

# 多频 GNSS 接收机自主完好性监测性能分析

韩雷晋<sup>1</sup>, 卢虎<sup>1</sup>, 谢岩<sup>2</sup>, 陈晨<sup>3</sup>

(1.空军工程大学信息与导航学院,西安,710077;2.西北工业大学明德学院,西安,710124;  
3.中国人民解放军94778部队,上海,200433)

**摘要** 通过对多频接收机的不同频点电离层延时模型的研究,建立起一种新的多频完好性监测方法;并针对测量误差协方差不为对角阵的问题,提出了一种新的易于在用户接收机中实现的预白化处理方法;此外,针对不同频点数的 RAIM 算法进行了分析。研究表明,多频算法可以消除电离层延时误差,定位误差可以降低到 10 m 以内;当伪距偏差低于 50 m 时,多频 RAIM 算法仍然可以进行故障星的检测与识别。仿真分析证明了三频 RAIM 算法相对双频算法的优越性,对未来的多频接收机自主完好性算法的研究具有很好的理论意义和实用价值。

**关键词** 多频;RAIM;奇偶矢量法;全球导航卫星系统;定位精度

**DOI** 10.3969/j.issn.1009-3516.2015.06.007

**中图分类号** TN96 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2015)06-0032-06

## The Performance Analysis Research on Autonomous Integrity Monitoring Algorithm for Multi-Frequency GNSS Receiver

HAN Leijin<sup>1</sup>, LU Hu<sup>1</sup>, XIE Yan<sup>2</sup>, CHEN Chen<sup>3</sup>

(1. Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China; 2. Mingde College, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710124, China; 3. Unit 94778, Shanghai 200433, China)

**Abstract:** This paper analyzes the pseudo-range relationship between different frequency signals, and proposes a multi-frequency receiver autonomous integrity monitoring (RAIM) algorithm. Aimed at the problems that measurement error covariance matrix is not diagonal, the paper proposes a new pre-whitening method which can easily be implemented in a receiver. In addition, the paper analyzes the RAIM algorithms from different frequency points. The simulation results show that the multiple-frequency algorithm can eliminate the ionosphere error so that the positioning error can be reduced to less than 10 m. In addition, when the pseudo-range deviation is less than 50 m, multi-frequency RAIM algorithm can still be applied in detecting and identifying fault satellite. And the triple-frequency RAIM algorithm is in an advantageous position compared to dual algorithm, which would have a tempting theoretical and practical value for the future research of multi-frequency receiver autonomous integrity algorithm research.

**Key words:** multi-frequency; RAIM; parity vector method; GNSS; positioning accuracy

当前主要的接收机自主完好性监测算法(Receiver Autonomous Integrity Monitoring, RAIM)都是基于单频点的“快照(Snapshot)”RAIM 算法,

主要包括最小二乘残差法<sup>[1]</sup>、奇偶矢量法<sup>[2]</sup>、伪距比较法<sup>[3]</sup>。但由于单频接收机自身的局限性,文献[1~3]提出的 RAIM 算法性能受限,尤其是在伪距偏

收稿日期:2015-03-01

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61174194,61473308);陕西省自然科学基金基础研究计划资助项目(2013JM8018,2013K07-46)

作者简介:韩雷晋(1989-),男,山西太原人,硕士生,主要从事导航系统的完好性研究 E-mail:282891621@qq.com

**引用格式:**韩雷晋,卢虎,谢岩,等.多频 GNSS 接收机自主完好性监测性能分析[J].空军工程大学学报:自然科学版,2015,16(6):32-37. HAN Leijin, LU Hu, XIE Yan, et al. The Performance Analysis Research on Autonomous Integrity Monitoring Algorithm for Multi-Frequency GNSS Receiver[J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2015, 16(6): 32-37.

差较低时完全不具备检错纠错能力。现阶段针对上述问题,主要是通过对多历元时刻奇偶矢量的非相干积累来提高算法监测性能<sup>[4]</sup>,但现有方法由于累积了多个历元的信息,使得告警时间很长,很难满足航空导航系统的指标,且没有从本质上解决小故障偏差检测问题。

随着以北斗为代表的全球导航卫星系统(GNSS)的发展,未来多频接收机取代现有的单频接收机是必然的发展趋势,民用用户可以利用更多频点的信号进行导航定位。新增的多频点冗余信息可以极大地改善系统的完好性。目前,利用多频信息提升系统完好性已成为 RAIM 领域的研究热点和主流发展方向,但针对多频点的 RAIM 算法还相对较少。文献[5~6]给出的多频 RAIM 算法是基于组合导航系统的算法,通过不同系统不同频点的信息进行完好性监测,但本质上仍然为单频完好性算法;文献[7]给出了一种多频 RAIM 算法,该算法假设各频点的噪声是相互独立的,这种假设不符合三频信号的真实情况,因此算法存在一定的缺陷;文献[8]给出的三频 RAIM 算法虽然对各频点的噪声进行了合理假设,但在分析三频算法提高系统完好性指标的本质原因方面,相关研究有待进一步深化。尤其需要指出的是,现有各种多频 RAIM 算法都没有对多频算法进行深入对比分析,也没有对未来多频接收机该采取多少个频点的信息进行完好性监测明确的说明,相关研究仍然不是很完善。

