

基于弹道形成的空基助推段反导拦截弹制导律设计

件浩¹, 周晓光², 王军³

(1.空军工程大学防空反导学院,陕西西安,710051;2.海军飞行学院,辽宁葫芦岛,125001;
3.95084部队,广东汕头,515000)

摘要 围绕空基助推段反导作战拦截弹制导问题,建立了空基动能拦截弹的时间最优控制模型。结合空基助推段反导作战任务的特殊性探讨了模型的边界条件和容许控制问题;提出了基于虚拟弧的拦截弹可行轨迹确定方法;进一步选取拦截弹飞行时间最小、拦截弹飞行距离最短和命中点拦截弹与目标弹道导弹的拦截角度最大为性能指标,给出了弹道形成制导律的计算方法;通过案例仿真验证了模型及算法的有效性。

关键词 弹道形成;空基助推段反导;拦截弹制导律

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2013.05.008

中图分类号 TJ761.3 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2013)05-0031-05

Design of Interceptor Guidance Law for Air-based Ballistic Missile Defense During the Boost Phase

WU Hao¹, ZHOU Xiao-guang², WANG Jun³

(1. Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China; 2. Navy Flight Academy, Huludao 125001, Liaoning, China; 3. Unit 95084, Shantou 515000, Guangzhou, China)

Abstract: On the problem of the interceptor guidance for air-based ballistic missile defense during the boost-phase, firstly, the time optimal control model is established, and the model constraints and controls is discussed combining the characters of the air-based ballistic missile defense task; secondly, the method for the interceptor feasible trajectory computing is put forward based on the Virtual arc; then the iterative computing method for trajectory-Shaping guidance law is designed based on the factors, viz. minimizing the interceptor flying time, minimizing the interceptor flying time distance and maximizing the confluence angle between the interceptor and the targeting ballistic missile at the hit point; lastly, the efficiency of the model and the arithmetic is validated by simulation.

Key words: trajectory-shaping; air-based missile defense during boost-phase; interceptor guidance law

助推段、中段、末段高层和末段低层防御是目前比较公认的多层反导作战体制^[1]。在助推阶段进行拦截,拦截弹不仅要以直接碰撞方式拦截到目标,而且要有足够的动能以便摧毁目标,因此,精确制导规律的设计是助推段拦截能否实现的关键。针对空基

助推段拦截制导问题,目前已有相关文献对最小能量制导律^[2]、最优制导律^[3-4]进行了研究,取得了一定成果。最优制导律问题的实质是求解2点边值,目前求解这类问题的数值法主要有间接法和直接法2种^[5-8]。直接法把含有性能指标的泛函优化问题

收稿日期:2013-01-23

基金项目:国防科技重点实验室基金资助项目

基金项目:件浩(1972-),男,陕西泾阳人,博士生,主要从事防空反导作战运筹分析研究。E-mail:xiexina@163.com

转化为非线性规划问题,把优化过程中遇到的2点边值问题的求解转化为不需求解2点边值问题,省去了间接法使用过程中的协态或者伴随方程,避免了繁杂的梯度函数技术,使得制导规律的求解更适合计算机的特点,更易实现。文献[9]对比分析了最优制导律的2种典型形式即奇异摄动制导律和弹道形成制导律各自的优缺点,指出弹道形成制导律适用于攻击可以进行机动规避导弹攻击的目标。本文在此基础上,主要研究如何将弹道形成制导律应用于空基助推段动能反导作战。

1 拦截弹时间域最优控制建模

1.1 数学模型

空基助推段动能反导平台执行反导拦截,可以看成是一个最优控制问题,见图1,以拦截弹的发射点为最优控制问题的初态,命中点为最优控制问题的末态,综合考虑拦截时间、过载约束、拦截角度,构建最优控制问题的性能指标。

