


图 2 锥形多层均匀圆阵估计 3 个信源

Fig.2 Conical multilayer uniform circular array estimation of 3 sources

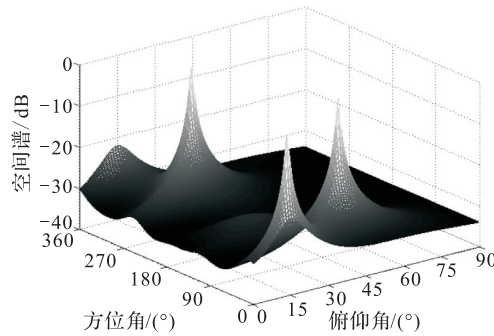


图 3 柱形多层均匀圆阵估计 3 个信源

Fig.3 Cylindrical multilayer uniform circular array estimation of 3 sources

图 2 和图 3 分别表示锥形多层均匀圆阵和柱形多层均匀圆阵同时估计 3 个信源时的空间谱。由图 2、图 3 分析可得 2 种类型的阵列均可有效得同时估计出少量信源。在锥形多层均匀圆阵估计信源时,空间谱除谱峰外基本不存在起伏;但在柱形多层均匀圆阵估计信源时谱峰会呈现展宽,效果相对较差。在估计较少信源时,锥形多层均匀圆阵在相同精度下可以获得更为有效的谱峰。

仿真 2 信源入射方向为 $(10^\circ, 15^\circ)$ 、 $(60^\circ, 45^\circ)$ 、 $(285^\circ, 30^\circ)$ 、 $(180^\circ, 80^\circ)$ 、 $(120^\circ, 60^\circ)$ 、 $(300^\circ, 50^\circ)$ 、 $(150^\circ, 50^\circ)$ 、 $(230^\circ, 30^\circ)$ 、 $(180^\circ, 10^\circ)$ 、 $(120^\circ, 30^\circ)$ 共 10 个目标,信噪比均为 10 dB。仿真结果见图 4~5。

图 4 和图 5 分别表示锥形多层均匀圆阵和柱形多层均匀圆阵同时估计 10 个信源时的空间谱。由图可看出锥形多层均匀圆阵可准确地估计出 10 个信源目标,而柱形多层均匀圆阵无法准确估计出信源个数。说明锥形多层均匀圆阵在相同阵元数目的情况下相对柱形多层均匀圆阵能估计出更多的信源,估计能力强于柱形多层均匀圆阵。

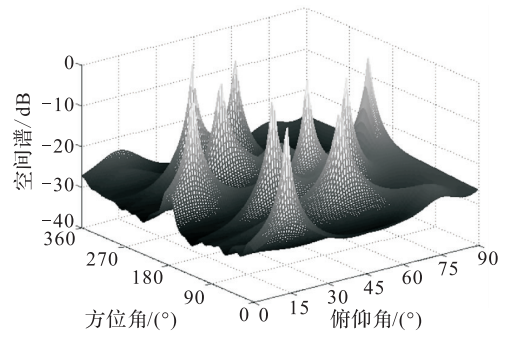


图 4 锥形多层均匀圆阵估计 10 个信源

Fig.4 Conical multilayer uniform circular array estimation of 10 sources

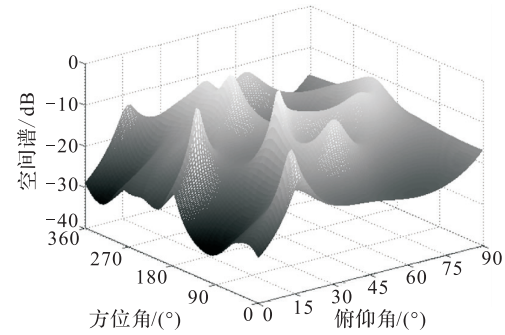


图 5 柱形多层均匀圆阵估计 10 个信源

Fig.5 Cylindrical multilayer uniform circular array estimation of 10 sources

3.2 信噪比对估计性能的影响

仿真 3 信源入射方向为 $(60^\circ, 45^\circ)$, 信噪比均从 -10 dB 到 20 dB 变化,利用蒙特卡罗仿真方法观察锥形多层均匀圆阵和柱形多层均匀圆阵角度估计方差和成功概率随信噪比的变化情况,共进行 100 次蒙特卡罗实验。图 6 和 7 给出了仿真结果。

综合分析图 6 和图 7 可看出:随着信噪比的增加,角度估计均方根误差逐渐减小,成功概率不断增大,并且俯仰角的估计精度和估计成功概率均高于方位角的估计精度和估计成功概率;在低信噪比情况下锥形多层均匀圆阵在方位角和俯仰角的估计精度明显高于柱形多层均匀圆阵,锥形多层均匀圆阵在方位角和俯仰角的估计成功概率高于柱形多层均匀圆阵。