## 1 多频信号的伪距观测模型

根据电离层延时与载波频率之间的函数关系<sup>[9]</sup>,可将电离层延时  $I$  表示为:

$$I = 40.28N_e/f^2 = \kappa/f^2 \quad (1)$$

式中:  $f$  代表任一频点的频率;  $N_e$  是在信号传播途径上单位面积上的电子总数,定义  $\kappa = 40.28N_e$ 。为电离层延时参数。根据多频信号通过电离层时不同频率的信号延时不同,在多频 RAIM 算法中,通过引入电离层延时参数  $\kappa$ ,可以增加待求解的未知量,建立新的伪距观测方程。

假定当前可观测到  $n$  颗可见卫星,引入电离层延时参数  $\kappa$  后,双频伪距线性化观测方程为:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{n \times 4} & \mathbf{I}_n \\ \mathbf{H}_{n \times 4} & c_1 \mathbf{I}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{TF} \\ \mathbf{f}_1^{-2} \boldsymbol{\kappa}_{n \times 1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{y}_1$ 、 $\mathbf{y}_2$  是双频接收机  $L_1$ 、 $L_2$  频点上的  $n \times 1$  测量矢量,表示  $n$  颗可见卫星在  $L_1$  频点和  $L_2$  频点的伪距值;  $\mathbf{H}_{n \times 4}$  是单频观测方程的系数矩阵,在文献[10]中给出了具体定义;  $\mathbf{x}_{TF}$  是  $4 \times 1$  的状态矢

量,代表 3 个用户位置改正参数和接收机钟差正参数;  $\boldsymbol{\kappa}_{n \times 1}$  代表  $n$  颗卫星的电离层延时参数,可以通过式(1)得到;  $\mathbf{e}_1$ 、 $\mathbf{e}_2$  是  $n \times 1$  维去除电离层误差后的测量误差矢量,代表 2 个频点上的观测噪声误差矢量;  $c_1 = f_1^2/f_2^2$ ,  $f_1$ 、 $f_2$  是 2 个频点的载波频率。

式(2)可以简写为:

$$\mathbf{y}_{TF} = \mathbf{G}_{TF} \tilde{\mathbf{x}}_{TF} + \mathbf{e}_{TF} \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{y}_{TF}$  是  $2n \times 1$  列向量;  $\mathbf{G}_{TF}$  是  $2n \times (n+4)$  矩阵;  $\tilde{\mathbf{x}}_{TF}$  是  $(n+4) \times 1$  列向量;  $\mathbf{e}_{TF}$  是  $2n \times 1$  列向量。式(3)中各矩阵为式(2)中相应矩阵的简写,则用户状态的最小二乘解为:

$$\hat{\mathbf{x}}_{TF} = (\mathbf{G}_{TF}^T \mathbf{G}_{TF})^{-1} \mathbf{G}_{TF}^T \mathbf{y}_{TF} \quad (4)$$

则伪距残差向量为:

$$\mathbf{v} = \mathbf{y}_{TF} - \mathbf{y} \hat{\mathbf{x}}_{TF} = \mathbf{y}_{TF} - \mathbf{G}_{TF} (\mathbf{G}_{TF}^T \mathbf{G}_{TF})^{-1} \mathbf{G}_{TF}^T \mathbf{y}_{TF} \quad (5)$$

在双频和三频模型中,各矩阵的维数是不同。

式(3)通过对电离层延时误差进行建模,可消除电离层延时误差。因此,与文献[1~3]伪距残差相比,式(5)伪距残差向量更小,定位精度更高。

更进一步分析可知,双频观测方程(3)的测量误差矢量包括时钟误差、对流层延时、多径和接收机噪声等,所以用户测距误差(URE)的方差为:

$$\sigma_{URE}^2 = \sigma_{URA}^2 + \sigma_e^2 + \sigma_\epsilon^2 \quad (6)$$

式中:  $\sigma_{URA}^2$  是用户测距精度的协方差;  $\sigma_e^2$  是多径和接收机噪声协方差;  $\sigma_\epsilon^2$  是时钟误差和对流层延时的噪声协方差。在 RAIM 算法分析中,不同的卫星之间各种误差是相互独立的,而卫星不同频点的误差由于都使用同一颗卫星的时钟和星历,所以时钟误差和对流层延时在同一卫星的不同频点之间是完全相同的。在接收机中多径和接收机噪声在同一颗卫星的不同频点之间是相互独立的,可以认定多径和接收机噪声是完全相同的。因此,双频观测方程(3)的误差协方差矩阵定义如下:

$$\mathbf{C}_{TF} = E[\mathbf{e}_{TF} \mathbf{e}_{TF}^T] = \begin{bmatrix} (\sigma_e^2 + \sigma_\epsilon^2) \mathbf{I}_n & \sigma_\epsilon^2 \mathbf{I}_n \\ \sigma_\epsilon^2 \mathbf{I}_n & (\sigma_e^2 + \sigma_\epsilon^2) \mathbf{I}_n \end{bmatrix} \quad (7)$$