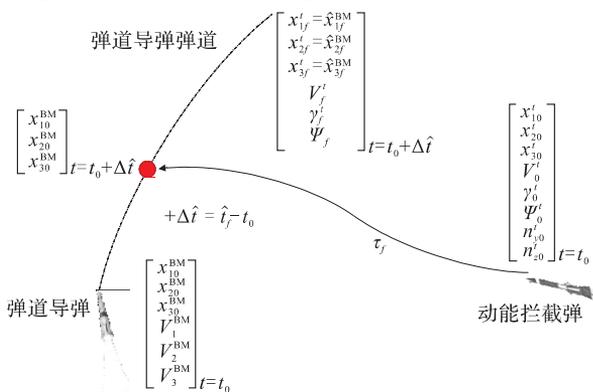


图1 助推段拦截问题的最优控制示意图

Fig.1 Sketch map of interception during the boost-phase

构建最优控制问题的状态变量 $z = \{ \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, V, \gamma, \psi \}$, 控制变量 $u = \{ n_x, n_y, n_z \}$, $t \in [t_0, t_f]$, 式

$$\ddot{\mathbf{x}}_f = \begin{bmatrix} \dot{V}_f \cos \theta_f \cos \psi_f - \dot{\theta}_f V_f \sin \theta_f \cos \psi_f - \dot{\psi}_f V_f \cos \theta_f \sin \psi_f \\ \dot{V}_f \cos \theta_f \sin \psi_f - \dot{\theta}_f V_f \sin \theta_f \sin \psi_f - \dot{\psi}_f V_f \cos \theta_f \cos \psi_f \\ -\dot{V}_f \sin \theta_f - \dot{\theta}_f V_f \cos \theta_f \end{bmatrix} \quad (5)$$

为保证末态拦截弹飞行弹道的平滑性,假设:

$$\ddot{\mathbf{x}}_f = 0 \quad (6)$$

1.3 容许控制

为保证在助推段进行拦截,必须满足以下条件:

$$|x_3(t_f)| \leq x_{3max} = 60 \text{ km} \quad (7)$$

控制变量满足以下条件:

$$\xi(u) = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} n_{max}(q) - \begin{bmatrix} |n_y(t)| \\ |n_z(t)| \end{bmatrix} \right\} \geq 0 \quad (8)$$

式中 $q = 0.7 \rho M^2$, ρ 为空气密度, M 为马赫数。

中, $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3$ 为位置矢量, V 为拦截弹速度, γ 为拦截弹弹道倾角, ψ 为拦截弹弹道偏航角, t_0 是初始时刻, t_f 为终端时刻。

最优控制问题的状态变量满足微分方程组:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_1 &= V \cos \gamma \cos \psi, & \dot{V} &= g(n_x - \sin \gamma) \\ \dot{\mathbf{x}}_2 &= V \cos \gamma \sin \psi, & \dot{\gamma} &= g V^{-1} (n_x - \cos \gamma) \\ \dot{\mathbf{x}}_3 &= -V \sin \gamma, & \dot{\psi} &= g n_y V^{-1} \arccos \gamma \end{aligned} \quad (1)$$

1.2 边界条件

初始条件为: $x_1(t_0) = x_{10}, x_2(t_0) = x_{20}, x_3(t_0) = x_{30}, V(t_0) = V_0, \theta(t_0) = \theta_0, \psi(t_0) = \psi_0, n_y(t_0) = n_{y0}, n_z(t_0) = n_{z0}, \dot{x}_i(t_0) = \dot{x}_{i0}, \ddot{x}_i(t_0) = \ddot{x}_{i0}, i=1, 2, 3$ 。在时间域中的初始边界条件为:

$$\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} \dot{x}_{10} \\ \dot{x}_{20} \\ \dot{x}_{30} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_0 \cos \theta_0 \cos \psi_0 \\ V_0 \cos \theta_0 \sin \psi_0 \\ -V_0 \sin \theta_0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