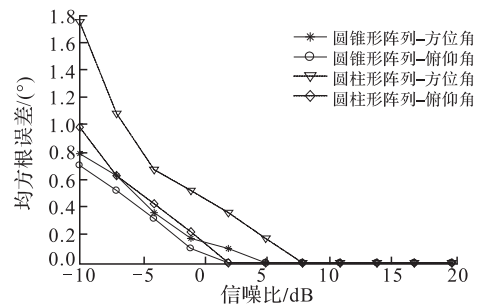


图 6 2 种阵列结构估计均方根误差对比

Fig.6 Comparison of two kinds of array structure estimation's root mean square error

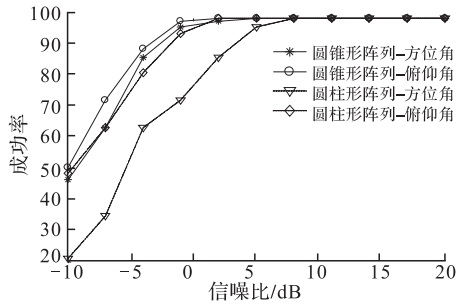


图7 2种阵列结构估计成功率对比

Fig.7 Comparison of two kinds of array structure estimation's success ratio

3.3 空间角对估计性能的影响

仿真4 设空间有一信源,在运动时保持俯仰角不变,考虑到均匀圆阵的对称性,在仿真中设方位角变化范围为 0° 到 89° ,俯仰角固定为 40° ,信号信噪比从 -5 dB 到 10 dB 变化,观察方位角变化引起的方位角估计均方误差的变化,蒙特卡罗实验次数设定为100。仿真结果见图8。

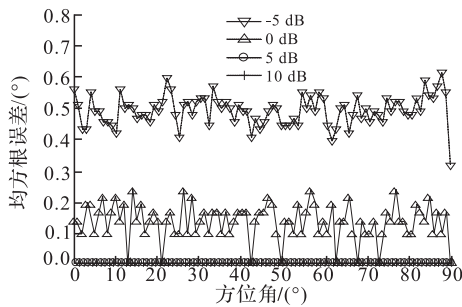


图8 锥形多层均匀圆阵方位角估计的均方根误差($\varphi = 40^\circ$)

Fig.8 Root mean square error of azimuth angle estimation using conical multilayer uniform circular array ($\varphi = 40^\circ$)

仿真5 设空间有一信源,在运动时保持方位角不变,在仿真中设俯仰角变化范围为 0° 到 89° ,方位角固定为 50° ,信号信噪比从 -5 dB 到 10 dB 变化,观察俯仰角变化引起的俯仰角估计均方根误差的变化,蒙特卡罗实验次数设定为100。仿真结果见图9。

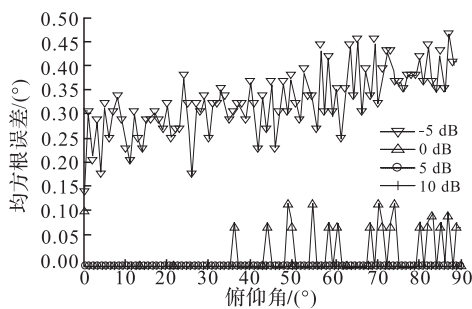


图9 锥形多层均匀圆阵俯仰角估计的均方根误差($\alpha = 50^\circ$)

Fig.9 Root mean square error of elevation angle estimation using conical multilayer uniform circular array ($\alpha = 50^\circ$)

仿真6 由于在方位维上锥形多层均匀圆阵与

柱形多层均匀圆阵有相似的结构,在此仅分析柱形多层均匀圆阵在俯仰角变化时阵列的俯仰角估计误差的变化。仿真参数设置同仿真5,仿真结果见图10。

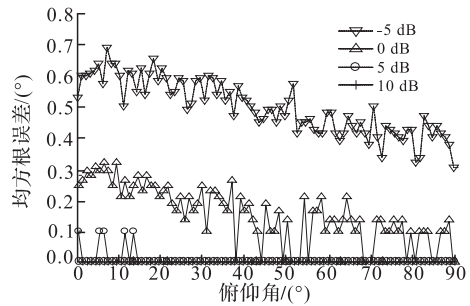


图10 柱形多层均匀圆阵俯仰角估计的均方根误差($\alpha = 50^\circ$)

Fig.10 Root mean square error of elevation angle estimation using cylindrical multilayer uniform circular array ($\alpha = 50^\circ$)

对比分析图8、图9和图10可知:当信噪比增大时,锥形多层均匀圆阵的方位角和俯仰角估计精度均有提高,柱形多层均匀圆阵的俯仰角估计精度也有提高;当俯仰角固定时,锥形多层均匀圆阵的方位角估计均方根误差随着方位角的改变基本保持不变,说明该阵列对于方位角的测量具有很好的稳定性;当方位角固定时,锥形多层均匀圆阵的俯仰角估计均方根误差随着俯仰角的增大有所增加,说明该阵列对于高空目标的角度估计精度高于对低空目标的角度估计精度;在同等条件下锥形多层均匀圆阵对俯仰角的估计精度高于对方位角的估计精度;当方位角固定时,柱形多层均匀圆阵的俯仰角估计均方根误差随着俯仰角的增大而下降,说明该阵列对高空目标探测能力较差,低空目标探测能力强,但与锥形多层均匀圆阵探测精度相比仍有不足。