由于式(7)中  $\mathbf{C}_{TF}$  不是对角矩阵,使得原本用于单频信号的奇偶矢量法无法直接使用<sup>[9]</sup>。因而需要对观测方程进行预白化处理,使得变换后的  $\tilde{\mathbf{e}}_{TF}$  的协方差矩阵为对角阵,并且要满足主对角线元素相同,即各频点噪声要服从相同的分布。

显然,  $\mathbf{C}_{TF}$  为对称阵,必有正交阵  $\mathbf{P}$ ,使得<sup>[9]</sup>:

$$\mathbf{P}^{-1} \mathbf{C}_{TF} \mathbf{P} = \mathbf{P}^T \mathbf{C}_{TF} \mathbf{P} = \boldsymbol{\lambda} \quad (8)$$

$\boldsymbol{\lambda}$  是以  $\mathbf{C}_{TF}$  的特征值为对角元素的对角阵。文献[9]给出了计算正交阵  $\mathbf{P}$  的方法,可以计算出  $\mathbf{P}$  矩阵和  $\boldsymbol{\lambda}$  矩阵分别为:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} -\mathbf{I}_n/\sqrt{2} & \mathbf{I}_n/\sqrt{2} \\ \mathbf{I}_n/\sqrt{2} & \mathbf{I}_n/\sqrt{2} \end{bmatrix}_{2n \times 2n} \quad (9)$$

$$\boldsymbol{\lambda} = \begin{bmatrix} \sigma_e^2 \mathbf{I}_n & 0 \\ 0 & (\sigma_e^2 + 2\sigma_\varepsilon^2) \mathbf{I}_n \end{bmatrix}_{2n \times 2n} \quad (10)$$

由式(10)可以看出,经过  $\mathbf{P}$  矩阵预白化处理后测量噪声为方差不同的噪声矢量,不能直接利用奇偶矢量法进行 RAIM 监测。可以把式(8)中的  $\boldsymbol{\lambda}$  继续进行变换,使得变换后的噪声矢量的方差相同,服从相同的正态分布。根据式(8)取  $\mathbf{D}$  矩阵为:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_n/\sigma_e & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_n/\sqrt{\sigma_e^2 + 2\sigma_\varepsilon^2} \end{bmatrix}_{2n \times 2n} \quad (11)$$

变换如下:在式(8)左右两边分别乘一个  $\mathbf{D}$  矩阵,可变为单位阵。

$$\text{令 } \mathbf{W}_{TF} = \mathbf{P}\mathbf{D} = \begin{bmatrix} -a\mathbf{I}_n & b\mathbf{I}_n \\ a\mathbf{I}_n & b\mathbf{I}_n \end{bmatrix}_{2n \times 2n}, \text{ 其中 } a = \sqrt{1/2\sigma_e^2}, b = \sqrt{1/(2\sigma_e^2 + 4\sigma_\varepsilon^2)}.$$

将式(3)的等号两边同时左乘  $\mathbf{W}_{TF}^T$  矩阵,可以得到预白化处理后的双频线性化观测方程,记为:

$$\tilde{\mathbf{y}}_{TF} = \tilde{\mathbf{G}}_{TF} \tilde{\mathbf{x}}_{TF} + \tilde{\mathbf{e}}_{TF} \quad (12)$$

同理,可以得到三频线性观测方程。

## 2 多频 GPS 接收机 RAIM 算法

### 2.1 多频信号的故障检测算法

双频观测方程(12)有  $2n$  个方程及  $(n+4)$  个未知数,因此生成的奇偶空间矢量维数是  $(n-4)$ ,构成的奇偶矩阵  $\mathbf{P}_{TF}$  为  $(n-4) \times 2n$  矩阵。在得到双频奇偶矩阵  $\mathbf{P}_{TF}$  后,可以计算出双频奇偶矢量:

$$\mathbf{p}_{TF} = \mathbf{P}_{TF} \tilde{\mathbf{y}}_{TF} = \mathbf{P}_{TF} \tilde{\mathbf{e}}_{TF} \quad (13)$$

可知双频奇偶矢量  $\mathbf{p}_{TF}$  为  $(n-4) \times 1$  列向量,检验统计量  $\text{SSE} = \mathbf{p}_{TF}^T \mathbf{p}_{TF}$ ,服从自由度为  $(n-4)$  的  $\chi^2$  分布。

