

基于 Sobol 法的整体翼梁损伤容限设计参数灵敏度分析

尹俊杰, 常飞, 李曙林, 杨哲, 石晓鹏

(空军工程大学航空航天工程学院, 陕西西安, 710038)

摘要 针对飞机结构设计中设计变量灵敏度的问题,提出了基于 Sobol 法的全局灵敏度分析策略。以飞机整体翼梁结构损伤容限设计为例,设计变量为翼梁结构截面参数,应用支持向量机理论分别构造以截面参数为输入、应力强度因子和结构重量为响应的代理模型,结合 Sobol 法计算输入对响应的灵敏度大小,并对计算结果进行分析。分析结果表明:在对整体结构进行损伤容限优化设计时,可以将其设计变量由 6 个变为 4 个,灵敏度较小的 2 个设计变量可以设为一个定值。

关键词 Sobol 法;整体翼梁;损伤容限;灵敏度;支持向量机

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2013.06.003

中图分类号 V252 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2013)06-0009-04

Analysis of Parameter Sensitivity on Damage Tolerance Design of Overall Beam Based on Sobol Method

YIN Jun-jie, CHANG-Fei, LI Shu-lin, YANG-Zhe, SHI Xiao-peng

(Aeronautics and Astronautics Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract: Aimed at the problem of the sensitivity of design variables in the design of aircraft structures, this paper puts forward a global sensitivity analyzing strategy based on Sobol's method and support vector machine method, and analyzes the parameter sensitivity with Sobol method by taking damage tolerance design to the aircraft overall beam as example, the overall beam cross-section parameters as design variables, and respectively constructing the replacement models of stress intensity factor and structure weight with the application of support vector machine theory. The result shows that the conclusion obtained can provide a guidance for selecting the design parameters and modifying the design variables in the optimization design of the structure.

Key words: Sobol's method; overall beam; damage tolerance; sensitivity; support vector machine

近年来,灵敏度分析技术在结构优化设计领域得到了广泛运用。灵敏度分析是指设计变量在可能的取值范围内变化时,其变动对模型输出值的影响程度,包括局部灵敏度分析和全局灵敏度分析^[1]。局部灵敏度分析方法概念明确,计算方便,但其只适

用于线性和非线性不强的系统;全局灵敏度分析方法可检验多个输入参数共同变化对模型输出的总的影 响,并分析每一个输入及输入间的交互效应对模型输出的影响,适用于非线性较强或非单调的系统。

Sobol 指数法^[2]是一种基于方差的全局灵敏度

收稿日期:2013-03-06

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51201182)

作者简介:尹俊杰(1989—),男,四川邻水人,硕士生,主要从事结构强度研究. E-mail:330356322@qq.com

分析方法,它通过计算单个输入对输出方差的贡献以及多个输入对输出方差的贡献,评估单个输入和多个输入交互效应的灵敏度。考虑到基于 Sobol 法的灵敏度分析需要进行大量取样,而实际工程问题大多数为黑箱问题,目标函数和设计变量的关系很难用一个明确的数学表达式来描述,如对含裂纹复杂结构的裂尖应力强度因子计算问题,采用有限元仿真进行大量取样来开展灵敏度分析几乎难以实现。目前,用支持向量机构建代理模型替有限元仿真预测或拟合结构性能响应是研究的前沿和热点。

本文采用 Sobol 法对飞机整体翼梁结构的截面参数进行了全局灵敏度分析,识别了损伤容限关键参数,指导了结构优化设计中设计变量的选取。

1 Sobol 法灵敏度分析原理

1.1 Sobol 法的理论基础

Sobol 指数法的核心思想是将模型 $Y=f(X)$ 分解为单个参数及参数之间相互组合的函数,即:

$$f(X) = f_0 + \sum_i f_i(x_i) + \sum_{i < j} f_{i,j}(x_i, x_j) + \dots + f_{1,2,\dots,n}(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

若满足: $\int_0^1 f_{i_1, i_2, \dots, i_s} dx_{i_p} = 0$, 其中, $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_s \leq n, 1 \leq s \leq n, 1 \leq p \leq s$ 。则可以证明模型 $f(X)$ 分解形式唯一,称为方差分解。

式(1)中的每一项都可以通过下列积分得到:

$$\int f(x) \prod dx_p = f_0 \quad (2)$$

$$\int f(x) \prod_{k \neq i} dx_p = f_0 + f_i(x_i) \quad (3)$$

$$\int f(x) \prod_{k \neq i, j} dx_p = f_0 + f_i(x_i) + f_j(x_j) + f_{i,j}(x_i, x_j) \quad (4)$$