为使模型具备一定的鲁棒性,令 \mathbf{x}_0 为需要优化的参数。

拦截弹的初始条件已知,假设拦截弹发射经过时间 Δt 后成功拦截 TBM, 那么拦截弹的末状态位置为:

$$\begin{aligned} x_1(t_f) &= x_{1f}^{BM}, x_2(t_f) = x_{2f}^{BM}, x_3(t_f) = x_{3f}^{BM}, V(t_f) = V_f, \theta(t_f) = \theta_f, \psi(t_f) = \psi_f, n_y(t_f) = 0, n_z(t_f) = \cos \theta_f, \\ x_i(t_f) &= x_{if}, \dot{x}_i(t_f) = \dot{x}_{if}, \ddot{x}_i(t_f) = \ddot{x}_{if}, i=1, 2, 3. \end{aligned} \quad \text{TBM 的预测拦截点为:}$$

$$x_f^{BM} = x_0^{BM} + V_0^{BM} t_{go} + \frac{1}{2} a^{BM} t_{go}^2 \quad (3)$$

式中: $x_0^{BM}, V_0^{BM}, a^{BM}$ 分别为 t_0 时刻 TBM 的估计位置、速度、加速度; $t_{go} = t_f - t_0$ 为估计拦截时间,即从 t_0 时刻开始到拦截弹拦截 TBM 时刻所用的时间。在时间域中的末态边界条件为:

$$\dot{\mathbf{x}}_f = \begin{bmatrix} \dot{x}_{1f} \\ \dot{x}_{2f} \\ \dot{x}_{3f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_f \cos \theta_f \cos \psi_f \\ V_f \cos \theta_f \sin \psi_f \\ -V_f \sin \theta_f \end{bmatrix} \quad (4)$$

控制变量微分方程满足以下条件:

$$\gamma(u) = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} n_{max} - \begin{bmatrix} |n_y(t)| \\ |n_z(t)| \end{bmatrix} \right\} \geq 0 \quad (9)$$

2 拦截弹可行轨迹确定

假定拦截弹的拦截轨迹 $x_i (i=1, 2, 3)$ 可由含有抽象参数 τ 的高阶多项式描述, τ 为虚拟弧, 则:

$$\begin{aligned}
 \ddot{x}_i(\tau) &= P_{x''i}(\tau) = a_{i3} + a_{i4}\tau + a_{i5}\tau^2 + a_{i6}\tau^3 + a_{i7}\tau^4 \\
 \dot{x}_i(\tau) &= P_{x'i}(\tau) = a_{i2} + a_{i3}\tau + \frac{1}{2}a_{i4}\tau^2 + \frac{1}{3}a_{i5}\tau^3 + \frac{1}{4}a_{i6}\tau^4 + \frac{1}{5}a_{i7}\tau^5 \\
 x_i(\tau) &= P_{xi}(\tau) = a_{i1} + \frac{1}{2}a_{i3}\tau + \frac{1}{6}a_{i4}\tau^3 + \frac{1}{12}a_{i5}\tau^4 + \frac{1}{20}a_{i6}\tau^5 + \frac{1}{30}a_{i7}\tau^6 \\
 x_i(\tau) &= P_{xi}(\tau) = a_{i0} + a_{i1}\tau + \frac{1}{2}a_{i3}\tau^3 + \frac{1}{6}a_{i4}\tau^4 + \frac{1}{60}a_{i5}\tau^5 + \frac{1}{120}a_{i6}\tau^6 + \frac{1}{210}a_{i7}\tau^7
 \end{aligned} \tag{10}$$

式中,系数 $a_{ik} (i=1,2,3;k=0,1,\dots,7)$ 由方程(11)求得:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \tau_f & \frac{1}{2}\tau_f^2 & \frac{1}{6}\tau_f^3 & \frac{1}{24}\tau_f^4 & \frac{1}{60}\tau_f^5 & \frac{1}{120}\tau_f^6 & \frac{1}{210}\tau_f^7 \\ 0 & 1 & \tau_f & \frac{1}{2}\tau_f^2 & \frac{1}{6}\tau_f^3 & \frac{1}{12}\tau_f^4 & \frac{1}{20}\tau_f^5 & \frac{1}{30}\tau_f^6 \\ 0 & 0 & 1 & \tau_f & \frac{1}{2}\tau_f^2 & \frac{1}{3}\tau_f^3 & \frac{1}{4}\tau_f^4 & \frac{1}{5}\tau_f^5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \tau_f & \tau_f^2 & \tau_f^3 & \tau_f^4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_{i0} \\ a_{i1} \\ a_{i2} \\ a_{i3} \\ a_{i4} \\ a_{i5} \\ a_{i6} \\ a_{i7} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{i0} \\ x'_{i0} \\ x''_{i0} \\ x'''_{i0} \\ x_{if} \\ x'_{if} \\ x''_{if} \\ x'''_{if} \end{pmatrix} \tag{11}$$

