# 干扰条件下地空导弹对空袭编队射击次数模型

周哲帅1, 田 野2, 龙戈农2

(1.63999 部队,北京,100094;2.空军工程大学防空反导学院,陕西西安,710051)

摘要 干扰条件下地空导弹火力单元对以不同进袭方式进入发射区的空袭编队所能完成的射击次数计算,是地面防空部队迫切需要解决却又缺乏系统研究的难题。为解决这一难点问题,运用解析法,建立了雷达干扰条件下导弹的实际发射距离和对空袭编队的射击次数模型,分别给出了空袭编队以规则流和泊松流形式进入地空导弹实际发射区内滞留时间的计算方法,通过算例分析验证了模型的可行性和有效性,得出了具有实用价值的结论,可为防空射击效能评估、部队作战训练及武器系统研发等提供参考。

关键词 雷达干扰;地空导弹;空袭编队;射击次数;滞留时间

**DOI** 10. 3969/j. issn. 1009-3516. 2014. 04. 008

中图分类号 TJ762.3 3 文献标志码 A 文章编号 1009-3516(2014)04-0029-05

## A Model of Number of Firing Times about Ground-to-Air Missile Firing at Air-raid Formation under Jamming Condition

ZHOU Zhe-shuai<sup>1</sup>, TIAN Ye<sup>2</sup>, LONG Ge-nong<sup>2</sup>
(1.Unit 63999, Beijing 100094, China; 2. Air and Missile Defense College,
Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract: Under jamming conditions, calculation of number of firing times about ground-to-air missiles firing at air-raid formations, which enter the launch area with different ways, is a puzzle that the antiaircraft forces should urgently desolve, but are lack of system research. To solve this puzzle, the models of missile actual launch distance and number of firing times at air-raid formation in jamming condition are established by an analytical method, then the calculation methods of residence time of the air-raid formation entering the launch area with rule flow and poisson flow respectively are also given. Finally, the feasibility and effectiveness of the models are illustated with a numerical example and some practical and valuable conclusions are reached, which can provide a reference for the shooting efficiency evaluation, the firing training and the amelioration of weapon system.

Key words: radar jamming; ground-to-air missile; air-raid formation; number of firing times; residence time

收稿日期:2013-07-20

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60977068)

作者简介:周哲帅(1984-),男,江西上饶人,博士,主要从事电子对抗作战效能评估研究.E-mail;tasiby@163.com

地空导弹武器系统对空袭编队的射击次数是进行武器系统作战效能评估的一个重要指标,有助于对空袭目标武器分配方案的制定和优化<sup>[1]</sup>。

目前,对射击次数的研究主要集中在对导弹发射区内单目标射击次数的研究。文献[2~3]根据导弹拦截方式的不同,在自身拦截和协同拦截两种情况下建立了导弹反导拦截次数的数学模型,为编队防空队形配置及防空作战指挥决策提供了参考依据。文献[4]根据预警探测系统发现目标的距离远近,建立了导弹对群目标的射击次数计算模型,以此来估算武器系统对群目标的射击效能。

通过分析现有资料,发现电子干扰条件下地空导弹对多批次空袭目标射击拦截次数的计算,目前在国内外很难找的相关的参考文献。文献[5]也仅对电子干扰条件下地空导弹对单目标的射击次数进行了简单建模。本文主要研究干扰条件下,地空导弹对不同进袭方式空袭编队的射击次数,并通过算例对模型进行验证。

## 1 干扰条件下导弹的实际发射距离

本节分析干扰条件下雷达实际探测距离缩小对导弹实际发射距离的影响,见图 1。

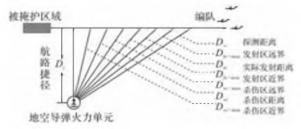


图 1 地空导弹火力范围示意图

Fig.1 Firepower range schematic diagram of the ground-to-air missile

为保证杀伤区远界射击,地空导弹火力单元在编队来袭方向所需的最小探测距离  $D_{\kappa \cdot max}$ 为:

 $\mathbf{D}_{tc \cdot \text{max}} = \sqrt{\left(\sqrt{\mathbf{D}_{ss \cdot \text{max}}^2 - \mathbf{D}_{j}^2} + \mathbf{V_{c}t_{\Sigma}}\right)^2 + \mathbf{D}_{j}^2}$  (1) 式中:  $t_{\Sigma}$  为火力单元平均射击周期<sup>[6]</sup>:  $\mathbf{V_{c}}$  为空袭目标编队飞行速度。

为保证杀伤区近界射击,地空导弹火力单元在目标来袭方向所需的最小探测距离 **D**<sub>k</sub>, ann 为:

$$\mathbf{D}_{\mathbf{tc} \cdot \min} = \sqrt{\left(\sqrt{\mathbf{D}_{\mathbf{ss} \cdot \min}^2 - \mathbf{D}_{\mathbf{j}}^2} + \mathbf{V}_{\mathbf{c}} \mathbf{t}_{\Sigma}\right)^2 + \mathbf{D}_{\mathbf{j}}^2} \quad (2)$$

当雷达未受到干扰时,地空导弹火力单元的发射区远界  $D_{fs\cdot min}$ ,可以分别用以下公式计算:

$$D_{f_{i} \cdot \text{max}} = \sqrt{\left[\sqrt{D_{s_{i} \cdot \text{max}}^{2} - D_{j}^{2}} + V_{C}(t_{\Sigma} - t_{zh})\right]^{2} + D_{j}^{2}}$$
(3)  
$$D_{f_{i} \cdot \text{min}} = \sqrt{\left[\sqrt{D_{s_{i} \cdot \text{min}}^{2} - D_{j}^{2}} + V_{C}(t_{\Sigma} - t_{zh})\right]^{2} + D_{j}^{2}}$$
(4)

雷达受到干扰后,干扰信号由主瓣进入雷达接收机,雷达对目标编队的实际探测距离[7]缩短为 $\mathbf{R}_{j\cdot \min}$ 。当  $\mathbf{D}_{tt\cdot \min} \leq \mathbf{R}_{j\cdot \min} \leq \mathbf{D}_{tt\cdot \max}$ 时,地空导弹火力单元实际的发射距离为:

$$D_{fs} = \sqrt{(\sqrt{R_{j+\min}^2 - D_{j}^2} - V_{c}t_{zh})^2 + D_{j}^2}$$
 (5)

## 2 干扰条件下对空袭编队射击次数

地空导弹火力单元的射击次数,是指在消耗一定数量导弹时或在一定的时间内,对空中来袭目标能够进行的抗击次数。当雷达受到干扰时,空袭目标编队进入雷达探测区后,见图 2。

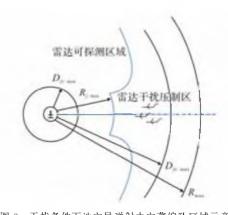


图 2 干扰条件下地空导弹射击空袭编队区域示意图

Fig.2 Area schematic diagram of the ground-to-air missile firing at air-raid formation in jamming condition

由于雷达受到干扰,实际探测距离的缩减使得导弹的发射距离相应的减少<sup>[8]</sup>,在不考虑弹药消耗量的前提下,空袭编队进入火力单元实际发射区后,此时地空导弹射击目标的预期次数为:

$$\mathbf{n}_{sj} = \mathbf{Q}_{j} \lfloor \prod_{sm} \left[ \mathbf{T}_{\Sigma} - (\mathbf{n} - 1) \Delta \mathbf{t}_{d} \right] + 1 \rfloor \tag{6}$$

若考虑弹药的消耗量,在发射 n, 发弹药后,地 空导弹火力单元能够完成的射击次数为:

$$n_{sp} = n_p / n \tag{7}$$

同时考虑弹药消耗量和电子干扰的影响,地空导弹火力单元的最大射击次数为:

$$\boldsymbol{n}_{s} = \min(\boldsymbol{n}_{si}, \boldsymbol{n}_{sb}) \tag{8}$$

## 3 实际发射区内编队滞留时间计算

## 3.1 空袭编队以规则流进入导弹实际发射区

若空袭编队以规则形式进入火力单元发射区,

飞行速度为  $V_c$ , 空袭的总持续时间为 T, 空袭持续时间内共有 n 个批次飞机进入火力单元的发射区,第 i 批次飞机在发射区内的滞留时间为  $T_i$ 。由假设条件,可知进入发射区的第 i 批次与第 i+1 批次飞机之间的时间间隔  $t_i$  进入:

$$t_{i,i+1} = \frac{T}{n-1} \tag{9}$$

假设第i批次飞机在火力单元实际发射区内飞行的距离为 $D_{fx}(D_{fx}=D_{fs}-D_{fs\cdot min})$ ,显然第i批次飞机通过发射区的时间为 $D_{fx}/V_c$ 。则第i批次飞机在发射区内的滞留时间 $T_i$ 可表示为:

$$T_{i} = \begin{cases} \frac{D_{fx}}{V_{c}}, & \frac{T}{n-1} \geqslant \frac{D_{fx}}{V_{c}} \\ \frac{T}{n-1}, & \frac{T}{n-1} < \frac{D_{fx}}{V_{c}}, i \neq n \\ \frac{D_{fx}}{V_{c}}, & \frac{T}{n-1} < \frac{D_{fx}}{V_{c}}, i = n \end{cases}$$
(10)

于是,在整个空袭持续时间内,飞机编队在火力 单元实际发射区的滞留时间为:

$$T_{\Sigma} = \begin{cases} n \frac{D_{fx}}{V_{c}}, & \frac{T}{n-1} \geqslant \frac{D_{fx}}{V_{c}} \\ \frac{D_{fx}}{V_{c}} + n \frac{T}{n-1} - 1 = T + \frac{D_{fx}}{V_{c}}, & \frac{T}{n-1} < \frac{D_{fx}}{V_{c}} \end{cases}$$
(11)

#### 3.2 空袭编队以泊松流进入导弹实际发射区

考虑稍复杂的情况,若空袭编队以泊松流形式进入火力单元发射区,飞行速度为 $V_c$ ,空袭持续时间的数学期望值为E,空袭持续时间内共有n个批次飞机进入发射区,第i批次飞机在发射区内的滞留时间为 $T_i$ 。由假设条件,可以认为进入发射区的第i批次与第i+1 批次飞机之间的时间间隔 $t_{i,i+1}$ 服从指数分布,其概率密度函数为:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & , & x > 0 \\ 0 & , & x \leq 0 \end{cases}$$

那么,通过计算 till 的数学期望:

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) = \int_0^{+\infty} \mathbf{x} f(\mathbf{x}) \, \mathrm{d}\mathbf{x} = \frac{1}{\lambda} = \frac{\mathbf{E}}{n-1}$$

可得:

$$\lambda = \frac{n-1}{E} \tag{12}$$

令  $P\left\{t_{i,i+1}<rac{D_{fx}}{V_c}
ight\}=p$ ,记事件 A 发生的概率为 P(A);则:

$$P\left\{t_{i,i-1} \geq \frac{\mathbf{D}_{fx}}{\mathbf{V}_{c}}\right\} = 1 - p$$

记为事件 A 发生的概率为 P(A),则:

$$\mathbf{P}(\mathbf{A}) = \mathbf{p} = \int_{-\infty}^{\frac{\mathbf{D}f_x}{\mathbf{V}_c}} f(\mathbf{x}) \, \mathrm{d}\mathbf{x} = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda \frac{\mathbf{D}f_x}{\mathbf{V}_c}}$$
 (13)

于是,第i批次飞机在火力单元发射区内的滞留时间可表示为:

$$T_{i} = \begin{cases} \frac{D_{fx}}{V_{\epsilon}}, & t_{i,i+1} \ge \frac{D_{fx}}{V_{\epsilon}} \\ t_{i,i+1}, & t_{i,i+1} < \frac{D_{fx}}{V_{\epsilon}} \end{cases}$$

$$(14)$$

假设空袭时间内,n个批次飞机中有m个批次飞机在火力单元实际发射区内的滞留时间小于 $D_{fx}/V_c$ ,那么编队在发射区的平均滞留时间为:

$$T_{\Sigma} = T_{m>0} + T_{m=0} = \sum_{m=1}^{n} C_{n}^{m} p^{m} (1-p)^{n-m} \left[ (n-m) \frac{D_{fx}}{V_{c}} + \sum_{i=1}^{m} t_{i,i+1} \right] + C_{n}^{0} p^{0} (1-p)^{n-0} n \frac{D_{fx}}{V_{c}} = \sum_{m=1}^{n} C_{n}^{m} p^{m} (1-p)^{n-m} \left[ (n-m) \frac{D_{fx}}{V_{c}} + \sum_{i=1}^{m} t_{i,i+1} \right] + n (1-p)^{n} n \frac{D_{fx}}{V_{c}}$$

$$(15)$$

由于上式中存在随机变量  $t_{i,i-1}$ ,使得对上式的求解无论是采用概率论的方法还是随机模拟的方法都比较麻烦。这里,不妨假设任一批次飞机在火力单元实际发射区域内的滞留时间相互独立,那么  $T_i$  的数学期望为:

$$\mathbf{E}(\mathbf{T}_{i}) = \frac{\mathbf{D}_{fx}}{\mathbf{V}_{i}} \mathbf{P}(\mathbf{A}) + \int_{0}^{+\infty} x f(x) \, \mathrm{d}x = \frac{1}{\lambda} (1 - \mathrm{e}^{-\frac{\lambda \mathbf{D} fx}{\mathbf{V}_{i}}})$$
(16)

则在整个空袭持续时间内,飞机编队在火力单 元实际发射区的平均滞留时间为:

$$\mathbf{T}_{\mathbf{\Sigma}} = n\mathbf{E}(\mathbf{T}_{i}) = \frac{n}{\lambda} (1 - e^{-\frac{\lambda \mathbf{D} f_{\mathbf{X}}}{\mathbf{V}_{c}}}) = \frac{n\mathbf{T}}{n-1} (1 - e^{-\frac{\mathbf{D} f_{\mathbf{X}} n^{-1}}{\mathbf{V}_{c}}})$$
(17)

## 4 仿真分析

#### 4.1 作战场景及参数设定

蓝方对红方某重要军事基地进行轰炸,空袭兵力为 15 架轰炸机,空袭机群采用多机编队依次进入地空导弹发射区, $\mathbf{V_c}=300~\mathrm{m/s}$ ,相对于地空导弹火力单元的航路捷径  $\mathbf{D_j}=1.95~\mathrm{km}$ 。设  $\mathbf{D_{s\cdot max}}=30~\mathrm{km}$ , $\mathbf{D_{s\cdot max}}=7.1~\mathrm{km}$ ,火力单元一次射击发射两枚导弹,发射的时间间隔为  $4~\mathrm{s}$ , $\mathbf{t_2}=120~\mathrm{s}$ ,平均转火时间  $\mathbf{t_{sh}}=55~\mathrm{s}$ ,导弹能从两个半球进行射击,共有  $20~\mathrm{tk}$ 导弹可以发射。

为了研究雷达干扰对空袭编队滞留时间及射击 次数的影响,设定如下试验进行仿真:

1)空袭编队以规则流形式进入地空导弹发射区,对雷达实施自卫和远距离支援干扰。分析空袭

持续时间及编队数量改变时,雷达探测距离对空袭编队滞留时间的影响。

2)空袭编队以泊松流形式进入地空导弹发射区,对雷达实施自卫和远距离支援干扰。分析空袭持续时间及编队数量改变时,雷达探测距离对空袭编队滞留时间的影响。

3) 空袭机群采用 3 机编队以泊松流形式依次进入地空导弹发射区,空袭持续时间约为 10 min。对雷达实施自卫和远距离支援干扰,雷达的探测距离缩小为  $\mathbf{R}_{\mathbf{j} \cdot \min}$ ,当  $\mathbf{D}_{\mathbf{f} \cdot \min}$  <  $\mathbf{R}_{\mathbf{j} \cdot \min}$  <  $\mathbf{D}_{\mathbf{f} \cdot \min}$  , 计算地空导弹火力单元对编队的射击次数。

#### 4.2 结果分析

50

10 20

30 40 50 60

由第 2 节所建模型,为了实现杀伤区远界和近界毁伤目标,地空导弹火力单元所需的最小探测距离分别为 65.97 km 和 42.87 km。

当雷达未受到干扰时,地空导弹火力单元发射 区远界和近界分别为 49.48 km 和 26.4 km。

试验 1)中,空袭编队以规则流形式进入地空导弹发射区,给出:①进袭批次 n=5(3 机编队), T 分别为 240 s、600 s、120 s 和 900 s 时,雷达探测距离与空袭编队导弹火力单元实际发射区内滞留时间的关系,见图 3(a);② T=240 s,n 分别为 5、3、15 时,雷达探测距离与空袭编队导弹实际发射区内滞留时间的关系,见图 3(b)。

