

# TDCS 的压缩感知稀疏信道估计方法

苏玉泽<sup>1</sup>, 任清华<sup>1</sup>, 韩莹<sup>2</sup>, 孟庆微<sup>1</sup>, 程涛<sup>3</sup>

(1.空军工程大学信息与导航学院,西安,710077;

2.中国电子进出口总公司,北京,100036;3. 95982 部队,开封,475000)

**摘要** 为充分利用变换域通信系统高速无线传输时信道表现出来的稀疏多径传输特性,提高 TDCS 的信道估计精度,提出一种基于压缩感知的 TDCS 稀疏信道估计方法。针对 TDCS 设计了一种导频图案,该导频图案设计的数据帧结构保证了 TDCS 信号授权用户的正交性,且其构造的测量矩阵具有较低的互相关特性;利用 Dantzig Selector 重构稀疏信道冲激响应值。基于 COST207 乡村信道模型的仿真表明:新方法可有效降低稀疏信道估计的均方误差,在误比特率为 0.002 时可获得比最小二乘估计方法高约 1 dB 的性能增益。

**关键词** 变换域通信系统;稀疏信道估计;压缩感知;测量矩阵

**DOI** 10.3969/j.issn.1009-3516.2015.03.012

**中图分类号** TN92 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2015)03-0056-05

## A Compressed Sensing Sparse Channel Estimation Method for TDCS

SU Yuze<sup>1</sup>, REN Qinghua<sup>1</sup>, HAN Ying<sup>2</sup>, MENG Qingwei<sup>1</sup>, CHENG Tao<sup>3</sup>

(1.Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China;

2.China National Electronics Import and Export Corporation, Beijing 100036, China;

3.Unit 95982, Kaifeng 475000, China)

**Abstract:** To make full use of the sparse multipath transmission characteristics of the channel when transform domain communication system is in the high-speed wireless transmission status and improve the channel estimation accuracy of TDCS, a compressed sensing sparse channel estimation method is proposed for TDCS. A pilot pattern is designed for TDCS, the data frame by it maintains the orthogonality between TDCS signals and the main user meanwhile the measurement matrix has weak mutual coherence, then the channel impulse response is reconstructed by the method of Dantzig Selector. Simulations based on COST207 rural area channel model show that the use of new algorithm can effectively reduce the mean square error of the sparse channel estimation and get 1dB performance gain compared with the least square estimation algorithm when the bit error rate is 0.002.

**Key words:** transform domain communication system; sparse channel estimation; compressed sensing; measurement matrix

TDCS 是一种新型的通信技术,作为认知无线电的候选技术之一,以其灵活的频谱接入、独特的抗

收稿日期:2015-03-11

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61401499,61174162)

作者简介:苏玉泽(1990-),男,山东章丘人,硕士生,主要从事变换域通信系统信道估计、压缩感知等研究.E-mail:641397790@qq.com

**引用格式:** 苏玉泽,任清华,韩莹,等. TDCS 的压缩感知稀疏信道估计方法[J]. 空军工程大学学报:自然科学版,2015,16(2):56-60. SU Yuze, REN Qinghua, HAN Ying, et al. A Compressed Sensing Sparse Channel Estimation Method for TDCS[J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2015, 16(3): 56-60.

干扰方式以及低截获率等优点,在军事以及民用通信中具有广阔的发展前景<sup>[1]</sup>。

信道估计是影响 TDCS 性能的重要因素,它关乎 TDCS 相关解调的精度。目前关于 TDCS 的研究都是基于信道状态已知<sup>[2]</sup>或多径密集型信道估计<sup>[3]</sup>,文献[3]用最小二乘(Least Square, LS)信道估计算法对 TDCS 进行信道估计,LS 算法对于多径密集型信道的估计是最优的,但 TDCS 的高速无线宽带通信信道的多径传播具有稀疏特性<sup>[4]</sup>,LS 算法没有考虑信道稀疏性,导致无线稀疏信道估计的性能下降。文献[5]针对 TDCS 往往在高噪的特殊环境进行信道估计,在 LS 信道估计算法的基础上提出了时间平均降噪、时域加窗降噪的改进算法,虽然信道估计性能有了一定程度的提升,但其依旧受限于 LS 算法在稀疏信道估计时存在的不足。