同理,在得到三频奇偶矩阵  $\mathbf{p}_{TF}$  (为  $(2n-4) \times 3n$  矩阵)后,可计算  $\mathbf{P}_{TF}$  为  $(2n-4) \times 1$  列向量,  $\text{SSE}$  服从自由度为  $(2n-4)$  的  $\chi^2$  分布,可以利用奇偶矢量法进行故障检测识别。

综上,预白化处理后  $\mathbf{P}_{TF} \tilde{\mathbf{G}}_{TF} = 0$  服从标准正态分布,即可利用最小二乘残差法<sup>[1]</sup>、奇偶矢量法<sup>[2]</sup>、伪距比较法<sup>[3]</sup>等传统的 RAIM 算法进行接收机的完好性监测。

文献[2]指出,奇偶空间矩阵必须满足:

$$\mathbf{P}_{TF} \tilde{\mathbf{G}}_{TF} = 0 \quad (14) \quad \mathbf{P}_{TF} \mathbf{P}_{TF}^T = \mathbf{I}_{n-4} \quad (15)$$

同样以双频为例,  $\tilde{\mathbf{G}}_{TF}$  是  $2n \times (n+4)$  矩阵,采

用 QR 分解求奇偶矩阵比较复杂,计算量比较大。下面介绍一种新的求奇偶矩阵的方法。该方法是将多频奇偶矩阵  $\mathbf{P}_{TF}$  表示为如下的分块矩阵形式:  $\mathbf{P}_{TF} = [\mathbf{P}_{u1} \quad \mathbf{P}_{u2}]$ , 其中,  $\mathbf{P}_{u1}$ 、 $\mathbf{P}_{u2}$  为  $(n-4) \times n$  矩阵,根据式(14)可得:

$$2b\mathbf{P}_{u1}\mathbf{H} = 0 \quad (16)$$

$$a(c_1 - 1)\mathbf{P}_{u1} + b(c_1 + 1)\mathbf{P}_{u2} = 0 \quad (17)$$

由式(17)可以得到:

$$\mathbf{P}_{u2} = a(1 - c_1)\mathbf{P}_{u1}/b(c_1 + 1) \quad (18)$$

根据式(15)可得:

$$\mathbf{P}_{u1}\mathbf{P}_{u1}^T + \mathbf{P}_{u2}\mathbf{P}_{u2}^T = \mathbf{I}_{n-4} \quad (19)$$

把式(18)代入式(19)可以得到:

$$\alpha\mathbf{P}_{u1}\mathbf{P}_{u1}^T = \mathbf{I}_{n-4} \quad (20)$$

$\alpha = (b^2(c_1 + 1)^2 + a^2(1 - c_1)^2)/b^2(c_1 + 1)^2$ 。根据式(16)可以得到:

$$\mathbf{P}_{u1}\mathbf{H} = 0 \quad (21)$$

由于文献[10]中单频奇偶矩阵  $\mathbf{P}$  满足  $\mathbf{P}\mathbf{H} = 0$  且  $\mathbf{P}\mathbf{P}^T = \mathbf{I}_{n-4}$  这 2 个条件,将式(20)、式(21)与单频奇偶矩阵进行对比,可以得到:

$$\mathbf{P}_{u1} = \frac{\mathbf{P}}{\sqrt{\alpha}} = \frac{b(c_1 + 1)}{\sqrt{b^2(c_1 + 1)^2 + a^2(1 - c_1)^2}} \mathbf{P} = d_1 \mathbf{P} \quad (22)$$

将式(22)代入式(18)得:

$$\mathbf{P}_{u2} = \frac{a(1 - c_1)}{\sqrt{b^2(c_1 + 1)^2 + a^2(1 - c_1)^2}} \mathbf{P} = d_2 \mathbf{P} \quad (23)$$

则双频奇偶矩阵  $\mathbf{P}_{TF}$  变为:

$$\mathbf{P}_{TF} = [d_1 \mathbf{P} \quad d_2 \mathbf{P}] \quad (24)$$

式中:  $d_1$ 、 $d_2$  在式(22)、(23)中给出了定义。在得到双频奇偶矩阵  $\mathbf{P}_{TF}$  后,上一节已指出,双频奇偶矢量  $\mathbf{p}_{TF}$  为  $(n-4)$  维列向量,则 SSE 服从自由度为  $(n-4)$  的  $\chi^2$  分布,可以根据单频奇偶矢量法确定出检测门限。当 SSE 大于检测门限时,说明此刻系统存在故障;反之,则视为系统没有发生故障。

同理,三频信号可以利用上一小节的方法进行故障检测。前文已指出,三频算法中 SSE 服从自由度为  $(2n-4)$  的  $\chi^2$  分布,理论上只要可见卫星数不低于 3 颗即可进行故障检测识别,但由于式(24)中是在单频 QR 分解后得到的,限制了可见卫星数不能低于 5 颗。