在求出 a_{ik} 值的基础上,通过下式建立虚拟弧和时间的关系:

$$\lambda(\tau) = d\tau/dt \tag{12}$$

式中 λ 称为虚拟速度。使用方程(13),建立时间域到虚拟弧域的转化:

$$\begin{aligned}
 V'(\tau) &= g(n_x - \sin\theta) \frac{d\tau}{dt} = \frac{g(n_x - \sin\theta)}{\lambda(\tau)} \\
 \dot{x}_i(\tau) &= \frac{dx_i}{d\tau} \frac{d\tau}{dt} = x'_i(\tau)\lambda(\tau) \\
 \ddot{x}_i(\tau) &= \frac{d(x'_i\lambda(\tau))}{d\tau} \frac{d\tau}{dt} = x''_i\lambda^2 + x'_i\lambda', \quad i=1,2,3 \tag{13} \\
 \ddot{x}_i(\tau) &= \frac{dx''_i\lambda^2(\tau) + x'_i\lambda'(\tau)\lambda(\tau)}{d\tau} \frac{d\tau}{dt} = \\
 & x'''_i\lambda^3 + 3x''_i\lambda'\lambda^2 + x'_i(\lambda''\lambda^2 + \lambda'^2\lambda), \quad i=1,2,3
 \end{aligned}$$

在 $x_0, \dot{x}_0, \ddot{x}_0, \ddot{x}_0, x_f, \dot{x}_f, \ddot{x}_f, \ddot{x}_f$ 已知的条件下, $x_0, \dot{x}_0, \ddot{x}_0, \ddot{x}_0, x_f, \dot{x}_f, \ddot{x}_f, \ddot{x}_f$ 的值可以通过式(13)进行确定,进而确定 a_{ik} 的值。 $\lambda = \lambda(\tau)$ 的初态和末态分别为:

$$\lambda = V_0, \lambda' = \dot{V}_0 V_0^{-1}, \lambda_f = V_f, \lambda'_f = \dot{V}_f V_f^{-1} \tag{14}$$

若假定参考弹道有 N 个固定点均匀的分布在虚拟弧 $[0; \tau_f]$ 上,那么虚拟弧的间隔为:

$$\Delta\tau = \tau_f / (N-1) \tag{15}$$

通过 $\tau_j = \tau_{j-1} + \Delta\tau, j=2,3,\dots,N$ 计算下一点虚拟弧的值,并且计算相应的弹道参数 $P_{xi}(\tau), P'_{xi}(\tau), P''_{xi}(\tau)$,从而计算下述变量:

$$\begin{aligned}
 \gamma_j &= \arctg \frac{-x''_{3;j}}{\sqrt{x'^2_{1;j} + x'^2_{2;j}}}, \psi_j = \arctg \frac{x''_{2;j}}{x'_{1;j}} \\
 \gamma_j &= \frac{x''_{3;j}(x'_{1;j} + x'_{2;j}) - x''_{3;j}(x'^2_{1;j} + x'^2_{2;j})}{(x'^2_{1;j} + x'^2_{2;j})^{\frac{3}{2}}} \cos^2 \gamma_j
 \end{aligned} \tag{16}$$

$$\psi_j = \frac{x''_{2;j} x'_{1;j} - x'_{1;j} x''_{2;j}}{x'^2_{1;j}} \cos^2 \psi_j \tag{17}$$

$$V_j = V_{j-1} + V'_{j-1}(\tau)\Delta\tau \tag{18}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta t_{j-1} &= 2 \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^3 (x_{i;j} - x_{i;j-1})^2}}{V_j + V_{j-1}} \\
 t_j &= t_{j-1} + \Delta t_{j-1}, \lambda_j = \frac{\Delta\tau}{\Delta t_{j-1}}
 \end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}
 n_{y;j} &= V_j g^{-1} \lambda_j \psi_j \cos \theta_j \\
 n_{z;j} &= V_j g^{-1} \lambda_j \psi_j \cos \theta_j + \cos \gamma_j
 \end{aligned} \tag{20}$$