### 1 TDCS 信道估计模型

传统的 TDCS 模型关注的大多是收发两端,而对 TDCS 的信道估计鲜有涉及。本文结合 TDCS 系统模型,设计了一种可以用于实际通信的 TDCS 信道估计模型,见图 1。

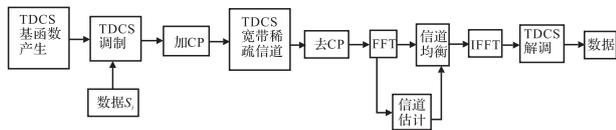


图 1 TDCS 的信道估计模型

Fig.1 Channel estimation model of TDCS

利用 TDCS 基本原理生成 TDCS 基函数,且其具有优良的自相关性和类噪声特性。

导频插入的 2 种典型方法是块状导频与梳状导频。本文选用块状导频来进行信道估计。TDCS 信道估计的数据帧设计见图 2。

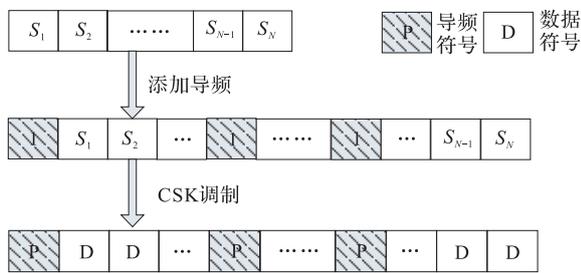


图 2 TDCS 数据帧结构设计

Fig.2 Data frame design of TDCS

TDCS 发射机将块状导频符号(本文选用数字“1”)均匀的加入到待发送数据之中,之后一起经过 CSK 调制,组帧成发送数据块。其中每个导频块与数据块等长。接着在数据块与导频块中均添加循环

前缀(Cyclic Prefix, CP)来防止块间串扰,得到的发射信号  $x_n$  经天线发射进入 TDCS 宽带稀疏信道。

TDCS 宽带稀疏信道的离散时间模型:

$$h(n) = \sum_{l=0}^{L-1} h_l \delta(n-l) \quad (1)$$

式中:  $L$  表示信道抽头时延的个数,  $h_l$  表示信道第  $l$  个抽头上的增益。无线宽带多径信道存在明显稀疏特性,即信道的冲激响应  $\mathbf{h} = [h_0, h_1, \dots, h_{L-1}]^T$  的  $L$  个抽头中,只有少数  $S$  个抽头的值明显大于 0,其余的幅度值均接近 0。

发射信号  $x_n$  经过多径稀疏信道并丢弃 CP 之后得到接收信号,表示为:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{y} = [y_0, y_1, \dots, y_{N-1}]^T$  表示接收信号;  $\mathbf{x} = [x_0, x_1, \dots, x_{N-1}]^T$  表示发射信号;  $\mathbf{n} = [n_0, n_1, \dots, n_{N-1}]^T$  表示噪声项;  $\mathbf{H}$  为信道冲激响应  $h$  构成的信道矩阵,表示如下:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & h_2 & h_1 \\ h_1 & h_0 & & \vdots & 0 & & \vdots & h_2 \\ \vdots & h_1 & & 0 & \vdots & & h_{L-1} & \vdots \\ h_{L-1} & \vdots & & h_0 & 0 & & 0 & h_{L-1} \\ 0 & h_{L-1} & & h_1 & h_0 & & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & h_1 & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & & h_{L-1} & \vdots & & h_0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & h_{L-1} & \dots & h_1 & h_0 \end{bmatrix}$$