依此类推,即可得到 $f_{1,2,\dots,p}(x_1, x_2, \dots, x_k)$ 。

Sobol 法中用总方差 $V = \int f^2(X) dX - f_0^2$ 来表示所有参数对模型输出的影响程度;用偏方差 $V_i = \int f_i^2 dx_i$ 来表示单个参数对模型输出的影响程度;用偏方差 $V_{i_1, i_2, \dots, i_s} = \int f_{i_1, i_2, \dots, i_s}^2 dx_{i_1} \dots dx_{i_s}$ 来表示参数之间的交互效应对模型输出的影响程度。

定义方差的比率:

$$S_i = \frac{V_i}{V} \quad (5)$$

式中 S_i 为参数 x_i 的一阶灵敏度系数,表示参数 x_i 对输出的主要影响。

定义方差的比率:

$$S_i^Q = \frac{\sum_{1 \leq i_1, i_2, \dots, i_s} V_{i_1, i_2, \dots, i_s}}{V} \quad (6)$$

式中 S_i^Q 为参数 x_i 的全局灵敏度系数,表示考虑参数之间的交互效应后 x_i 对模型输出的影响程度。

1.2 Sobol 法灵敏度的计算

Sobol 法的灵敏度计算方法包括解析法和蒙特卡洛法。对于输入与输出没有明显表达式的模型,主要采用蒙特卡洛计算方法。文献[1]中对该方法进行了详细的叙述,在此不再赘述。

由文献[1]可知,要计算每个参数对模型的一阶灵敏度系数和全局灵敏度系数,总抽样次数为 $N \times (n+2)$,对于每一个样本都需要得到一个样本值,如果将每一次计算都带入原始模型,如有限元计算等,将花费大量的时间。因此,有必要通过对已有样本点的分析,用合适的模型代替原有的模型,然后对任意的抽样进行预测,这样可以减少抽样的计算量。

2 应力强度因子计算

损伤容限设计的关键是应力强度因子计算^{[3]924-926}。由断裂力学可知,应力强度因子表征了裂纹尖端应力强度或大小,其表达式的一般形式为^{[4]91-132}:

$$K_I = \beta \sigma \sqrt{\pi a} \quad (7)$$

式中: σ 为实际施加应力; a 为半裂纹长度; β 为修正系数。

对于规则或常见的结构,其裂纹尖端的应力强度因子可直接查阅公式或图表求得,但对于整体梁等工程实际问题中的复杂结构,很难求解其应力强度因子。本文采用直接位移法求解裂纹尖端应力强度因子,根据应力强度因子与裂纹面法向位移的关系,见式(8),利用 Ansys 有限元分析软件,计算出裂纹面法向位移,然后得到应力强度因子的值^[5]。

$$V' = \frac{(1+\nu) K_I}{2E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[(2s+1) \sin \frac{\varphi}{2} - \sin \frac{3\varphi}{2} \right] \quad (8)$$

式中: $s = (3-\nu)/(1+\nu)$ (平面应力), $s = 3-4\nu$ (平面应变), ν 为材料泊松比; φ 为裂纹面与裂纹中心线的夹角。

3 具体算例

以飞机整体翼梁结构为例,梁的长度为 5 000 mm,截面形状见图 1,截面参数及参数间的相关关

系见表 1。

飞机整体翼梁结构损伤容限设计的目的是在结构重量尽可能小的情况下,保证剩余强度的最小值在允许的裂纹扩展范围内达到要求。考虑到结构的受力形式以及下缘条的不可检性,初始裂纹选取在梁的中间截面,且下缘条处完全断裂,并扩展到腹板上 25 mm 处,临界裂纹为到止裂筋条处。经过分析,在整个裂纹扩展范围之内,剩余强度的最小值出现在止裂筋条下 25 mm 处。结合损伤容限设计的目的,在分析设计变量对损伤容限特性的灵敏度时,主要考虑设计变量对剩余强度最小时应力强度因子的灵敏度。

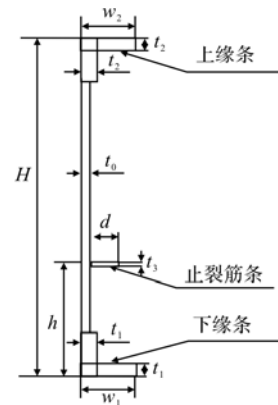


图 1 整体翼梁结构截面示意图

Fig. 1 Sketch map of section to overall beam

表 1 具体参数

Tab. 1 Specific parameters

mm								
梁高度	腹板厚度	下缘条宽度	下缘条厚度	上缘条宽度	上缘条厚度	止裂筋条	止裂筋条	止裂筋条
H	t_0	w_1	t_1	w_2	t_2	位置 h	厚度 t_3	高度 b
900~1 100	4~8.5	70~120	7~12	70~120	7~12	$H/3$	$w_1/9$	$w_1/3$