加上时间延迟,则式(20)变为:

$$\begin{aligned}
 n^c_{y;j} &= n_{y;j} + (n_{y;j} - n_{y;j-1})/\Delta t_{j-1} T \\
 n^c_{z;j} &= n_{z;j} + (n_{z;j} - n_{z;j-1})/\Delta t_{j-1} T
 \end{aligned} \tag{21}$$

3 弹道形成制导律解算流程

获取拦截弹飞行轨迹的 N 个点参数(状态和控制变量)后,计算拦截弹飞行轨迹的惩罚函数和性能指标。惩罚函数的定义如下:

$$P_F = [0.01, 1, 1, \omega^c, \omega^c] \cdot \begin{bmatrix} \max_j (0; |x_{3;j} - x_{3\max}|)^2 \\ \max_j (0; |n_{y;j} - n_{\max}(q_j)|)^2 \\ \max_j (0; |n_{z;j} - n_{\max}(q_j)|)^2 \\ \max_j (0; |\dot{n}_{y;j} - \dot{n}_{\max}|)^2 \\ \max_j (0; |\dot{n}_{z;j} - \dot{n}_{\max}|)^2 \end{bmatrix} \tag{22}$$

式中 w^c 为权重系数。

空基动能助推段反导作战,首先考虑最小化拦

截弹飞行时间;第二,最小化拦截弹飞行距离;第三,最大化命中点拦截弹与目标弹道导弹的拦截角度,以达到最大的动能碰撞。综合考虑以上问题,定义性能指标函数为:

$$P_I = \omega_1 k_1 \tau_f + \omega_2 k_2 t_{go} + \omega_3 k_3 \left(\frac{|(V_f^{BM}, V_f)|}{\|V_f^{BM}\| \cdot \|V_f\|} \right)^{-1} \quad (23)$$

式中 $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ 为权重系数。弹道形成制导律解算的流程为:

Step1 对 x_0^{BM}, V_0^{BM} 和 t_{go} 进行估计,推测 τ_f, γ_f, Ψ_f 和 x_0 的值;

Step2 应用式(2~7)确定时间域最优控制问题的初始和末端的边界值,应用式(11~12)计算可行弹道;

Step3 应用式(17)计算动能拦截弹的动力学参数,应用式(21)计算动能拦截弹控制参数;

Step4 应用式(22)计算惩罚函数 P_F ,应用式(23)计算性能指标 P_I ,使惩罚函数 P_F 为零,最小化性能指标 P_I ,当惩罚函数 P_F 和性能指标 P_I 满足阈值,停止计算,否则转到 **Step5**;

Step5 重新估计 t_{go} ,调整其它参数,转到 **Step1**。

4 仿真分析

假设1:天基红外导弹预警卫星已发现并确认了1枚远程弹道导弹 ICBM 的发射,随后由3部 X波段雷达 RADAR-1、RADAR-2 和 RADAR-3 对其进行同步跟踪,采用多传感器/单弹道导弹的 EKF 算法^[10],并用融合后的跟踪数据导引1枚空基发射的动能拦截弹对 ICBM 进行拦截,拦截时间的估计方法见文献^[11]。

假设2:空基动能助推段反导拦截平台部署在弹道导弹 ICBM 发射方向,距发射点 200 km 处,飞行高度为 10 km。弹道导弹发射 20 s 后被预警探测系统截获,空基动能助推段反导平台立即发射拦截弹。拦截弹发射角度为 3° ,助推器持续时间为 9 s,9 s 后进入近最优控制阶段。为简化问题,假定空基动能助推段反导平台悬浮于空中,不考虑空基助推段反导平台的速度对拦截弹的影响。发现目标后,立即发射拦截弹,不需要准备时间。仿真实体参数设置见表1。