在 TDCS 的接收端,因为发射信号中添加了 CP,使得时域中原来发送信号与信道冲激响应的线性卷积变为循环卷积,因此接收的导频向量  $\mathbf{r}$  可以表示为:

$$\mathbf{r} = \mathbf{p} \otimes \mathbf{h} + \mathbf{n} \quad (3)$$

$\mathbf{p} = [p_0, p_1, \dots, p_{N-1}]^T$  为发送的导频信号。上式可进一步写成:

$$\mathbf{r} = \mathbf{C}\mathbf{h} + \mathbf{n} \quad (4)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} p_0 & p_{N-1} & \dots & p_{N-L} & \dots & p_2 & p_1 \\ p_1 & p_0 & & \vdots & & p_3 & p_2 \\ \vdots & p_1 & & p_{N-1} & & \vdots & \vdots \\ p_{L-1} & \vdots & & p_0 & & p_{L+1} & p_L \\ \vdots & p_{L-1} & & p_1 & & \vdots & \vdots \\ p_{N-2} & \vdots & & \vdots & & p_0 & p_{N-1} \\ p_{N-1} & p_{N-2} & \dots & p_{L-1} & \dots & p_1 & p_0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

为发送导频组成的导频矩阵。

至此,TDCS 的稀疏信道估计问题转化为了典型的压缩感知模型。

假设 TDCS 收发两端的电磁环境一致,接收天线首先去除接收信号  $\mathbf{y}$  的 CP,之后进行归一化傅里

叶运算,将频域信号送入均衡滤波器进行频域均衡来消除多径衰落信道对信号的影响,本文选用最小均方误差(Minimum Mean Square Error, MMSE)均衡方法。

MMSE 均衡系数为:

$$\mathbf{C} = \frac{\mathbf{G}}{\sigma^2 \mathbf{I} + \mathbf{G}\mathbf{G}^H} \quad (6)$$

式中:  $\sigma^2$  表示噪声的方差;  $\mathbf{G} = \text{diag}(\mathbf{g})$ ,  $\mathbf{g} = [g_1, g_2, \dots, g_N]^T$ 。  $g_k$  为第  $k$  个频点处的信道频率响应。频域均衡之后的信号为:

$$\mathbf{Y}_1 = \mathbf{C}^H \mathbf{Y} \quad (7)$$

$\mathbf{Y}_1$  经归一化傅里叶反变换后生成时域信号  $\mathbf{y}_1$ , 再与接收端基函数的共轭形式进行 CSK 相关解调, 得到最终数据  $d(t)$ 。

## 2 TDCS 压缩感知稀疏信道估计方法

### 2.1 导频设计的测量矩阵

TDCS 需要在低信噪比下具有稳定的性能, 这对传统的压缩感知稀疏信道估计方法提出了挑战, 而在压缩感知中测量矩阵由导频决定, 本文设计的导频经 TDCS 调制之后形成的导频序列具有基函数的优良自相关性, 降低了生成测量矩阵的列互相关性, 提高信道估计的精度。文献[6]证明测量矩阵必须满足约束等距条件(Restricted Isometry Property, RIP)。

**定义 1** 对于任意  $S$  稀疏信号  $x$  和常数  $\delta_s \in (0, 1)$ , 若:

$$(1 - \delta_s) \|x\|_2 \leq \|A_T x\|_2 \leq (1 + \delta_s) \|x\|_2 \quad (8)$$

成立, 则测量矩阵  $\mathbf{A}$  满足约束等距条件。式中  $T \subset \{1, \dots, N\}$ ,  $T \leq S$ ,  $A_T$  是由测量矩阵  $\mathbf{A}$  中索引  $T$  对应各列所构成的矩阵, 常数  $\delta_s$  值越小, 压缩感知稀疏信道估计的精度越高。但是 RIP 特性数学上计算复杂, 难以用它对测量矩阵进行优化。

