

基于 SVD-RLS 的动对动整周模糊度解算方法

伍劭实, 赵修斌, 庞春雷, 余永林, 王 勇

(空军工程大学信息与导航学院, 西安, 710077)

摘要 针对动对动相对定位时基线参量实时变化而难以准确求解模糊度浮点解的问题, 提出了一种基于奇异值分解-递推最小二乘(SVD-RLS)的动对动整周模糊度解算方法: 该方法首先对基线矢量系数矩阵进行奇异值分解(SVD)并变换双差方程以消除基线参量, 然后采用递推最小二乘(RLS)实时推算双差整周模糊度的浮点解及其协方差矩阵, 最后利用最小二乘模糊度降相关平差(LAMBDA)算法搜索和固定模糊度; 试验结果表明, 采用基于 SVD-RLS 的动对动模糊度解算方法, 在 100 s 左右即可正确解算出单频整周模糊度, 基线误差在 1 cm 以内, 能够较好地适用于动对动高精度相对定位的实时解算。

关键词 动对动; 整周模糊度; SVD; RLS; LAMBDA

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2015.05.015

中图分类号 TN967.1 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2015)05-0061-04

A Method for Kinematic-to-Kinematic Integer Ambiguity Resolution Based on SVD-RLS

WU Shaoshi, ZHAO Xiubin, PANG Chunlei, YU Yonglin, WANG Yong

(Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

Abstract: Aimed at the problems that floating solution ambiguity is difficult precisely to deduce from real-time change of baseline parameters in dynamic to dynamic relative positioning, a method is proposed for Kinematic-to-Kinematic integer ambiguity resolution based on Singular Value Decomposition-Recursive Least Square (SVD-RLS). In the method, the coefficient matrix of baseline vector is resolved by Singular Value Decomposition (SVD), double difference equation is transformed to eliminate baseline parameters, the floating solution and covariance matrix of double difference integer ambiguity are deduced in real-time by Recursive Least Square (RLS) method, and the ambiguity is searched and fixed by LAMBDA algorithm. The experiment result shows that the proposed algorithm can work out the single frequency integer ambiguity correctly in about 100 seconds, the baseline error within 1 centimeter, and is suitable for real-time solution to high-precision Kinematic-to-Kinematic relative positioning.

Key words: Kinematic-to-Kinematic; integer ambiguity; SVD; RLS; LAMBDA

动对动高精度相对定位的关键在于快速、准确地解算出整周模糊度^[1]。模糊度的解算一般按照“浮点解解算-整数解搜索、固定-整数解确认”的步骤实施。由于整数解的搜索过程是以浮点解为中

心,以浮点解协方差矩阵确定的范围为搜索空间,因此,研究浮点解的解算问题对于正确固定模糊度进而达到精确相对定位有重要意义。常用的模糊度浮点解解算方法有最小二乘法、RLS、双频载波相位的

收稿日期: 2015-03-03

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61273049)

作者简介: 伍劭实(1990-),男,湖北宜昌人,硕士生,主要从事卫星导航与定位研究. E-mail: wushaoshipaper@163.com

引用格式: 伍劭实, 赵修斌, 庞春雷, 等. 基于 SVD-RLS 的动对动整周模糊度解算方法[J]. 空军工程大学学报: 自然科学版, 2015, 16(5): 61-64. WU Shaoshi, ZHAO Xiubin, PANG Chunlei, et al. A Method for Dynamic-to-Dynamic Integer Ambiguity Resolution Based on SVD-RLS[J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2015, 16(5): 61-64.