表1 仿真实体参数设置

Tab.1 Parameter setting of simulation entities

实体	参数
ICBM	假设为3级助推,3级的质量分别为 108 000 kg、61 000 kg、17 000 kg,有效载荷为 5 000 kg,3级的推进剂质量分别为 91 800 kg、51 850 kg、14 450 kg,单位时间内产生的冲量均为 300 N·S,燃烧的时间均为 40 s,发射点的位置位为(41°00'00"N,129°00'00"E)。
拦截弹	假设为2级助推器的动能拦截弹,长度为 6.5 m,有效载荷为 115 kg,发射质量第1级 712 kg,第2级 686 kg,推进剂质量分别为 486 kg、360 kg,燃烧时间第1级 6 s、第2级 15 s,过载约束参照典型中远程空空导弹。
RADAR-1 RADAR-2 RADAR-3	3部地基 X 波段雷达,分别位于(40°21'00"N,134°34'35"E)、(43°43'00"N,135°46'00"E)、(39°35'00"N,130°46'00"E),且 $\sigma = \sigma_g = 3.6398 \times 10^5 \text{ rad}$, $\sigma_R = 31.1959 \text{ m}$ 。

依据以上设定数据,在 matlab7.0 编成环境下,使用 matlab 中的“fminsearch”函数对近最优制导问题进行参数优化,系统迭代 41 次后收敛。其仿真结果见图 2~图 5。

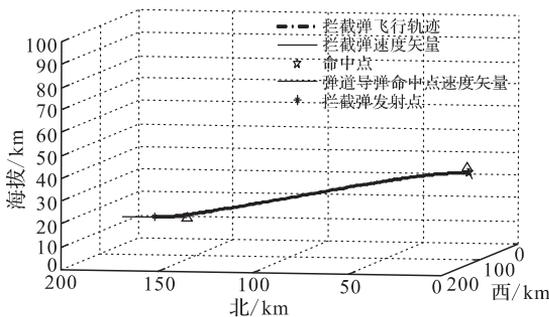


图2 空基动能助推段反导作战仿真显示

Fig.2 Display of air-based boost-phase missile defense

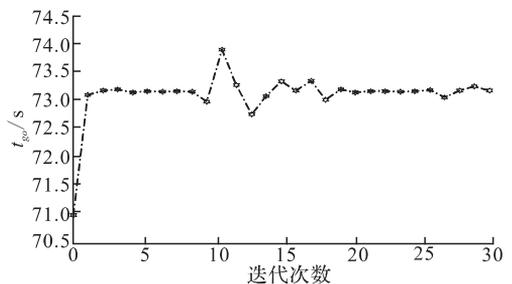


图3 拦截时间估计与迭代次数关系

Fig.3 Estimation and iterative values of t_{go}

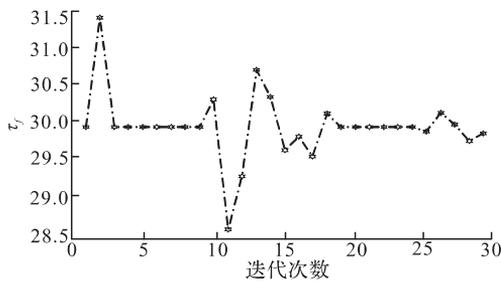


图4 虚拟弧与迭代次数关系

Fig.4 Virtual arcs and iterative values

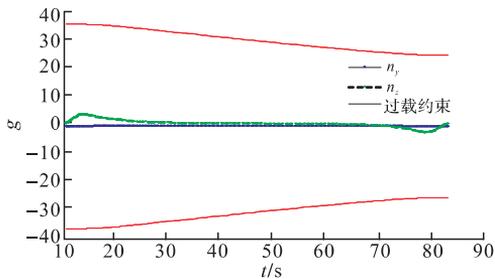


图5 过载约束

Fig.5 Over loading restriction

从图2可见,拦截器对弹道导弹的拦截高度为海拔35.6 km,属于大气层内助推段拦截;从图3可见,拦截弹对弹道导弹的拦截估计时间为73 s左右,因为在仿真假设过程中,没有考虑空基助推段反导平台的系统准备时间,因此在实际作战过程中,空基动能助推段反导平台发射拦截弹对弹道导弹进行拦截的时间应该大于73 s;从图5可见,应用最优制导律进行空基动能拦截弹的导引,空基动能拦截弹在拦截过程中所需的过载完全满足过载约束。