3.1 应力强度因子的计算

在 Ansys 中对整体翼梁结构进行 APDL 语言参数化建模,考虑到整体梁结构的受力及尺寸,选择的单元类型为壳单元。为消除裂纹尖端的奇异性,裂尖选择八节点退化奇异单元 shell93。

梁的一端为固接,在另一端靠近弯心的位置施加大小为 30 kN 的集中力。

在后处理阶段,运用 KCALC 命令求解应力强度因子。

3.2 支持向量机代理模型的建立

本文采用安装在 Matlab 中的 LIBSVM 工具箱建立代理模型。LIBSVM^[6-8]是由台湾大学林智仁教授开发设计的一个简单、快速的用于支持向量机模式识别与回归分析的软件包。在使用过程中,只需通过选择合适的核函数及回归参数对模型已有样本空间进行训练即可。

首先,对整体翼梁结构的截面参数进行拉丁超立方取样,样本容量为 100,通过有限元参数化模型计算出样本所对应的应力强度因子值;其次,根据所得到的样本空间,利用 LIBSVM 工具箱对其进行回归训练,得到应力强度因子的代理模型 model(K_I)。为了检验代理模型的精度,本文又另外随机抽取了 5 组样本,有限元计算出的应力强度因子值 K_{Ij} 与代理模型预测出的应力强度因子值 K_{Iy} 见表 2。经计算,绝对误差均在 2% 左右,表明代理模型可靠。

采用相同的方法,还可构建结构重量的代理模型 model(W)。

表 2 数据对比

Tab. 2 Data comparisons

预测值	计算值	误差/%
$K_{Iy}/(\text{MPa} \cdot \text{mm}^{1/2})$	$K_{Ij}/(\text{MPa} \cdot \text{mm}^{1/2})$	
1 544.029	1 529.5	-0.949 940
564.925	1 592.1	1.706 895
1 359.988	1 349.2	-0.799 610
2 710.069	2 784.4	2.669 569
1 978.887	1 999.1	1.011 123

3.3 灵敏度分析结果

对整体翼梁结构的截面参数进行拉丁超立方取样,随机抽取 2 个容量为 1 000 的样本,分别用矩阵 A 和 B 表示。结合应力强度因子代理模型以及 Sobol 法灵敏度的蒙特卡洛计算方法^[1],对整体翼梁结构截面参数灵敏度进行计算。