直接解法^[2]、卡尔曼滤波法等。最小二乘法一般用于数据的批处理,一次性的计算量大,且难以用于动态相对定位的实时解算;卡尔曼滤波法对建模要求较高,若状态转移矩阵设计不合理,则浮点解精度较低;双频载波相位直接解法可直接解算出模糊度而不需要进行模糊度的搜索与固定,但该方法需要以测站位置坐标精确已知为前提,不适用于动态相对定位。RLS是均方误差最小准则下的定参数估计方法,相比于以上几种浮点解解算方法,具有计算量小、不需已知噪声的统计特性、可用于实时推算等优点,但由于动对动时基线实时变化,属于变参数估计问题,RLS不能直接用于动对动相对定位。

1 动对动模糊度浮点解求解特点分析

短基线条件下,双差载波相位观测方程为:

$$\varphi^{ij} = -\lambda^{-1}(\mathbf{l}^i - \mathbf{l}^j) \cdot \mathbf{b} + N^{ij} + \epsilon^{ij} \quad (1)$$

式中: φ^{ij} 为双差载波相位观测量; i, j 分别代表第 i 颗卫星和第 j 颗卫星, λ 为载波波长; \mathbf{l} 为接收机至卫星单位向量; $\mathbf{b} = (b_x \ b_y \ b_z)^T$ 为基线矢量; N^{ij} 为双差整周模糊度; ϵ^{ij} 为双差测量噪声。

$$(\varphi_1^{21} \ \varphi_1^{31} \ \dots \ \varphi_1^{n1} \ \varphi_2^{21} \ \varphi_2^{31} \ \dots \ \varphi_2^{n1} \ \dots \ \varphi_k^{21} \ \varphi_k^{31} \ \dots \ \varphi_k^{n1})^T =$$

$$-\lambda^{-1} \begin{pmatrix} l_{x,1}^2 - l_{x,1}^1 & l_{y,1}^2 - l_{y,1}^1 & l_{z,1}^2 - l_{z,1}^1 & & & \\ l_{x,1}^3 - l_{x,1}^1 & l_{y,1}^3 - l_{y,1}^1 & l_{z,1}^3 - l_{z,1}^1 & & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & \\ l_{x,1}^n - l_{x,1}^1 & l_{y,1}^n - l_{y,1}^1 & l_{z,1}^n - l_{z,1}^1 & & & \\ & l_{x,2}^2 - l_{x,2}^1 & l_{y,2}^2 - l_{y,2}^1 & l_{z,2}^2 - l_{z,2}^1 & & \\ & l_{x,2}^3 - l_{x,2}^1 & l_{y,2}^3 - l_{y,2}^1 & l_{z,2}^3 - l_{z,2}^1 & & \\ & \vdots & \vdots & \vdots & & \\ & l_{x,2}^n - l_{x,2}^1 & l_{y,2}^n - l_{y,2}^1 & l_{z,2}^n - l_{z,2}^1 & & \\ \vdots & & & & & \\ & l_{x,k}^2 - l_{x,k}^1 & l_{y,k}^2 - l_{y,k}^1 & l_{z,k}^2 - l_{z,k}^1 & -\lambda & \\ & l_{x,k}^3 - l_{x,k}^1 & l_{y,k}^3 - l_{y,k}^1 & l_{z,k}^3 - l_{z,k}^1 & -\lambda & \\ & \vdots & \vdots & \vdots & & \\ & l_{x,k}^n - l_{x,k}^1 & l_{y,k}^n - l_{y,k}^1 & l_{z,k}^n - l_{z,k}^1 & -\lambda & \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{x,1} \\ b_{y,1} \\ b_{z,1} \\ b_{x,2} \\ b_{y,2} \\ b_{z,2} \\ \vdots \\ b_{x,k} \\ b_{y,k} \\ b_{z,k} \\ N^{21} \\ N^{31} \\ \vdots \\ N^{n1} \end{pmatrix} \quad (3)$$

由式(3)可知,随着观测时间增加,每一历元均会增加3个未知基线参量,则 k 个历元得到方程组中包含 $3k + n - 1$ 个未知参量,传统的最小二乘法用于静态定位时,由于观测方程之间的强相关性,模糊度初始化需要至少 2 min,如果将其用于动对动,则会产生至少 360 个未知基线参量,此时将难以利用最小二乘求解,同时,基线矢量实时变化,难以再作为已知约束条件进行辅助,应寻求适合于动态情况下的模糊度浮点解解算方法。