5 结语

本文仅是对空基拦截弹制导律的设计问题进行了初步的探索,弹道形成制导律虽对弹道导弹助推段的变加速运动有一定的适应性,但却不能回避其指向误差大的缺陷,要将其可靠地用于空基助推段反导还需进一步论证并改进其制导精度。

参考文献(References):

- [1] 黄树彩,刘军兰,康红霞.弹道导弹防御的交战程序设计[J].空军工程大学学报:自然科学版,2011,12(3),35-39.
HUANG Shucui, LIU Junlan, KANG Hongxia. Design of the engage schedule group for ballistic defense [J]. Journal of air force engineering university: natural science edition, 2011, 12(3), 35-39. (in Chinese)
- [2] 崔彦凯,梁晓庚,贾晓洪,等.基于最小能量的空基反弹道导弹制导律设计[J].计算机仿真,2011,28(7):87-89.

- CUI Yankai, LIANG Xiaogeng, JIA Xiaohong, et al. Guidance law of air launched antiballistic missile based on minimum energy [J]. Computer simulation, 2011, 28(7): 87-89. (in Chinese)
- [3] 崔彦凯,梁晓庚,王斐,等.弹道导弹助推段拦截最优制导律设计[J].飞行力学,2011,29(1):59-62.
CUI Yankai, LIANG Xiaogeng, WANG Fei, et al. Design of optimal guidance law for interception ballistic missile during the boost phase [J]. Fight dynamics, 2011, 29(1): 59-62. (in Chinese)
- [4] 肖增博,雷虎民,叶继坤,等.一种用于弹道助推段拦截的最优制导律[J].弹道学报,2011,23(4):16-21.
XIAO Zengbo, LEI Humin, YE Jikun, et al. An optimal guidance law for boost phase interception of ballistic missile [J]. Journal of ballistics, 2011, 23(4): 16-21. (in Chinese)
- [5] 胡寿松.自动控制原理[M].北京:科学出版社,2001.
HU Shousong. Automatic control theory [M]. Beijing: Science press, 2001. (in Chinese)
- [6] Lukacs I V, John, Yakimenko, et al. Trajectory-shaping guidance for interception of ballistic missiles in the boost phase [J]. Journal of guidance control and dynamics, 2008, 31(5):1524-1531.
- [7] Bardanis, Florios. Kill vehicle effectiveness for boost phase interception of ballistic missiles [D]. Monterey CA: Naval postgraduate school, 2004.
- [8] Yakimenko O A. Direct method of calculus of variations as the means for rapid prototyping of optimal trajectories [M]. New York: Course notes, 2006.
- [9] 李峰,王新龙.空空导弹中制导律的适用性研究[J].航空兵器,2009(6):3-7.
LI Feng, WANG Xinlong. Research on applicability of midcourse guidance laws for air-to-air missile [J]. Aero weaponry, 2009(6): 3-7. (in Chinese)
- [10] 谢鑫,李为民,周晓光,等.基于EKF算法的弹道导弹助推段跟踪建模与仿真[J].现代防御技术,2011,39(5):146-151.
XIE Xin, LI Weimin, ZHOU Xiaoguang, et al. The modeling and simulation of the ballistic missile boost phase tracking based on EKF [J]. Modern defence technology, 2011, 39(5): 146-151. (in Chinese)
- [11] Hull D G, Radke J J, Mack R E. Time to-go prediction for homing missiles based on minimum-time intercepts [J]. Journal guidance, 1991, 14(5): 865-871.

(编辑:田新华)