### 2.2 多频信号的故障识别算法

双频观测方程经过预白化处理,带来了测距故障的扩散现象,因而使得传统的故障识别方法不适用。式(12)指出,故障偏差扩散如下:

$$\tilde{\mathbf{e}}_{TF} = \mathbf{W}_{TF}^T(\mathbf{e} + \mathbf{b}) = \begin{bmatrix} -a\mathbf{I}_n & b\mathbf{I}_n \\ a\mathbf{I}_n & b\mathbf{I}_n \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 + \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{e}_2 + \mathbf{b}_2 \end{bmatrix} \quad (25)$$

式中:  $\mathbf{b}_1$ 、 $\mathbf{b}_2$  是  $L_1$ 、 $L_2$  频点的故障偏差向量,是  $n$  维列向量。不失一般性地,假定故障出现在第 1 颗

卫星的  $L_1$  频点上,则  $b_2 = 0$  有:

$$W_{TF}^T b = \begin{bmatrix} -aI_n & bI_n \\ aI_n & bI_n \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} b_e \\ 0_{(2n-1) \times 1} \end{bmatrix}_{2n \times 1} = \begin{bmatrix} (-a)b_e & 0_{(n-1) \times 1} & bb_e & 0_{(n-1) \times 1} \end{bmatrix}_{2n \times 1}^T \quad (26)$$

可以看出,在第 1 颗卫星的  $L_1$  频点出现故障时,经过白化处理后,偏差扩散到了第 1 颗卫星的  $L_2$  频点上。因此在进行故障识别时,可以参考单频奇偶矢量法进行故障检测,只需同时检测双频奇偶矩阵的两列,将双频奇偶矩阵的两列进行线性组合即可检测故障。

双频奇偶矩阵是  $(n-4) \times 2n$  矩阵,前  $n$  列可以识别第 1 频点的卫星故障,剩下  $n$  列可以识别第 2 频点的卫星故障。根据偏差  $b$  的扩散情况,可以得出:当第  $i$  颗卫星的  $L_1$  频点上出现测距故障,其特征矢量:

$$v_{1,i} = (-a)p_{1,i} + bp_{2,i} \quad (27)$$

$v_{1,i}$  是第  $i$  颗卫星的第 1 频点的故障识别特征矢量,维数是  $(n-4) \times 1$ ;  $p_{1,i}$  是双频奇偶矩阵第  $i$  列;  $p_{2,i}$  是双频奇偶矩阵第  $(n+i)$  列。

如果第  $i$  颗卫星的  $L_2$  频点出现测距故障,则对应的特征矢量为:

$$v_{2,i} = ap_{1,i} + bp_{2,i} \quad (28)$$

由于双频奇偶矢量  $p_{TF}$  直接反映观测误差信息,根据式(25)、式(26)可以看出观测误差通过双频奇偶矩阵  $p_{TF}$  的两列反映到奇偶矢量。因此  $p_{TF}$  和  $P_{TF}$  其中的两列有密不可分的联系,可以通过它们之间的几何关系进行故障卫星的识别。

假设共观测到 6 颗卫星,有偏差  $b_e$  存在于第一颗卫星的  $L_1$  频点上,忽略观测噪声的影响,偏差为式(26)所示,则偏差的投影可表示如下:

$$\begin{bmatrix} p_{TF1} \\ p_{TF2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{1,1} & \dots & p_{1,6} & p_{2,1} & \dots & p_{2,6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (-a)b_e \\ 0_{5 \times 1} \\ bb_e \\ 0_{5 \times 1} \end{bmatrix} = b_e \begin{bmatrix} (-a)p_{1,1} & 0_{2 \times 5} & bp_{2,1} & 0_{2 \times 5} \end{bmatrix}_{2 \times 12} = b_e \begin{bmatrix} (-a)p_{TF1,1} & 0_{1 \times 5} & bp_{TF1,5} & 0_{1 \times 5} \\ (-a)p_{TF2,1} & 0_{1 \times 5} & bp_{TF2,5} & 0_{1 \times 5} \end{bmatrix}_{2 \times 12} \quad (29)$$

式中:  $p_{TFi,j}$  为双频奇偶矩阵第  $i$  行、 $j$  列的元素。由式(29)可知,作用在第 1 颗卫星  $L_1$  频点的偏差引起的奇偶矢量肯定位于奇偶矩阵的对应两列上。

因此,双频 RAIM 算法隔离故障星准则:将奇偶矢量  $p_{TF}$  向特征偏差线  $v_{1,i}$  方向做投影并作标准化处理,具有最大投影长度的那颗卫星就是故障卫星。如果:

$$\frac{|p_{TF}^T v_{1,k}|}{|v_{1,k}|} = \max_{1 \leq i \leq n} \left( \left| \frac{|p_{TF}^T v_{1,i}|}{|v_{1,i}|} \right|, \left| \frac{|p_{TF}^T v_{2,i}|}{|v_{2,i}|} \right| \right)$$