第 k 个历元观测到 n 颗卫星,可构造 $n - 1$ 个双差观测方程,忽略双差噪声,将式(1)变为方程组得式(2)。若两接收机之间相对静止,则 \mathbf{b}_k 不随时间变化,将 k 个历元的双差观测方程组合,可得到 $k(n - 1)$ 个双差方程。

$$\begin{cases} \varphi_k^{21} = -\lambda^{-1}(\mathbf{l}_k^2 - \mathbf{l}_k^1) \cdot \mathbf{b}_k + N^{21} \\ \varphi_k^{31} = -\lambda^{-1}(\mathbf{l}_k^3 - \mathbf{l}_k^1) \cdot \mathbf{b}_k + N^{31} \\ \vdots \\ \varphi_k^{n1} = -\lambda^{-1}(\mathbf{l}_k^n - \mathbf{l}_k^1) \cdot \mathbf{b}_k + N^{n1} \end{cases} \quad (2)$$

由于观测时间较短会造成法矩阵的病态性^[3-4],导致难以正确求得整周模糊度,因此静态相对定位时,往往通过增加观测时间来获得高精度定位结果;同时由于两测站相对静止,通常可精确测量测站间基线长度,将其作为已知约束条件辅助解算整周模糊度^[5-7],以提高相对定位精度和效率。

在动对动情况下,如果正确解算出整周模糊度,且不发生周跳和卫星失锁的情况,则双差模糊度参量 N 不随时间的变化而变化,但由于运载体之间的相对位置实时变化,基线矢量 \mathbf{b} 实时变化。将 k 个历元的双差观测方程进行组合,根据式(2)有:

2 基于 SVD-RLS 动对动模糊度解法

2.1 基线矢量系数矩阵的 SVD

动对动相对定位时,将(2)式写为矩阵形式可得

$$\boldsymbol{\varphi}_k = \mathbf{A}_k \cdot \mathbf{b}_k + \mathbf{N} \quad (4)$$

式中: $\boldsymbol{\varphi}_k = [\varphi_k^{21} \ \varphi_k^{31} \ \dots \ \varphi_k^{n1}]^T$, $\mathbf{A}_k =$

$$-\lambda^{-1} \begin{pmatrix} l_{x,k}^2 - l_{x,k}^1 & l_{y,k}^2 - l_{y,k}^1 & l_{z,k}^2 - l_{z,k}^1 \\ l_{x,k}^3 - l_{x,k}^1 & l_{y,k}^3 - l_{y,k}^1 & l_{z,k}^3 - l_{z,k}^1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ l_{x,k}^n - l_{x,k}^1 & l_{y,k}^n - l_{y,k}^1 & l_{z,k}^n - l_{z,k}^1 \end{pmatrix} \text{ 为}$$

$(n-1) \times 3$ 矩阵, $\mathbf{b}_k = [b_{x,k} \quad b_{y,k} \quad b_{z,k}]^T$, $\mathbf{N} = (N^{21} \ N^{31} \ \dots \ N^{n1})^T$

对 $\mathbf{A}_k \in \mathbf{C}_r^{(n-1) \times 3}$ 进行 SVD^[8], 得 $\mathbf{A}_k = \mathbf{U} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{V}^H$, 其中 \mathbf{U} 为 $(n-1) \times (n-1)$ 酉矩阵, \mathbf{V} 为 3×3 酉矩阵, $\boldsymbol{\Sigma} = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r)$, $\sigma_i (i = 1, 2, \dots, r)$ 为矩阵 \mathbf{A}_k 的全部非零奇异值。

对矩阵 \mathbf{U} 分块得到 $\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \mathbf{U}_1 & \mathbf{U}_2 \\ (n-1) \times r & (n-1) \times (n-1-r) \end{pmatrix}$,

在式(4)两边同乘以 \mathbf{U}_2^T 得:

$$\mathbf{U}_2^T \boldsymbol{\varphi}_k = \mathbf{U}_2^T \mathbf{A}_k \mathbf{b}_k + \mathbf{U}_2^T \mathbf{N} = \mathbf{U}_2^T (\mathbf{U}_1 \quad \mathbf{U}_2) \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{V}_1^H \\ \mathbf{V}_2^H \end{pmatrix} \mathbf{b}_k + \mathbf{U}_2^T \mathbf{N} = \mathbf{U}_2^T \mathbf{U}_1 \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{V}_1^H \mathbf{b}_k + \mathbf{U}_2^T \mathbf{N} \quad (5)$$

