

# 基于多分 PSO 算法的阵列天线方向图综合

郭 华<sup>1</sup>, 杨永建<sup>2\*</sup>

(1.空军装备部,北京,100000;2.空军工程大学航空航天工程学院,陕西西安,710038)

**摘要** 针对如何确定 PSO 算法粒子分裂数目、如何评价粒子寻优能力与算法寻优能力这 3 方面的问题,对多分 PSO 算法在不同粒子分裂数目时,线阵低副瓣方向图、带零陷低副瓣方向图的综合性能通过定义粒子停滞率、寻优比进行了研究,分别从所综合的方向图性能和粒子寻优能力进行了详细分析。仿真结果表明:分裂次数越多,寻优比越大,算法收敛速度越快,但粒子停滞率基本不变,对于较为复杂的方向图综合,随着分裂次数的增多,寻优比增大的幅度变小,且仿真所需的时间增加。仿真分析表明所定义的 2 个参数能够有效地反映多分法的寻优能力及多分法中粒子的寻优能力,从微观角度对多分 PSO 算法的寻优能力做出较为可靠的评价。

**关键词** 多分 PSO 算法;粒子停滞率;寻优比

**DOI** 10.3969/j.issn.1009-3516.2014.02.016

**中图分类号** TN820.1 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2014)02-0066-05

## Array Antennas Beam Pattern Synthesis Based on Multi-Divided Particle Swarm Optimization

GUO Hua<sup>1</sup>, YANG Yong-jian<sup>2\*</sup>

(1.Air Force Equipment Department, Beijing, 100000;2. Air Force Engineering University Aeronautics and Astronautics Engineering College, Xi'an,710038, China)

**Abstract:** Multi-divided particle swarm optimization is putted forward based on dichotomy particle swarm optimization. Aims at how to confirm the number of divided particle, how to evaluate the ability of particle optimization and the ability of algorithm optimization, linear array synthesized pattern's performance are studied by defined the rate of particle stagnancy and the rate of optimization, which involves low side-lobe beam pattern synthesis and low side-lobe beam pattern with nulling synthesis. The results of simulation indicate that the more times of particle divided the higher of optimization rate, and the constringency speed of PSO is fast, but the rate of particle stagnancy is almost same. However, more times of particle is not always good when synthesizing complex beam pattern. These characters show that the two indexes which can availably reflect the ability of particle optimization and algorithm optimization, can reliably estimate optimization ability of multi-divided particle swarm optimization from microcosmic point.

**Key words:** multi-divided particle swarm optimization; the rate of particle stagnancy; the rate of optimization

收稿日期:2013-10-09

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61379104)

作者简介:郭 华(1960—),男,辽宁辽阳人,高级工程师,主要从事目标跟踪等研究. E-mail:yallope@163.com

\* 通信作者:杨永建(1988—),男,甘肃甘谷人,博士生,主要从事目标跟踪、阵列信号与信息处理等研究. E-mail:yangyongjian\_king@126.com

引用格式:郭华,杨永建. 基于多分 PSO 算法的阵列天线方向图综合[J]. 空军工程大学学报:自然科学版,2014,15(2):66-70. GUO Hua, YANG Yongjian. Array antennas beam pattern synthesis based on multi-divided particle swarm optimization[J]. Journal of air force engineering university:natural science edition,2014,15(2):66-70.

评价天线性能的重要参数指标之一是天线的最大旁瓣电平。阵列天线中通常有 4 个参数是可变的:阵元数目,阵元的空间位置,阵元的激励幅度及相位。通过选择合适的阵元间距、激励幅值和相位来最大限度地降低旁瓣电平是阵列天线方向图综合中的一类重要课题。