**定义 2** 测量矩阵  $\mathbf{A}$  的列互相关参数如下:

$$\mu_{\max} = \max_{1 \leq i, j \leq N, i \neq j} | \langle A_i, A_j \rangle | = \max_{1 \leq i, j \leq N, i \neq j} \frac{|A_i^T A_j|}{\|A_i\| \cdot \|A_j\|} \quad (9)$$

式中:  $A_i$  为测量矩阵  $\mathbf{A}$  的第  $i$  列;  $\mu_{\max}$  为测量矩阵  $\mathbf{A}$  的列互相关参数。文献[7]证明减小测量矩阵列的互相关参数  $\mu_{\max}$  可以使测量矩阵的性能更优。

目前已证实由随机高斯序列构成的托普利兹矩阵可以作为压缩感知的测量矩阵, 但是它却存在着测量矩阵列互相关性较高的缺点[8]。本文结合 TDCS 系统特点, 设计的数据帧结构, 充分利用了 TDCS 系统基函数优良的自相关特性生成了一种适

合于 TDCS 系统的压缩感知测量矩阵。本文设计的数据帧及导频设计测量矩阵的优点为:

1) 将块状导频插入到原始数据之中, 经过 TDCS 调制之后得到的 TDCS 信号依旧与授权用户保持正交性;

2) 导频经过 TDCS 调制, 得到的导频序列具有了 TDCS 信号类噪声特性与优良的自相关性;

3) 经 TDCS 调制得到的导频序列具有较小互相关性, 其构造的测量矩阵具有更高重构性能。

导频设计的压缩感知测量矩阵构造步骤如下:

**Step1** 已知数据符号作为导频插入原始数据之中, 经过 TDCS 调制生成导频序列;

**Step2** CP 使得导频序列与信道冲激响应之间的线性卷积转化为循环卷积, 而构成的导频矩阵是一个托普利兹矩阵, 可作为压缩感知测量矩阵[11]。

**Step3** 导频设计构造的压缩感知测量矩阵中,  $\|p_k\|_2 = 1, 1 \leq k \leq N$ 。将式(4)两侧变量同时归一化处理, 则可以表示为:

$$\mathbf{r} = \Phi \mathbf{h} + \mathbf{w} \quad (10)$$

式中:  $\Phi$  表示经过优化之后的压缩感知确定性测量矩阵;  $\mathbf{r}$  表示观测向量;  $\mathbf{w}$  表示归一化的噪声项。

### 2.2 重构算法

压缩感知的重构算法有 2 类: 贪婪算法和凸优化算法。其中贪婪算法需要信道稀疏度, 但 TDCS 在复杂的电磁环境下, 信道的稀疏度很难提前预知, 所以本文选择凸优化算法中的 Dantzig Selector (DS) 算法来对原始信号进行重构。

DS 算法重构思想是基于求最小  $l_1$  范数问题, 含有测量噪声的稀疏信号重构常用到该算法, 其重构稀疏表示如式(11)所示:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{h}}_{DS} = \underset{\mathbf{h} \in \mathcal{C}}{\operatorname{argmin}} \quad & \|\tilde{\mathbf{h}}\|_1 \\ \text{s.t.} \quad & \|\Phi^H(\mathbf{r} - \Phi \tilde{\mathbf{h}})\|_\infty \leq \lambda \sigma_{\text{eff}} \end{aligned} \quad (11)$$

式中:  $\lambda = \sqrt{2 \ln(N)}$ ;  $\sigma_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{\sigma}{N}}$  为归一化噪声的标准差;  $\tilde{\mathbf{h}}$  为  $\mathbf{h}$  的可能取值。

## 3 算法仿真

为验证 TDCS 的压缩感知稀疏信道估计方法, 本文分别开展下列仿真实验:

### 3.1 导频方案性能验证

首先从测量矩阵 RIP 性能的角度验证 TDCS 导频构造方法生成的测量矩阵优于传统的高斯分布随机测量矩阵和贝努利分布随机测量矩阵。

为直观比较测量矩阵的 RIP 特性,我们可以将式(8)转化为:

$$1 - \delta_s \leq \lambda_{\min}(\mathbf{A}_T^H \mathbf{A}_T) \leq \lambda_{\max}(\mathbf{A}_T^H \mathbf{A}_T) \leq 1 + \delta_s, \quad (12)$$