由酉矩阵的性质知 $\mathbf{U}_2^T \mathbf{U}_1 = \mathbf{0}$, 令 $\mathbf{y}_k = \mathbf{U}_2^T \boldsymbol{\varphi}_k$, $\mathbf{B}_k = \mathbf{U}_2^T \mathbf{N}$, 则式(5)变为:

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{B}_k \mathbf{N} \quad (6)$$

式(6)即为经过 SVD 并运算变换之后得到的新的双差方程, 式中原有的基线参量被消去^[9], 只剩下模糊度参量, 此时原来的变参数求解问题变为定参数求解问题, 可采用 RLS 求解。

2.2 基于 RLS 的浮点解解算

将前 k 个历元经过 SVD 处理后得到的双差方程组合:

$$\begin{cases} \mathbf{y}_1 = \mathbf{B}_1 \mathbf{N} \\ \mathbf{y}_2 = \mathbf{B}_2 \mathbf{N} \\ \vdots \\ \mathbf{y}_k = \mathbf{B}_k \mathbf{N} \end{cases} \quad (7)$$

令 $\mathbf{Y}_k = (\mathbf{y}_1 \ \mathbf{y}_2 \ \dots \ \mathbf{y}_k)^T$, $\mathbf{Q}_k = (\mathbf{B}_1 \ \mathbf{B}_2 \ \dots \ \mathbf{B}_k)^T$, 则式(7)变为:

$$\mathbf{Y}_k = \mathbf{Q}_k \cdot \mathbf{N} \quad (8)$$

假设前 k 个历元解得浮点解为 $\tilde{\mathbf{N}}_k$, 法矩阵为

表 1 解算出的模糊度值

Tab.1 Values for integer ambiguity

双差模糊度	N^{21}	N^{31}	N^{41}	N^{51}	N^{61}	N^{71}
静态参考值	1 761 996	15	12	1 761 992	-6 626 617	1 761 991
动态解算值	1 761 996	15	12	1 761 992	-6 626 617	1 761 991

3.2.2 动态试验过程

考虑到短时间内观测方程的强相关性, 选取第 1 个历元和第 40 个历元解算出模糊度浮点解作为初始值, 然后在经 SVD 变换双差方程消除基线参量的基础上, 采用 RLS 实时推算模糊度的浮点解及其协方差矩阵, 本文中以双差模糊度 N^{31} 为代表(其它双差模糊度的变化与解算情况与之类似), 其浮点解在推算中逼近真值的过程见图 1; 然后在实时推算得到模糊度浮点解及其协方差矩阵的基础上, 采用 LAMBDA 算法搜索和固定每一历元的双差模糊度, 图 2 为 N^{31} 在每一历元的固定结果; 反解每一历

$\mathbf{P}_k = (\mathbf{Q}_k^T \mathbf{Q}_k)^{-1}$, 第 $k+1$ 个历元新增观双差方程 $\mathbf{y}_{k+1} = \mathbf{B}_{k+1} \mathbf{N}$, 则根据 RLS, 有:

$$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P}_k - \mathbf{P}_k \mathbf{B}_{k+1}^T (\mathbf{I} + \mathbf{B}_{k+1} \mathbf{P}_k \mathbf{B}_{k+1}^T)^{-1} \mathbf{B}_{k+1} \mathbf{P}_k \quad (9)$$

$$\tilde{\mathbf{N}}_{k+1} = \tilde{\mathbf{N}}_k + \mathbf{P}_{k+1} \mathbf{B}_{k+1}^T (\mathbf{y}_{k+1} - \mathbf{B}_{k+1} \tilde{\mathbf{N}}_k) \quad (10)$$

通过式(8)和式(9)实时递推模糊度的浮点解及其协方差矩阵, 在此基础上采用 LAMBDA 算法^[10]进行模糊度的搜索与固定, 然后利用解算出的模糊度反解基线矢量, 从而实现高精度实时相对定位。