成立,则可以认为第  $k$  颗卫星为故障星,如果还要进一步确定哪个频点上出现测距故障,则需要比较第  $k$  颗卫星的 2 个特征矢量方向上的投影长度,具有最大投影长度的特征矢量对应的频点为故障频点。

同理,由双频算法的故障排除方法可知,三频奇偶矢量  $p_{TF}$  直接反映了观测误差信息,测误差通过三频奇偶矩阵  $p_{TF}$  的 3 列反映到奇偶矢量。因此  $p_{TF}$  和  $P_{TF}$  的其中 3 列有密不可分的联系,可以通过它们之间的几何关系进行故障卫星的识别。

因此,虚拟三频 RAIM 算法隔离故障星准则为:将奇偶矢量  $p_{TF}$  向特征偏差线  $v_{1,i}$  方向做投影并作标准化处理,具有最大投影长度的那颗卫星就是故障卫星。如果

$$\frac{|p_{TF}^T v_{1,k}|}{|v_{1,k}|} = \max_{1 \leq i \leq n} \left( \left| \frac{|p_{TF}^T v_{1,i}|}{|v_{1,i}|} \right|, \left| \frac{|p_{TF}^T v_{2,i}|}{|v_{2,i}|} \right|, \left| \frac{|p_{TF}^T v_{3,i}|}{|v_{3,i}|} \right| \right)$$

成立,则可以认为第  $k$  颗卫星为故障星,如果还要进一步确定哪个频点上出现测距故障,则需要比较第  $k$  颗卫星的 3 个特征矢量方向上的投影长度,具有最大投影长度的特征矢量对应的频点为故障频点。

在多频 RAIM 算法中,由于对观测方程进行了预白化处理,带来了测距故障的扩散现象,2.2 节详细分析了故障的扩散情况。以双频算法为例,当存在一颗故障卫星时,双频奇偶矢量为式(13)所示,由于式(13)中  $\tilde{e}_{TF}$  是维数为  $2n$  的列向量,由于故障的扩散,使得  $\tilde{e}_{TF}$  中 2 个元素在偏差 bias 的影响下变大,导致了奇偶矢量模的变大。而统计检测量 SSE 本质是奇偶矢量模的平方,故障的扩散带来了 SSE 的成倍扩大,使得在伪距偏差较小时,SSE 仍大于检测门限  $T$ 。所以多频 RAIM 算法在伪距偏差较小时完好性监测性能更高。由于三频算法中对 SSE 的放大倍数比双频算法大,使得三频算法比双频算法的 RAIM 监测性能更好;其次,SSE 的扩大使得每个采样时刻,故障检测识别率都比单频 RAIM 高。

### 3 仿真分析

仿真条件如下:

卫星选取的是 GPS 导航系统 24 颗卫星,设置卫星的仰角遮蔽角为  $7.5^\circ$ ,电离层参数是从 GNSS 接收机(GNRF0302)接收的中频数据中解算出来的<sup>[11]</sup>。三频点的频率分别为:  $f_1 = 1\ 575.42$  MHz,  $f_2 = 1\ 227.60$  MHz,  $f_3 = 1\ 176.45$  MHz。漏警率为 0.001。不失一般性的,假定用户接收机以经度

116°, 纬度 40°, 高度 450 m 为初始坐标, 运动轨迹为平行赤道轨道向东运动, 速度 300 m/s。

参考文献[9]给出的接收机的各个误差方差, 这里设定伪距误差见表 1。

表 1 伪距误差

Tab.1 Pseudorange error

误差源	误差标准差/m
URA	1.0
电离层延时	5.0
对流层延时	0.5
时钟误差	2.0
多径和接收机噪声	1.2

### 3.1 定位精度分析

通过 Monte Carlo 仿真方法, 对定位误差进行了分析。其中接收机的经纬高坐标是 (116, 40, 450)。对数据的采样时间为 3 600 s。每 10 s 采样一次。偏差范围选择是从 -10~10 m, 步长为 1 m。

表 2 给出了 3 种算法的误差对比数据, 当单频定位时, 由于没有对电离层延时误差进行建模, 所以定位的方差比较大; 而另外 2 种方法在考虑了电离层延时后定位误差方差更低, 定位精度比单频定位更高。

表 2 3 种算法的误差对比

Tab.2 Error comparison of three algorithms

统计量		均值	方差
单频	X	-0.009 1	39.708 6
	Y	-0.081 1	44.380 6
双频	X	-0.020 1	7.001 3
	Y	0.004 7	1.408 9
三频	X	-0.013 4	6.876 8
	Y	0.009 7	1.431 4

图 1、图 2、图 3 是单频与双频、三频定位的水平定位误差图。从图 1 中可以看到, 在进行定位解算时由于没有对电离层延时进行建模, 测量误差比较大, 精度比较低。而图 2、图 3 中多频算法引入了电离层模型, 消除了电离层延时误差, 使得定位误差的方差减小, 所以定位结果相对单频定位误差较小。而且误差比较集中, 定位精度有明显提高。