式中:  $\lambda_{\min}(\mathbf{A}_T^H \mathbf{A}_T)$  与  $\lambda_{\max}(\mathbf{A}_T^H \mathbf{A}_T)$  表示的是矩阵  $\mathbf{A}_T^H \mathbf{A}_T$  的最小特征值与最大特征值。

根据式(5),构造文献[10]中的高斯分布随机测量矩阵、贝努利分布随机测量矩阵和本文的导频设计测量矩阵,随机从以上 3 种矩阵中选取  $S$  列,构成索引矩阵  $\mathbf{A}_s$ ,再计算矩阵  $\mathbf{A}_s^H \mathbf{A}_s$  的最大与最小特征值。仿真参数设置如下:TDCS 数据帧的分块长度为 256,CP 长度为 64,符号的采样周期为  $2 \times 10^{-7}$  s,TDCS 的调制方式为 2 阶 CSK 调制,调制基函数的采样点数/子载波个数为 256,采用  $m$  序列生成随机相位, $m$  序列的长度为 5 120, $m$  序列周期为 9,抽取连续序列数为 3。Monte Carlo 仿真次数为 10 000 次。

图 3 中的各条曲线表示的是 3 种测量矩阵在不同稀疏度  $S$  下最大特征值、最小特征值各自的均值。从图 3 可以看出本文导频设计测量矩阵的最大、最小特征值更加接近于 1,高斯分布随机矩阵与贝努利分布随机矩阵的曲线分布相差不大,但其最大、最小特征值偏离 1 的程度明显大于本文的导频设计测量矩阵。所以本文导频设计测量矩阵的 RIP 特性较传统的 2 种测量矩阵更优。

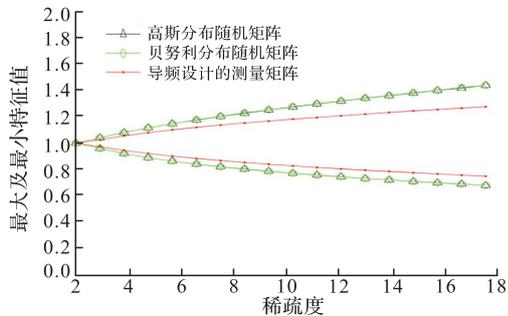


图 3 测量矩阵统计 RIP 特性

Fig.3 Statistical RIP performance of measurement matrix

根据式(5),分别构造  $256 \times 256$  的高斯分布随机测量矩阵、贝努利随机测量矩阵和本文提出的导频设计测量矩阵,从以上 3 种矩阵中随机选取  $N$  列组成  $256 \times N$  的索引矩阵  $\mathbf{A}_N$ ,列数  $N$  的取值范围为 12 到 30,步长为 1,计算索引矩阵  $\mathbf{A}_N$  中各列的相关性参数  $\mu_{\max}$ 。Monte Carlo 仿真次数为 10 000 次。仿真结果见图 4。

从图 4 可以看出,导频设计的测量矩阵的列相关性参数明显低于高斯分布和贝努利分布的随机测量矩阵,且导频设计测量矩阵的列相关性参数始终维持恒定,由于列相关性参数越小,信号重构性能越优,所以本文构造的导频设计测量矩阵相比于其他