3 试验与结果分析

3.1 试验条件

采用固定基线的动态试验方法, 数据采集时间为 2014 年 12 月 19 日 20:48, 试验地点为某足球场, 利用 2 个 NovAtel 接收机, 基准站和移动站分别为 SPAN-CPT 和 OEM628 板卡, 均连接 GPS-703-GGG 型号的双频天线, 数据采样率 1 Hz; 两天线固定于已知长度的基线两端, 基线长度 1.91 m, 基线放置于小车前端, 取卫星截止高度角为 15° , 观测到 7 颗 GPS 卫星, 分别为 PRN3、14、20、22、25、31、32, 选取 PRN3 作为参考卫星。实验前先静态观测大约 10 min, 作为动态试验结果的参考, 然后开始动态试验, 绕操场运动大约 5 min。

3.2 试验方法及结果分析

3.2.1 参考值求解

如果整个试验过程不发生周跳, 那么动态试验解算得到的整周模糊度应与静态观测时的相同, 因此本文先用传统方法对静态观测数据进行处理, 将解算所得到的模糊度值作为参考, 结果见表 1, 用以验证本文所提算法的准确性。

元的基线长度, 结果见图 3; 与实测长度相比较, 得到基线误差曲线见图 4。

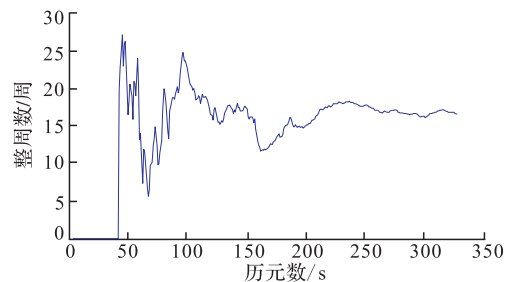


图 1 模糊度浮点解 N^{31} 逼近真值的过程

Fig.1 Ambiguity Float Solution N^{31} Approaching Real Value

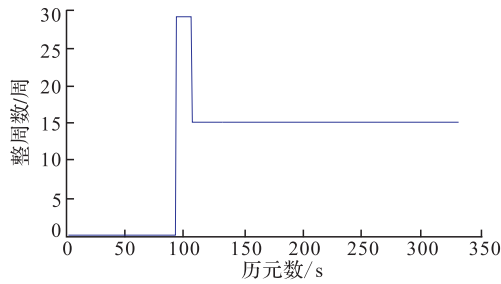
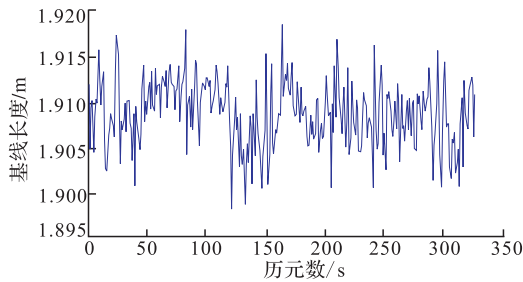
图2 模糊度 N^{31} 在每一历元的固定结果Fig.2 Fixed ambiguity N^{31} in each epoch

图3 基线长度

Fig.3 Baseline length

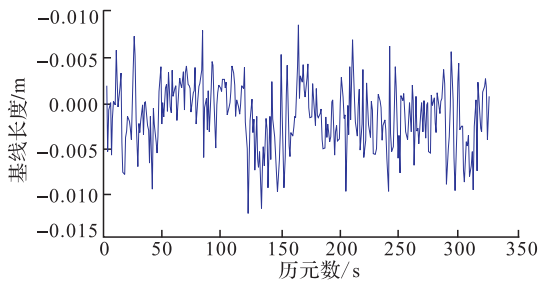


图4 基线长度误差

Fig.4 Baseline length error

3.2.3 结果分析

结合表1和图1可以看出,采用本文方法初始化模糊度,第100个历元之后,模糊度 N^{31} 的浮点解可收敛至距离模糊度真值 ± 5 个整周数范围之内,并且推算过程较为平稳;由图2可知,从100个历元开始,之后的每一历元均能准确固定住动态情况下的模糊度 N^{31} ;对比表1和表2可知,采用本文方法解算动态情况下的模糊度,结果与静态时的模糊度固定结果一致;由图3和图4可知,利用最终固定的模糊度反解基线参量,所得结果与实验前测量结果一致,基线长度误差在1 cm以内。