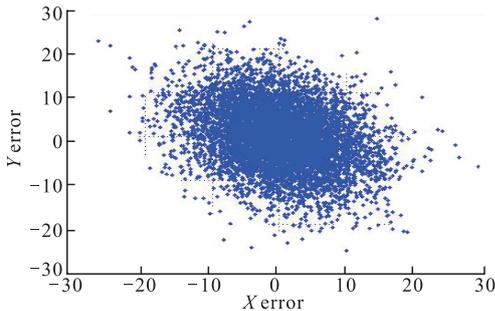


图 1 单频的水平定位误差图

Fig.1 Single frequency positioning error

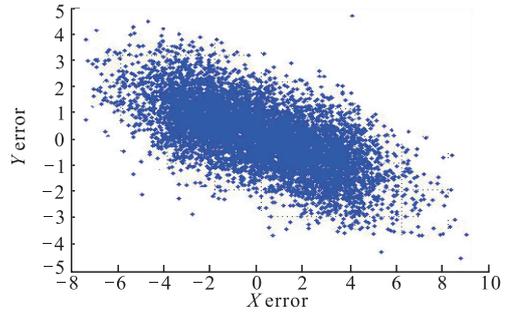


图 2 双频的水平定位误差图

Fig.2 Dual-frequency positioning error

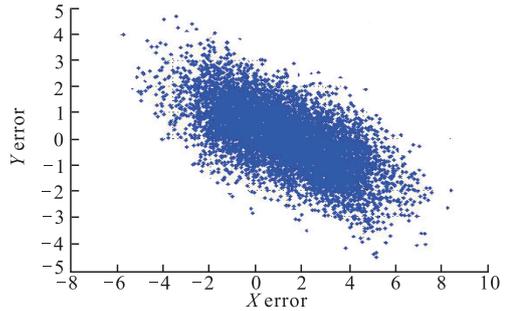


图 3 三频的水平定位误差图

Fig.3 Triple-frequency positioning error

### 3.2 完好性分析

为了验证多频 RAIM 算法在故障检测与识别的性能, 并与传统的单频 RAIM 算法性能进行对比分析, 本文在 Matlab 中人为指定 1 颗卫星 (这是设定第 1 颗卫星) 为故障星, 并给该颗卫星加上偏差, 偏差从 0 一直加到 200 m, 步长为 1 m。图 4 给出了仿真对比图。

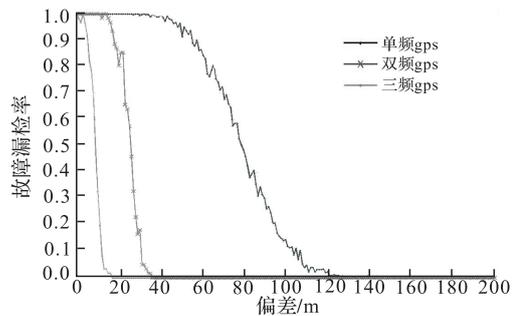


图 4 3 种 RAIM 算法故障检测对比图

Fig.4 Three contrast figure RAIM algorithm for fault detection

从图 4 中可以看出, 多频 RAIM 算法对故障卫星进行检测效果明显优于单频 RAIM 算法。单频算法在偏差大于 40 m 时, 漏检率开始逐渐降低, 直到偏差大于 120 m 时才使得漏检率为 0; 而在偏差小于 40 m 时, 漏检率几乎接近 100%, 单频算法对于微小偏差的故障星是检测不出的。对于双频 RAIM 算法而言, 偏差在高于 20 m 时, 漏检率逐渐降低, 在偏差高于 40 m 时, 可以使得漏检率为 0, 即可以 100% 检测出故障; 对于三频 RAIM 算法而言,

偏差为 10 m 时,漏检率仍然可以达到 55%,偏差高于 17 m 时,漏检率为 0,可以 100% 检测出故障。3.1 节已分析,由于双频和三频算法对于统计检测量 SSE 放大倍数不同,造成了对于故障卫星的检测性能不同。

图 5 给出了 3 种 RAIM 算法对故障卫星的识别图。从图中可以看出,单频 GPS 的 RAIM 算法对故障星的识别效果很差,偏差增加到 200 m,识别率仍然达不到 100%,仍有故障星在某些时刻不能被 100% 识别排除掉,对接收机的定位结果可靠性没有保证。当偏差较小时,识别效果也不明显,当偏差小于 30 m 时,识别率为 0。然而另外两种 RAIM 算法的效果较好,但双频算法中虽然识别性能比单频有所提高,但在偏差为 200 m 时仍然达不到 100% 检测;而三频算法效果最好,在偏差达到 20 m 时,识别率为 97%,而在偏差高于 27 m 时能达到 100% 识别。