4 结语

本文设计了一种新型锥形多层均匀圆阵结构,并分析了新型阵列与传统柱形多层均匀圆阵阵列流形变化引起的相应CRB的变化,得出锥形多层均匀圆阵的角度估计精度优于柱形多层均匀圆阵的结论。利用2-D MUSIC算法验证了该结构在不增加阵元数的前提下仍能有很好的DOA估计性能,尤其在多信源、低信噪比及大仰角情况下,性能明显优于同等阵元数的柱形多层均匀圆阵结构。这种新型锥形多层均匀圆阵适用于多目标、低信噪比以及对高空信源俯仰角估计精度要求较高的场合。

参考文献(References):

[1] Petre S, Arye N. MUSIC, Maximum Likelihood, and Cramer-Rao Bound [J]. IEEE Trans on Acous-

- tics, Speech and Signal Processing, 1989, 37(5): 720-741.
- [2] Zheng C D, Li G, Wang X Q. Combination of Weighted $L_{2,1}$ Minimization with Unitary Transformation for DOA Estimation [J]. IEEE Signal Processing, 2013, 93(12): 3430-3434.
- [3] Dacos I, Manikas A. Estimating the Manifold Parameters of One Dimensional Array of Sensors [J]. Journal of the Franklin Institute, 1995, 332(3): 307-332.
- [4] Karimi H R, Manikas a. Manifold of A Planar Array and Its Effects on the Accuracy of Direction-Finding Systems [J] IET Radar, Sonar Navigation. 1996, 143(6): 349-357.
- [5] Zhang C, Zhao M, Cai Y. Joint 2-D DOA Estimation and Mutual Coupling Calibration for Uniform Rectangular Arrays [C]// International Conference on Wireless Communications & Signal Processing, 2015: 1-5.
- [6] Tayem N, Kwon H M. L-Shape 2-Dimensional Arrival Angle Estimation with Propagator Method [J]. IEEE Trans on Antennas & Propagation, 2005, 53(5): 1622-1630.
- [7] Gu J F, Zhu W P, Swamy M N S. Joint 2-DOA Estimation via Space L-Shaped Array [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2015, 63(5): 1171-1182.
- [8] Zeng X F, Sun G Q, Huang H N. Craomér-Rao Bound of Position Estimation for Underwater Source [J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2013, 35(1): 92-98.
- [9] Hou Y G, Chen L F, Shen Y Y. A Modified Denoise Approach for UCA DOA Estimation in Low SNR Case [J]. International Journal of Smart Home, 2013, 7(3): 227-238.
- [10] Jackson B R, Rajan S, Liao B, et al. Direction of Arrival Estimation Using Directive Antennas in Uniform Circular Arrays [J]. IEEE Trans on Antennas & Propagation, 2015, 63(2): 736-747.
- [11] Mao W P, Li G L, Xie X. 2D-DOA Estimation of Coherent Signals Based on Uniform Circular Array [J]. Systems Engineering and Electronics, 2013, 35(8): 1596-1601.
- [12] 田超. 米波全向雷达探测技术研究 [D]. 北京: 中国航天第二研究院, 2015.
- TIAN Chao. Research on Target Detection Techniques for Omnidirectional [D]. Beijing: The Second Academy of China Aerospace, 2015. (in Chinese)
- [13] 王永良, 陈辉, 彭应宁, 等. 空间谱估计理论与算法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
- WANG Yongliang, CHEN Hui, PENG Yingning, et al. Spatial Spectrum Estimation Theory and Algorithm [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004. (in Chinese)
- [14] Hou Y Q, Chen H, Zhao M. Horizontally UCA DOA Estimation Performance via Spatial Averaging [J]. Lecture Notes in Computer Science, 2012, 7530(1): 539-546.
- [15] SCHMIDT R O. Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation [J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 1986, 34(3): 276-280.
- [16] Cheng Q, Hua Y B. Performance Analysis of the MUSIC and Pencil-MUSIC Algorithms for Diversely Polarized Array [J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 1994, 42(11): 3150-3165.
- [17] 丁姗姗, 张永顺, 牛超, 等. 一种基于 Khatri-Rao 子空间的非均匀稀疏阵列 [J]. 空军工程大学学报: 自然科学版, 2015, 16(5): 78-82.
- DING Shanshan, ZHANG Yongshun, NIU Chao, et al. A Novel Sparse Linear Array Geometry via Khatri-Rao Subspace [J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2015, 16(5): 78-82.
- [18] 彭巧乐. 阵列信号二维到达角估计算法理论及其应用研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2009.
- PENG Qiaole. Two-Dimensional DOA Estimation Algorithm Theory of Array Signal and Its Application Research [D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2009. (in Chinese)
- [19] 王园园, 刘铮, 曹运合. 基于压缩感知的米波雷达低空测角算法 [J]. 系统工程与电子技术, 2014, 36(4): 667-671.
- WANG Yuanyaun, LIU Zheng, CAO Yunhe. Low-angle Estimation Method Based on Compressed-Sensing for Meter-Wave Radar [J]. Systems Engineering and Electronics, 2014, 36(4): 667-671. (in Chinese)

(编辑: 姚树峰)