2 种传统测量矩阵具有更加稳定、更加优越的重构性能。

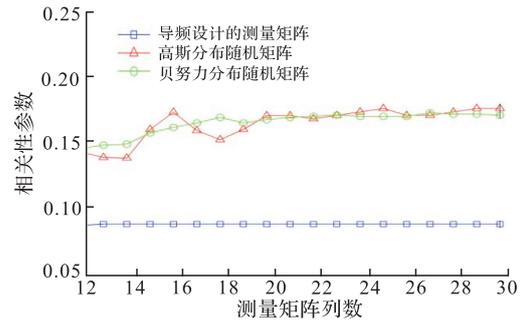


图 4 测量矩阵的互相关性

Fig.4 Mutual coherence of measurement matrix

综合 3 种测量矩阵 RIP 特性以及列相关性的比较可以得出结论:本文 TDCS 导频构造方法生成的测量矩阵优于传统的高斯分布随机测量矩阵和贝努利分布随机测量矩阵。

### 3.2 TDCS 压缩感知稀疏信道估计方法性能验证

从信道估计的均方误差(Mean Square Error, MSE)性能以及在 2 种不同信道估计方法下 TDCS 误比特率性能的角度来进行仿真验证。

仿真参数设置如下:在接收端采用 MMSE 均衡算法。Monte Carlo 仿真次数为 10 000 次。信道采用的是准静态瑞利多径衰落稀疏信道,参数参照 COST207 乡村信道(cost207RAx6),见表 1。信道估计均方误差用  $MSE = \frac{1}{N} E \| \hat{h} - h \|_2$  来表征。

表 1 COST 207 乡村地区信道参数

Tab.1 Parameters of COST 207 rural aera channel

路径	时延/ $\mu$ s	功率/dB
1	0.0	0
2	0.1	-4
3	0.2	-8
4	0.3	-12
5	0.4	-16
6	0.5	-20

图 5 是 TDCS 使用压缩感知稀疏信道估计方法以及最小二乘信道估计方法时信道估计的 MSE 随信噪比变化的曲线图。从图中可以看出,由于压缩感知稀疏信道估计方法充分考虑了信道的稀疏特性,所以它的信道估计 MSE 始终低于最小二乘信道估计方法。并且随着信噪比的不断增大,2 种方法的信道估计的 MSE 性能不断地得到改善。

下面从 TDCS 误比特率的角度来验证 TDCS 的压缩感知稀疏信道估计方法性能的优越性。

图 6 比较了 2 种信道估计方法下 TDCS 的误比特率性能,由于 TDCS 往往工作在信噪比很低的复杂电磁环境中且信道存在明显稀疏性,所以最小二

乘信道估计方法的误比特率很高,压缩感知的稀疏信道估计方法充分利用了信道的稀疏性,并且本文使用了导频设计的测量矩阵,所以在低信噪比环境下,可以获得比最小二乘信道估计方法优越的误比特率性能。当误比特率为  $2 \times 10^{-3}$  时,最小二乘算法需要的信噪比大约是  $-6$  dB,而压缩感知稀疏信道估计方法的信噪比则只需达到  $-7$  dB 即可,提高了约 1 dB 性能增益。