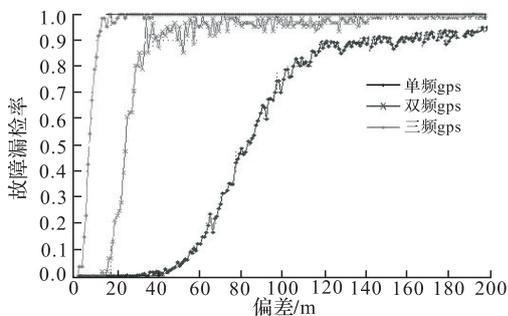


图 5 3 种 RAIM 算法故障识别对比图

Fig.5 The fault identification contrast figure of three kinds of RAIM algorithm

从上述关于完好性的分析可知,虽然多频 RAIM 算法的性能比单频有明显提高,但通过对比双频和三频算法可知,在 RAIM 完好性检测时,三频算法无论是故障检测还是故障识别性能都比双频算法更高,更适用于今后的多频接收机中。

与传统的单频算法相比,本算法的优势主要有以下几方面:首先,多频算法不仅可以消除电离层延时误差,提高接收机定位精度;其次,传统的单频算法在伪距偏差较小时是不能进行完好性监测的,而本算法主要优点正好可以弥补单频算法对于微小偏差时的不敏感性。

通过双频和三频算法的仿真分析可知,三频算法无论是在定位精度方面还是在完好性检测方面,性能都明显高于双频算法。

## 4 结语

本文针对单频接收机在伪距偏差较小的情况下,RAIM 算法不可用、完好性不能保证的缺点,分析了双频及三频接收机不同频点信号在伪距域的相互关系,提出了多频接收机自主完好性监测

(RAIM)算法。仿真结果表明,多频算法不仅可以提高接收机定位精度,而且在伪距偏差较小时完好性监测性能有明显提高。多频 RAIM 算法对卫星导航增强与完好性监测的理论研究具有很好的理论意义和实用价值,有助于促进卫星导航理论的进一步完善与发展。

## 参考文献(References):

- [1] Parkinson B, Axelrad P. Autonomous GPS Integrity Monitoring Using the Pseudorange Residual [J]. Navigation: Journal of the Institute of Navigation, 1988, 35(2): 255-274.
- [2] Sturza M. Navigation System Integrity Monitoring Using Redundant Measurements [J]. Navigation: Journal of the Institute of Navigation, 1988-1989, 35(4): 433-446.
- [3] Lee Y. Analysis of Range and Position Comparison Methods as a Means to Provide GPS Integrity in the User Receiver [C]//ION AM 1986, Seattle, WA, USA, 1986.
- [4] 沙海,黄新明. 基于非相干积累的微小伪距偏差 RAIM 方法研究[J]. 宇航学报, 2014, 35(6): 708-712.
- [5] SHA Hai, HUANG Xinming. Research on the RAIM Method Based on Non-Coherent Accumulation for Tiny Pseudo-Range Bias [J]. Journal of Astronautics, 2014, 35(6): 708-712. (in Chinese)
- [6] Lijun P, Kai J, Xiaojun D, et al. Receiver Autonomous Integrity Monitoring Parameter Design and Analysis for Multi-Constellation Navigation [C]//China Satellite Navigation Conference (CSNC) 2012 Proceedings, Springer Berlin Heidelberg, 2012: 15-27.
- [7] Joerger M, Neale J, Pervan B, et al. Measurement Error Models and Fault-Detection Algorithms for Multi-Constellation Navigation Systems [C]//Position Location and Navigation Symposium (PLANS), 2010 IEEE/ION. IEEE, 2010: 927-946.
- [8] Tsai Y, Chang F, Yang W, Using Multi-Frequency for GPS Positioning and Receiver Autonomous Integrity Monitoring [C]//IEEE International Conference on Control Applications, Taipei, 2004.
- [9] 郭婧,陆明泉. 三频 GNSS 接收机的 RAIM 算法研究[J]. 宇航学报, 2011, 32(8): 1734-1739.
- [10] GUO Jing, LU Mingquan. Research on RAIM Algorithm for Triple-Frequency GNSS Receiver [J]. Journal of Astronautics, 2011, 32(8): 1734-1739. (in Chinese)
- [11] 谢钢. GPS 原理与接收机设计 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2011.
- [12] XIE Gang. Principles of GPS and Receiver Design. [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2011. (in Chinese)
- [13] 陈金平. GPS 完善性增强研究 [D]. 郑州: 解放军信息工程大学, 2001.
- [14] CHEN Jinping. Research of GPS Integrity Augmentation [D]. Zhengzhou: Information Engineering University of PLA, 2001. (in Chinese)
- [15] 谢钢. 软件定义的 GPS 和伽利略接收机 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2009.
- [16] XIE Gang. A Software Defined GPS and Galileo Receiver [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2009. (in Chinese)

(编辑:姚树峰)