图 2~图 3 分别为应力强度因子和结构重量对设计变量的全局灵敏度值和一阶灵敏度值。

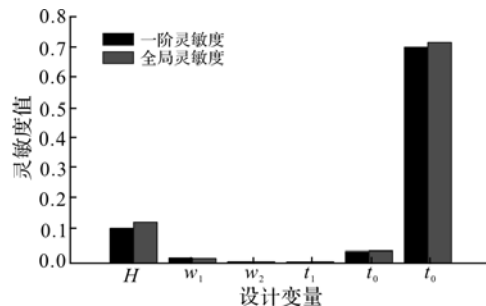


图 2 设计变量对应力强度因子的灵敏度

Fig. 2 The sensitivity of design parameters to stress intensity factor

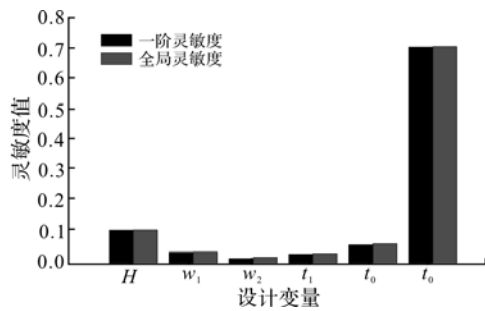


图3 设计变量对结构重量的灵敏度

Fig. 3 The sensitivity of design parameters to weight of structure

设计变量对结构应力强度因子与结构重量的全局灵敏度值对比见图4。

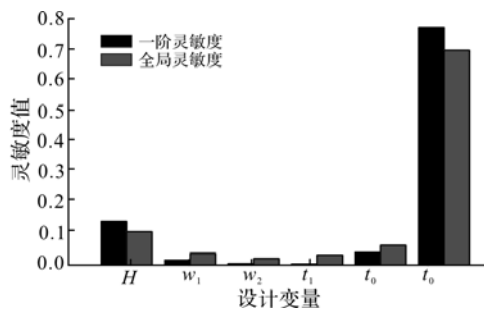


图4 全局灵敏度对比图

Fig. 4 Global sensitivity comparison chart

设计变量对系统响应的贡献一般由全局灵敏度值来衡量。由图2可知,设计变量对应力强度因子的全局灵敏度值大小为: $S_{t_0}^Q > S_H^Q > S_{w_2}^Q > S_{w_1}^Q > S_{t_1}^Q > S_{w_2}^Q$,对比一阶灵敏度和全局灵敏度,设计变量间存在交互作用,体现最明显的设计变量为 t_0 和 H 。由图3可知,设计变量对结构重量的全局灵敏度值大小为: $S_{t_0}^Q > S_H^Q > S_{w_2}^Q > S_{w_1}^Q > S_{t_1}^Q > S_{w_2}^Q$,对比一阶灵敏度和全局灵敏度,设计变量间存在交互作用,但都不明显。由图4可知,对同一设计变量, t_0 和 H 对应力强度因子的全局灵敏度比对结构重量的大,其余4个设计变量对应力强度因子的全局灵敏度比对结构重量的小。

由上述灵敏度分析结果可知,从筛选设计变量对结构进行优化的角度来讲,灵敏度较小的参数 w_2 和 t_1 可以取为一个固定的值,只对其余4个参数进行优化,这样可以简化并优化模型,减少试验设计次数,降低计算成本;从修改设计方案的角度来讲,以最小的结构重量为代价,提高结构的损伤容限特性,可以选择对设计变量 t_0 和 H 进行修改。

4 结语

本文通过建立应力强度因子及结构重量的代理模型,采用Sobol法灵敏度计算的蒙特卡洛计算方

法,得到了应力强度因子及结构重量对整体翼梁结构截面参数的灵敏度值。所得计算结果定性反映了截面参数的灵敏程度,为整体翼梁结构损伤容限优化设计过程中设计变量的筛选提供了指导。本文所得到的方法,也可以广泛地运用到其他飞机结构的设计,具有现实指导意义。

参考文献(References):

- [1] 张晓航. 防空导弹武器装备体系作战效能全局敏感性分析方法研究[D]. 长沙:国防科学技术大学,2010. ZHANG Xiaohang. Research on the global sensitivity analysis method of air defense missiles weapon system-of-systems combat effectiveness[D]. Changsha: National university of defense technology,2010. (in Chinese)
- [2] 韩林山,李向阳,严大考. 浅析灵敏度分析的几种数学方法[J]. 中国水运,2008,8(4):177-178. HAN Linshan, LI Xiangyang, YAN Dakao. Analysis of the sensitivity analysis of several mathematical methods[J]. Journal of China water transport,2008,8(4):177-178. (in Chinese)
- [3] 《飞机设计手册》总编委会. 飞机设计手册[M]. 北京:航空工业出版社,2001. Aircraft design manual. editorial board. Aircraft design manual[M]. Beijing: Aviation iIndustry press,2001. (in Chinese)
- [4] 陈传尧. 疲劳与断裂[M]. 武汉:华中科技大学出版社,2001. CHEN Chuanyao. Fatigue and fracture[M]. Wuhan: Huazhong university of science and technology press, 2001. (in Chinese)
- [5] 黄其青,刘进征,殷之平. 整体翼梁结构断裂特性分析方法与研究[J]. 航空计算技术,2006,36(2):114-119. HUANG Qiqing, LIU Jinzheng, YIN Zhiping. Fracture characteristics analysis method and study of wing-beam integrated structure[J]. Aeronautical computing technique, 2006,36(2):114-119. (in Chinese)
- [6] Osuna E, Freund R, Girosi F. An improved training algorithm for support vector machines[C]//Neural networks for signal proceeding VII-proceedings of the 1997 IEEE workshop. [S. l.]: IEEE press, 1997: 276-285.
- [7] Suykens J A K, Vandewalle J De Moor B. Optimal control by least squares support vectors machines[J]. Neural network, 2001, 35(14): 23-35.
- [8] 刘济科,赵卫. 基于支持向量回归的响应面可靠度计算[J]. 中山大学学报:自然科学版,2008,47(1):1-4. LIU Jike, ZHAO Wei. Response surface method for reliability computation based on support vector regression[J]. Journal of zhongshan university: natural sciences edition, 2008, 47(1): 1-4. (in Chinese)

(编辑:徐敏)