4 结语

本文分析了动对动相对定位与静态相对定位中整周模糊度初始化的区别与联系,在此基础上,针对动对动相对定位中基线参量实时可变的问题,对基线矢量系数矩阵进行SVD并通过矩阵运算变换双差方程,以消除基线参量,然后采用RLS实时推算模糊度的浮点解及其协方差矩阵,最后利用

LAMBDA算法进行模糊度整数解的搜索与固定。该方法能够较快解算单频双差整周模糊度并精确求解基线长度,获得了厘米级的高精度相对定位结果,可以较好地适用于动态相对定位。

参考文献(References):

- [1] Jacek Paziewski, Pawel Wielgosz. Assessment of GPS+Galileo and Multi-Frequency Galileo Single-Epoch Precise Positioning with Network Corrections [J]. GPS Solution, 2014, 18(4): 571-579.
- [2] 邱蕾, 花向红, 蔡华, 等. GPS短基线整周模糊度的直接解法 [J]. 武汉大学学报: 信息科学版, 2009, 34(1): 97-99. QIU Lei, HUA Xianghong, CAI Hua, et al. Direct Calculation of Ambiguity Resolution in GPS Short Baseline [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2009, 34(1): 97-99. (in Chinese)
- [3] 庞春雷, 赵修斌, 卢艳娥, 等. 一种改进型的GPS单频整周模糊度快速解算方法 [J]. 兵工学报, 2012, 33(11): 1387-1392. PANG Chunlei, ZHAO Xiubin, LU Yan'e, et al. An Improved Method for Rapid Ambiguity Calculation Using Single Frequency GPS Receiver [J]. Acta Armamentarii, 2012, 33(11): 1387-1392. (in Chinese)
- [4] Zhou Yangmei. A New Practical Approach to GNSS High-Dimensional Ambiguity Decorrelation [J]. GPS Solution, 2011, 15(4): 325-331.
- [5] Bo Wang, Lingjuan Miao, Shunting Wang. A Constrained LAMBDA Method for GPS Attitude Determination [J]. GPS Solution, 2009(13): 97-107.
- [6] 王德军, 熊永良, 刘宁, 等. 宽巷组合及轨迹约束下的列车在轨动态单历元定位算法 [J]. 测绘学报, 2014, 43(2): 131-136. WANG Dejun, XIONG Yongliang, LIU Ning, et al. Train on Track Kinematic Single Epoch Positioning Algorithm Based on Wide-Lane Combination and Track Constraints [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2014, 43(2): 131-136. (in Chinese)
- [7] Wantong Chen, Honglei Qin. New Method for Single Epoch, Single Frequency Land Vehicle Attitude Determination Using Low-End GPS Receiver [J]. GPS Solution, 2012, 16(3): 329-338.
- [8] 段荣, 赵修斌, 庞春雷, 等. 改进的GPS整周模糊度动态快速解算 [J]. 华中科技大学学报: 自然科学版, 2014, 42(9): 54-58. DUAN Rong, ZHAO Xiubin, PANG Chunlei, et al. Modified Algorithm for GPS Rapid Integer Ambiguity Resolution [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology: Natural Science Edition, 2014, 42(9): 54-58. (in Chinese)
- [9] 刘宁, 熊永良, 冯威, 等. 单频GPS动态定位中整周模糊度的一种快速解算方法 [J]. 测绘学报, 2013, 42(2): 211-217. LIU Ning, XIONG Yongliang, FENG Wei, et al. An Algorithm for Rapid Integer Ambiguity Resolution in Single Frequency GPS Kinematic Positioning [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2013, 42(2): 211-217. (in Chinese)
- [10] P J G Teunissen. The Least-Squares Ambiguity Decorrelation Adjustment: A Method for Fast GPS Integer Ambiguity Estimation [J]. Journal of Geodesy, 1995(70): 65-82.

(编辑: 姚树峰)