阵列天线的综合是指根据需要的辐射特性(如方向图、方向性系数、增益等)确定天线阵元的排列结构、数目、间距、激励的幅度与相位等参数。阵列天线波束综合是一个十分困难的非线性优化问题。经典的优化方法<sup>[1]</sup>通常是针对某一类特定的问题而提出来的,如果在综合中有一些约束条件,这些经典算法就很难实施。近年来基于进化的各种智能算法在阵列方向图综合中取得了一系列成果,并有效地运用于电磁场和阵列天线方向图综合等领域<sup>[2-3]</sup>。粒子群优化算法(Particle Swarm Optimization, PSO)<sup>[4]</sup>是一种自适应全局优化启发式算法。其算法理论简单、易于编程实现、参数设置少,是一种比较高效的搜索算法,适合解决此类复杂的非线性优化问题<sup>[3]</sup>。但 PSO 算法存在早熟收敛、搜索范围不大、容易收敛到局部极值等问题<sup>[5]16-72</sup>。在阵列方向图综合中,尽管已提出多种改进的 PSO 算法<sup>[6-8]</sup>,但依然需要很大的迭代次数才能寻找到比较满意的权值。如何提高 PSO 算法的优化性能是一个亟需解决的问题。

文献[9~10]提出了 2 分粒子群算法,在较少的迭代次数下实现了线阵、共形阵低副瓣及其他赋形方向图的综合,大大降低了阵列综合所需的迭代次数。但是否 2 分法是所需时间最短、迭代次数最小的并没有说明,可否将其 3 分、4 分或更多地分裂下去,分裂几次才是最优的,本文在 2 分粒子群算法的基础上,以线阵低副瓣综合为例,通过定义粒子停滞率和寻优比 2 个参数对多分 PSO 算法中粒子分裂几次才是最佳作了详细的研究。

## 1 多分 PSO 算法

PSO 算法是基于群体智慧的演化算法。它是由  $M$  个粒子组成的群体在  $D$  维空间搜索最优解的过程。在搜索时参考自身历史最优位置和群体历史最优位置进行迭代。每个粒子在每次迭代中有位置和速度 2 个  $D$  维向量,即:  $\mathbf{X}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{id})$ ,  $\mathbf{V}_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{id})$ ,  $1 \leq i \leq M, 1 \leq d \leq D$ 。

基本 PSO 算法的迭代公式如下:

$$v_{id}^{k+1} = \omega v_{id}^k + c_1 \text{rand}_1(\text{pbest}_{id}^k - x_{id}^k) + c_2 \text{rand}_2(\text{gbest}_{id}^k - x_{id}^k) \quad (1)$$

$$x_{id}^{k+1} = x_{id}^k + v_{id}^{k+1} \quad (2)$$

式中  $\omega$  为惯性权重。 $c_1$  和  $c_2$  为学习因子,又称为加速因子。 $v_{id}^k$  是第  $i$  个粒子当前运动速度,  $x_{id}^k$  是第  $i$  个粒子的位置。 $\text{pbest}_i$  是第  $i$  个粒子自身历史的最优位置,  $\text{gbest}_i$  是群体的最优位置。 $\text{rand}_1$  和  $\text{rand}_2$  是  $(0, 1)$  之间的随机数。式中的上标  $k$  表示第  $k$  次的迭代,下标  $d$  表示第  $d$  维。

通常  $c_1, c_2$  均取 1.49,最大速度为 1,惯性权重因子  $\omega$  随迭代次数而呈线性变化,其变化范围是从 0.9~0.4。

根据 2 分 PSO 算法的基本思想,多分 PSO 算法基本思想可以理解为:对于每一个粒子,其速度和位置的更新因受不确定性因素  $\text{rand}_1, \text{rand}_2$  的影响,可以产生多个不同的分裂粒子,在这些分裂粒子中比较其适应值,选择较优的粒子。多分 PSO 算法的流程参考文献[9]和文献[10]。

PSO 算法寻优所需迭代次数很大,2 分法可以减少迭代次数,但同时也使得算法的复杂度提高。多分法分裂几次才能保证粒子的寻优能力增强且不会使阵列综合所需的时间增加。为了研究多分法分裂次数与计算时间的关系我们定义以下 2 个参数:

1) 粒子停滞率:适应度函数值没有更新的次数与达到要求所需最小迭代次数的比。

$$s = \frac{N_1 + N_2 + \dots + N_n}{N_{\min}} \quad (3)$$

式中:  $N_1, N_2, \dots, N_n$  为适应度函数值在第  $n$  段时间内没有更新的次数;  $N_{\min}$  为所需的最小迭代次数。显然,  $s$  越小,粒子陷入局部最优解的可能性越小,粒子的活性越好。因此,粒子停滞率即表示粒子的寻优能力,停滞率越小,粒子寻优能力越强,反之,粒子寻优能力越弱。(注:此处粒子寻优能力与算法寻优能力不同)。

2) 寻优比:达到综合要求所需的最小迭代次数与所需最小时间的比。

$$p = \frac{|\text{Ini} - \text{Dem}|}{N_{\min}} \quad (4)$$

式中:  $\text{Ini}$  为粒子适应度函数的初始值,  $\text{Dem}$  为适应度函数的目标值。由公式明显可以看出,显然,寻优比越大,粒子收敛速度越快。因此,寻优比即表示粒子的收敛速度。

## 2 多分法综合赋形方向图性能分析

对于由  $N$  个理想点源组成的离散直线阵,以阵列的第 1 个单元为参考点,在不考虑单元间耦合的条件下,根据天线理论,天线远场方向图可表示为:

$$f(\theta) = \sum_{i=1}^N a_{li} e^{j(kd_{li} \sin\theta + \beta_{li})} \quad (5)$$

式中:  $\theta$  为空间辐射角;  $\lambda$  为工作波长;  $k$  为波数;  $a_{li}$  和  $\beta_{li}$  是第  $i$  个天线单元的幅度和相位;  $d_{li}$  为第  $i$  个单元到第 1 个单元的距离;  $l$  表示阵列为线阵。

## 2.1 低副瓣方向图综合

综合要求: 由  $N=16$  个天线阵元形成均匀直线阵, 阵元间距为  $0.5\lambda$ , 激励电流的相位为  $0$  (边射阵), 电流幅值对称, 方向图的幅瓣要求低于  $-30$  dB, 对电流幅值进行优化。适应度函数的形式为:

$$\text{fitness}(x) = \text{MSLL} - \text{SLVL} \quad (6)$$

式中: MSLL 为最高旁瓣电平; SLVL 为参考旁瓣电平。

参数设置: 种群大小 30, 每个粒子维数为 8 (电流幅值对称分布), 最大迭代次数设为 100 次。

仿真 1: 粒子分裂 3 次时低副瓣方向图综合。

从图 2 中可以看出, 采用 3 分法综合低于  $-30$

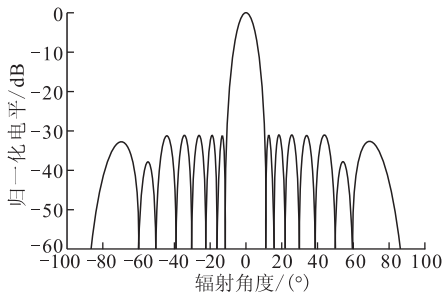


图 1 3 分法综合低副瓣方向图

Fig.1 The low side-lobe beam pattern synthesis using trichotomy-PSO

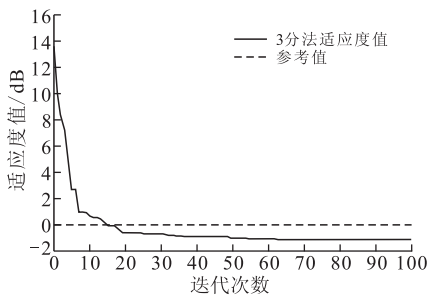


图 2 迭代误差

Fig.2 The distribution of iteration error

dB 的方向图时, 当迭代次数达到 17 次时即可满足综合要求。而文献[9]采用 2 分法则需 50 次。可以看出分裂粒子越多, 综合所需的迭代次数越少。

仿真 2: 多分法综合低副瓣方向图。

将分裂粒子数分别取为: 不分裂 (即基本粒子群算法)、2 分法、3 分法、4 分法、5 分法。为了比较不同分裂粒子数的综合效果, 对适应度值随迭代次数的变化及仿真所需时间进行分析。