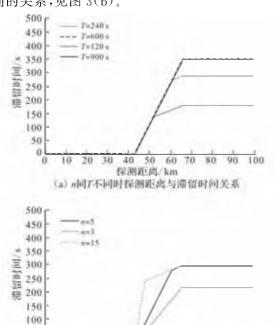


图 3 雷达探测距离与滞留时间的关系(编队规则流进入) Fig.3 The relationship between detection distance and residence time (rule flow)

探測距离/km (b) 7同#不同时探测距离与滞留时间关系

70 80 90 100

试验 2)中,空袭编队以泊松流形式进入地空导弹发射区,给出:①n=5(3 机编队),T分别为 240 s、600 s 和 120 s 时,雷达探测距离与空袭编队导弹火力单元实际发射区内滞留时间的关系,见图 4(a);②T=240 s,n分别为 5、3、15 时,雷达探测距离与空袭编队导弹实际发射区内滞留时间的关系,见图 4(b)。

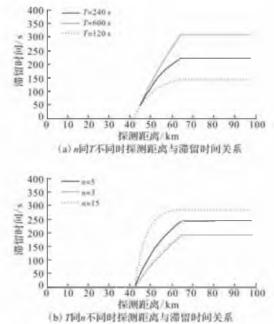


图 4 雷达探测距离与滞留时间的关系(编队泊松流进入) Fig.4 The relationship between detection distance and residence time (poisson flow)

试验 3)中,假设雷达受到干扰后的最大探测距离缩小为  $\mathbf{R}_{j\cdot min}=62$  km,火力单元此时的实际发射距离  $\mathbf{D}_{fs}=45.51$  km,空袭编队以泊松流形式进入实际发射区后的滞留时间,可由式(17)得  $\mathbf{T}_{\Sigma}=258.9$  s。那么考虑电子干扰的影响,由式(6)可计算出,地空导弹火力单元在空袭持续时间内,对空袭编队的射击次数为  $\mathbf{n}_{si}=6$ 。

在消耗 20 枚导弹后,由式(7)可得,地空导弹火力单元能够完成的连射次数为  $n_{sp}=10$ 。

同时考虑弹药消耗量和电子干扰的影响,地空导弹火力单元的最大射击次数  $n_s = \min(6,10) = 6$ 。

通过对仿真结果的分析,可以得出以下结论:

1)雷达在受到干扰后,当探测距离无法保证导弹火力单元在发射区近界进行射击时(即 $R_{j \cdot \text{min}} < D_{k \cdot \text{min}}$ ),空袭编队的滞留时间恒为0;若干扰后雷达的探测距离仍能保证导弹火力单元在其发射区远界进行射击(即 $R_{j \cdot \text{min}} \ge D_{k \cdot \text{max}}$ ),空袭编队的滞留时间恒为定值;其余情况下( $D_{k \cdot \text{min}} \le R_{j \cdot \text{min}} \le D_{k \cdot \text{max}}$ ),空袭编队的滞留时间恒为定值;其余情况下( $D_{k \cdot \text{min}} \le R_{j \cdot \text{min}} \le D_{k \cdot \text{max}}$ ),空袭编队的滞留时间与雷达的探测距离成正比例关系,且与空袭持续时间及进袭批次数有关,

空袭持续的时间越长、进袭的批次越多,滞留时间也 越长。

2) 当空袭批次确定,编队以规则流形式进入导弹火力单元发射区时,若雷达受到干扰后的探测距离满足  $D_{\iota\iota \cdot \min} \leq R_{j \cdot \min} \leq D_{\iota\iota \cdot \max}$ ,随着空袭持续时间的增加,滞留时间的变化曲线将由折线变成直线。这是由于空袭持续时间增大到一定程度,滞留时间将只满足  $\frac{T}{n-1} \geq \frac{D_f x}{V_c}$ ,且恒为定值  $\frac{D_f x}{V_c}$ ,与空袭持续时间无关(如 T=600 s 和 T=900 s 时滞留时间的变化曲线重合)。当编队以泊松流形式进入发射区,则不存在滞留时间随空袭持续时间增加而达到恒定值的现象,空袭持续时间及进袭批次数的改变只影响滞留时间变化曲线的曲率。