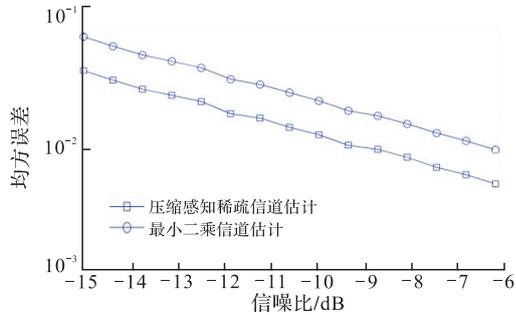


图5 2种信道估计算法的MSE性能

Fig.5 MSE performance compares between two channel estimation algorithms

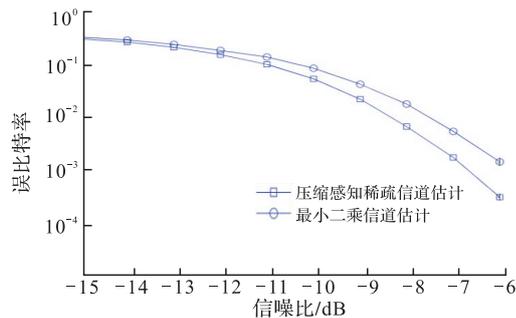


图6 2种信道估计方法的误比特率

Fig.6 Bit error rate compares between the two channel estimation algorithms

## 4 结语

为克服 TDCS 稀疏信道估计精度较差的缺点,本文基于压缩感知理论构造了一种适用于 TDCS 的导频图案,利用 TDCS 调制后生成的导频序列来构造的测量矩阵具有优良列互相关性的优点,提高了 TDCS 稀疏信道估计精度。基于准静态 COST207 乡村信道模型的仿真表明:本文的压缩感知稀疏信道估计方法比最小二乘法具有更小的信道估计均方误差,同时显著降低了系统的误比特率。

## 参考文献(References):

[1] 谢铁城,达新宇,褚振勇,等.基于F-范数的变换域通信系统同步参数估计方法[J].空军工程大学学报:自然科学版,2014,15(1):57-61.  
XIE Tiecheng, DA Xinyu, CHU Zhenyong, et al. An Estima-

tion Algorithm of Basis Functions Synchronous Parameters of Transform Domain Communication Systems Based on Frobenius norm[J].Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition,2014,15(1):57-61.(in Chinese)

- [2] 史军,迟永钢,张乃通.变换域通信系统:原理、技术与发展趋势[J].南京邮电大学学报:自然科学版,2009,29(1):87-94.  
SHI Jun, CHI Yonggang, ZHANG Naitong. Principle, Technology and Tendency of Transform Domain Communication System [J].Journal of Nanjing University of Post and Telecommunications :Natural Science Edition,2009,29(1):87-94.(in Chinese)
- [3] 王军,李少谦,龚树平,等.变换域通信系统中的信道估计技术[J].电子科技大学学报,2009,38(1):40-42.  
WANG Jun, LI Shaoqian, GONG Shuping, et al. Channel Estimation Applied to Transform Domain Communication System[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China,2009,38(1):40-42.(in Chinese)
- [4] Paredes J L, Arce G R, Wang Z. Ultra-Wideband Compressed Sensing: Channel Estimation [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing,2007,1(3):383-395.
- [5] 黄彪.认知无线电中 OFDM-TDCS 系统关键技术研究[D].成都:电子科技大学,2011.  
HUANG Biao. Research on Key Techniques of OFDM-TDCS in Cognitive Radio[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China,2011.(in Chinese)
- [6] Candes E J, Romberg J, Tao T. Robust Uncertainty Principles: Exact Signal Reconstruction from Highly Incomplete Frequency Information [J]. IEEE Transactions on Information Theory,2006,52(2):489-509.
- [7] D L Donoho, M Elad. Optimally Sparse Representation in General (Non-Orthogonal) Dictionaries Via  $l_1$  Minimization [J]. Proceedings of National Academy of Sciences of USA, 2003,100 (5) : 2197-2202.
- [8] 王强,李佳,沈毅.压缩感知中确定性测量矩阵构造算法综述[J].电子学报,2013,41(10):2041-2050.  
WANG Qiang, LI Jia, SHEN Yi. A Survey on Deterministic Measurement Matrix Construction Algorithms in Compressive Sensing[J]. Acta Electronica Sinica, 2013,41(10):2041-2050.(in Chinese)
- [9] 孟庆微,黄建国,何成兵,等.采用时域测量矩阵的压缩感知稀疏信道估计方法[J].西安交通大学学报,2012,46(8):94-99.  
MENG Qingwei, HUANG Jianguo, HE Chengbing, et al. An Compressed Sensing Estimation for Sparse Channels Using Time Domain Measurement Matrix[J]. Journal of Xi'an jiaotong University, 2012,46(8):94-99. (in Chinese)
- [10] Haupt J, Bajwa W U, Raz G. Toeplitz Compressed Sensing Matrices with Applications to Sparse Channel Estimation[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2010, 56 (11): 5862-5875.

(编辑:姚树峰)