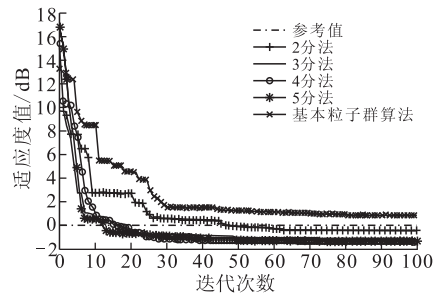


图 3 不同分裂粒子数适应度值随迭代次数的变化

Fig.3 The alteration of cost function along with iteration

从图 3 中可以看出, 不分裂时, 当迭代次数为 100 次时副瓣电平为  $-28$  dB, 达不到综合要求。采用多分法时, 当迭代次数达到 50 次时即可达到综合要求。其中, 2 分法约需要 47 次, 3 分法约需 17 次, 4 分法约需 15 次, 5 分法约需 12 次。且随着分裂粒子数的增加, 综合达到的副瓣电平越低, 2 分法约为  $-30.5$  dB, 3 分法约为  $-31.14$  dB, 4 分法约为  $-31.25$  dB, 5 分法约为  $-31.38$  dB。从图中可以明显反映出, 3 分法、4 分法及 5 分法适应度值随迭代次数的变化大约相近, 但寻优效果要优于 2 分法, 2 分法明显强于基本 PSO 算法。

表 1、表 2 及表 3 分别为粒子停滞率、综合所需最小时间和算法寻优比的表。根据所定义的 2 个参数, 由表 1 中可以看出 3 分法、4 分法、5 分法粒子寻优能力要明显优于 2 分法, 3 分法最强。由表 2 可以看出, 达到综合所需的最小时间 3 分法最短, 4 分法、5 分法次之, 2 分法较长。由表 3 可以看出, 寻优比 5 分法最大, 4 分法、3 分法、2 分法次之, 因此, 分裂次数越多, 粒子收敛速度越快。

表 1 粒子停滞率

Tab.1 The rate of particle stagnancy

分裂粒子数	不分裂	2分法	3分法	4分法	5分法
适应度值未更新次数		23	2	3	3
所需最小迭代次数		47	17	15	12
粒子停滞率/%		49	12	20	25

表 2 所需最小时间

Tab.2 Minimum time of needed

分裂粒子数	不分裂	2分法	3分法	4分法	5分法
所需最小迭代次数		47	17	15	12
迭代 100 次所需时间/s	98	225	358	452	560
所需最小时间/s		105.75	60.86	67.80	67.20

表 3 寻优比

Tab.3 the rate of optimization

分裂粒子数	不分裂	2分法	3分法	4分法	5分法
所需最小迭代次数		47	17	15	12
适应度初始值/dB	13.21	15.16	14.19	15.36	16.60
适应度目标值/dB	0	0	0	0	0
寻优比		0.32	0.84	1.02	1.38

### 2.2 带零陷低副瓣方向图综合

综合要求:  $N = 32$  个天线阵元形成均匀直线阵,阵元间距为  $0.5\lambda$ ,激励电流的相位为  $0$ (边射阵),电流幅值对称。要求在  $-50^\circ \sim -45^\circ$  和  $45^\circ \sim 50^\circ$  的位置形成低于  $-50$  dB 的零深,在其它位置副瓣电平低于  $-30$  dB,对电流幅值进行优化。适应度函数的形式为:

$$\text{fitness}(x) = \alpha (\text{MSLL} - \text{SLVL}) + \beta |\text{NULL} - \text{NLVL}| \quad (7)$$

式中:  $\alpha, \beta$  为权重系数,  $\alpha = 0.8, \beta = 0.2$ ; MSLL 为最高旁瓣电平; SLVL 为参考旁瓣电平; NULL 为最大零陷深度; NLVL 为参考零陷深度。

参数设置:种群大小 30,每个粒子维数为 16(电流幅值对称分布),最大迭代次数设为 100 次。

图 4 为当迭代次数为 100 次时,采用 3 分法综合带零陷低副瓣方向图的结果。从图中可以看出,副瓣电平达到  $-33$  dB 左右,在  $-50^\circ \sim -45^\circ$  和  $45^\circ \sim 50^\circ$  的位置形成  $-52$  dB 的零深。综合结果符合设计要求。图 5 为分别采用 2 分法、3 分法、4 分法、5 分法时,适应度值随迭代次数的变化曲线。