3)雷达受干扰后,空袭编队滞留时间的减少,必然降低导弹火力单元的射击次数甚至不能发射导弹。可见,射击次数不仅与受干扰的程度有关,还与火力单元自身的射击能力有关,并受总弹药数的限制。根据随机服务系统理论,当事件为泊松流时最具随机型,其他任何情况下估算出的射击次数都将高于泊松流情况下估计的结果。因此,实际防空作战中,作战指挥员应在空袭编队以泊松流形式进入的情况下,来配备防空火力单元和弹药,确保防空任务的顺利完成。

### 5 结语

本文所建模型为计算地空导弹武器系统对空袭编队的射击次数提供了可行的方法,并为计算其射击效能提供了方便。模型较符合实际空袭情况,为部队作战训练和武器系统的研发改进提供了依据,具有较好的适用性。但是对于目标编队同时从多方向来袭的情况还需研究,模型有待进一步完善,提高其通用性和准确性。

#### 参考文献(References):

- [1] 徐品高.现代点防御防空导弹的火力密度和目标通道数[J].战术导弹技术,2007,5(3):1-6.
  XU Pingao. Fire density and trget passage number of
  - fire unit on modern surface-to-air missile for point defence [J]. Tactical missile technology, 2007, 5(3):1-6. (in Chinese)
- [2] 范英飚,姚跃亭,高波,等.舰艇编队协同防空连续射击

次数仿真分析[J]. 计算机工程与设计, 2011, 32(6): 2092-2095.

FAN Yingbiao, YAO Yueting, GAO Bo, et al. Analysis and simulation on continuous fire frequency of coordinate air defense in warship formation [J]. Computer engineering and design, 2011, 32 (6): 2092-2095. (in Chinese)

- [3] 姚跃亭,赵建军,吕小勇.舰空导弹的射击次数模型[J]. 弹箭与制导学报,2011,31(3):81-90.
  - YAO Yueting, ZHAO Jianjun, LÜ Xiaoyong. The firing frequency model for ship to air missile [J]. Journal of projectiles rockets missiles and guidance, 2011, 31 (3):81-90. (in Chinese)
- [4] 王 峰,闵华侨,金钊.舰空导弹对群目标射击次数模型研究[J].现代防御技术,2008,36(3):22-26.
  - WANG Feng, MIN Huaqiao, JIN Zhao. Research on firing time model of ship to air missile firing at group target [J]. Modern defense technology, 2008, 36(3): 22-26. (in Chinese)
- [5] 赵海波,周林.电子干扰条件下地空导弹射击能力评估模型研究[J].弹箭与制导学报,2007,27(1):351-353. ZHAO Haibo, ZHOU Lin. Study on evaluating model of shoot ability for ground to air missile under the condition of the electronic interference [J]. Journal of projectiles rockets missiles and guidance, 2007, 27(1): 351-353. (in Chinese)
- [6] 杨建军.地空导弹武器系统概论[M].北京:国防工业出版社,2006.
  - YANG Jianjun. Introduction of ground to air missile weapon system[M]. Beijing: National defence industry press, 2006. (in Chinese)
- [7] 张顺建,邵国培.警戒雷达抗干扰效能的计算方法[J]. 军事运筹与系统工程,2004,18(4):59-62. ZHANG Shunjian, SHAO Guopei. The calculation method of anti-jamming effectiveness on surveillance radar [J]. Military operations research and systems engineering, 2004, 18(4):59-62. (in Chinese)
- [8] 唐政,高晓光,张莹.机载自卫有源压制干扰效果评估模型研究[J].系统工程与电子技术,2008,30(2):236-239.
  - TANG Zheng, GAO Xiaoguang, ZHANG Ying. Research on the model evaluating the efficiency of the airborne active self-defence jamming system [J]. Systems engineering and electronics, 2008, 30(2):236-239. (in Chinese)

(编辑:田新华)