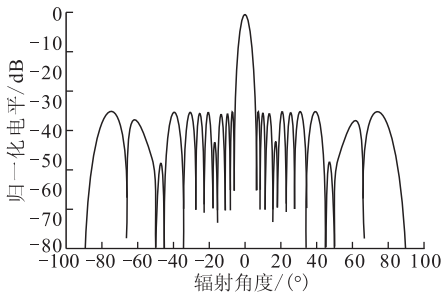


图 4 3 分法综合带零陷低副瓣方向图

Fig.4 The low side-lobe beam pattern synthesis with nulling using trichotomy-PSO

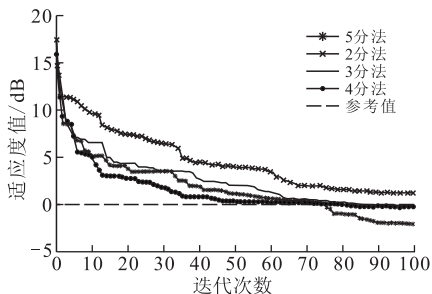


图 5 不同分裂粒子数适应度值随迭代次数的变化

Fig.5 The alteration of cost function along with iteration

从图中可以看出,2 分法在迭代次数为 100 次时不能达到综合要求。3 分法、4 分法、5 分法在迭代次数大于 75 次时都能够满足综合要求。表 4~表 6 分别为采用不同分裂粒子时,粒子停滞率、综合所需最小时间和算法寻优比的表。从表中可以看出,几种分裂法的粒子停滞率相差不大;所需最小时

间 3 分法最小,2 分法次之,4 分法及 5 分法较大;寻优比依分裂粒子的数的增大而增加。

表 4 粒子停滞率

Tab.4 The rate of particle stagnancy

分裂粒子数	不分裂	2 分法	3 分法	4 分法	5 分法
适应度值未更新次数		38	22	25	21
所需最小迭代次数		126	85	81	76
粒子停滞率/%		30	26	30	28

表 5 所需最小时间

Tab.5 Minimum time of needed

分裂粒子数	不分裂	2 分法	3 分法	4 分法	5 分法
所需最小迭代次数		126	85	81	76
迭代 100 次所需时间/s		358	528	704	877
所需最小时间/s		451	449	570	667

表 6 寻优比

Tab.6 The rate of optimization

分裂粒子数	不分裂	2 分法	3 分法	4 分法	5 分法
所需最小迭代次数		126	85	81	76
适应度初始值/dB		17.4	16.8	17.2	16.9
适应度目标值/dB		0	0	0	0
寻优比		0.138	0.200	0.212	0.222

### 2.3 不同分裂粒子数综合赋形方向图性能分析

综合 2.1 和 2.3 仿真结果,可以得出以下结论:

1)对于赋形简单的方向图综合:①分裂次数越多,寻优比越大,则粒子收敛速度越快;②综合所需的最小时间并不随分裂次数的增大而减小,当分裂粒子数大于 3 时,综合所需最小时间基本不变;③粒子停滞率并不随分裂次数的增大而线性减小,当分裂粒子数为 3 时,粒子停滞率最小。粒子寻优能力最好。

2)对于较为复杂的赋形方向图综合:①分裂次数越多,寻优比越大,粒子收敛速度越快。但当分裂粒子数大于 3 时,寻优比增大的幅度较小;②综合所需的最小时间并不随分裂次数的增大而减小,当分裂粒子数大于 3 时,综合所需最小时间反而增大;③粒子停滞率并不随分裂次数的增大而线性减小,几种分裂法粒子停滞率基本相等。

显然,并非分裂次数越多,算法寻优能力、粒子寻优能力就越强。综上所述,采用多分法综合线阵赋形方向图时,算法的性能与赋形方向图的复杂程度、分裂次数的选择密切相关。对于简单的低副瓣赋形方向图来说,3 分法相比于其他分裂算法来讲,寻优时间最短,粒子停滞率最小,寻优比较大,是一种比较高效、有效的分裂法。对于较为复杂的赋形方向图来说,2 分法、3 分法寻优时间最短,但 2 分法粒子寻优比较小。因此,在采用多分法综合线阵赋形方向图时,分裂次数选 3 次较为适宜。

### 3 结语

2分 PSO 算法是一种新颖且高效的改进粒子群算法,本文在 2分 PSO 的基础上研究了多分 PSO 算法,通过定义粒子停滞率及寻优比对分裂次数与算法寻优能力、粒子寻优能力、仿真所需时间 3 个方面的关系进行了仔细的研究,仿真结果表明:对于线阵赋形方向图的综合,当分裂粒子数选为 3 时,算法寻优能力较强,粒子的活性最佳。所定义的 2 个参数能够反映多分法的寻优能力及多分法中粒子的寻优能力,从微观角度对 PSO 算法的寻优能力做出了较为可靠的评价。

#### 参考文献(References):

- [1] 薛正辉,李伟明.阵列天线分析与综合[M].北京:北京航空航天大学出版社,2011.  
XUE Zhenghui, LI Weiming. Analyse and synthesis of array antenna[M].Beijing:Press of Beijing university of aeronautics and astronautics, 2011.(in Chinese)
- [2] Haupt L. Thinned arrays using genetic algorithms[J]. IEEE trans on antennas and propagation, 1994, 42:993-999.
- [3] Boeringer D W, Werner D H. Particle swarm optimization versus genetic algorithms for phased array synthesis[J]. IEEE trans on antennas and propagation, 2004, 52(3): 771-779.
- [4] Kennedy J, Eberhart R. Particle swarm optimization [C]//IEEE international conference on neural network. Perth, WA; IEEE press, 1995: 1942-1948.
- [5] 纪震,廖惠连,吴青华.粒子群算法及应用[M].北京:科学出版社,2009.  
JI Zhen, LIAO Huilian, WU Qinghua. Algorithm and analyse of particle swarm optimization[M]. Beijing: Science press, 2009.(in Chinese)
- [6] 金荣洪,袁智皓,耿军平.基于改进粒子群算法的天线方向图综合技术[J].电波科学学报,2006,21(6): 873-877.  
JIN Ronghong, YUAN Zhihao, GENG Junping, et al. The pattern synthesis of antennas based on a modified particle swarm optimization algorithm [J]. Chinese journal of radio science, 2006, 21(6): 873-877.(in Chinese)
- [7] 袁智皓,耿军平,金荣洪,等.基于改进的粒子群算法的二维阵列天线方向图综合技术[J].电子与信息学报,2007,29(5): 1236-1239.  
YUAN Zhihao, GENG Junping, JIN Ronghong, et al. Pattern synthesis of 2-D arrays based on a modified particle swarm optimization algorithm [J]. Journal of electronics and information technology, 2007, 29(5): 1236-1239.(in Chinese)
- [8] 肖龙帅,黄华,夏建刚,等.基于近邻粒子群优化的阵列天线方向图综合[J].通信技术,2009,42(9): 52-53.  
XIAO Longshuai, HUANG Hua, XIA Jiangang, et al. Array antennas beam pattern synthesis based on neighborhood particle swarm optimization [J]. Communications technology, 2009, 42(9): 52-53.(in Chinese)
- [9] 杨永建,王晟达,邓有为,等.基于二分粒子群优化的阵列天线方向图综合[J].现代防御技术,2013,41(1): 170-175.  
YANG Yongjian, WANG Shengda, DENG Youwei, et al. Array antennas beam pattern synthesis based on dichotomy particle swarm optimization [J]. Modern defence technology, 2013, 41(1): 170-175.(in Chinese)
- [10] 杨永建,王晟达,马健,等.基于改进粒子群算法的共形阵列天线综合[J].现代雷达,2012,34(12): 64-67.  
YANG Yongjian, WANG Shengda, MA Jian, et al. Conformal antenna array beam pattern synthesis based on improved particle swarm optimization [J]. Modern radar, 2012, 34(12): 64-67.(in Chinese)

(编辑:徐楠楠)