近空间雷达网角度定位算法

李国帅, 冯金富, 王燊燊, 王 聪

(空军工程大学航空航天工程学院,陕西西安,710038)

摘要 研究了一种基于角度信息的近空间雷达网定位算法。首先根据几何关系将目标与各站 的关系方程转换成线性方程,并求出带噪声的最小二乘解,然后通过最大似然估计将定位问题 转化成无约束极值问题,以最小二乘解为初值,利用 DFP 算法进行迭代求得更精确的定位解, 并给出了求解的详细步骤,最后推导了几何精度因子的表达式,并对算法性能和定位精度进行 了仿真分析,证明了算法的有效性。

关键词 雷达网;最大似然;DFP 算法;几何精度因子

DOI 10. 3969/j. issn. 1009-3516. 2013. 01. 009

中图分类号 TN96 文献标志码 A 文章编号 1009-3516(2013)01-0040-05

Angle Positioning Algorithm for Near Space Radar Networks

LI Guo-shuai, FENG Jin-fu, WANG Shen-shen, WANG Cong

(Aeronautics and Astronautics Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract: A location algorithm for near space radar networks based on angle information is researched in this paper, firstly, the relationship equations of target and radar stations are translated into linear equations based on geometric relationship, and the least-square solution including noise is found. And then the location, issue is transformed into unconstrained extremum problem by the way of maximum likelihood estimation, taking the least-square solution as an initial value, the more accurate positioning solution is worked out using DFP algorithm, and the detailed process is given at the same time. Finally, the expression of geometric dilution precision (GDOP) is deduced, and simulation analysis for the performance of the algorithm and the location accuracy is presented, all of this proves that the algorithm is effective. **Key words**: radar networks; maximum likelihood; DFP algorithm; GDOP

近空间处于地面上空 20~100 km 处,这一空 域不受天气和电磁辐射等环境因素的影响,在近空 间部署雷达,可以较低的费用实现卫星和飞机所具 有的探测和定位等功能^[1],而且基于近空间平台的 雷达网具有机动性强、持续工作时间长、分辨率高和 覆盖范围广等优点,这些优势使近空间雷达网在预 警、监视、侦察和远距离通信等方面具有极大的应用 潜能。 目标定位是近空间雷达网应用的一个重要方 面,在雷达网定位过程中,雷达与目标之间的距离和 角度信息是最基本的量测量,利用距离信息或角度 信息进行定位的研究具有现实意义,雷达网对目标 进行探测时,可能会由于发射站信息丢失而仅有接 收站得到的角度信息,此时就需要根据角度信息进 行定位^[2],本文即研究基于角度信息的定位。在目 标定位算法方面,文献[3]研究了一种近似极大似然

收稿日期:2012-06-25

作者简介:李国帅(1986一),男,山东定陶人,博士生,主要从事武器系统运用工程技术研究. E-mail:lgsman@163.com

(Approximate maximum likelihood, AML,)的定位 算法,文献[4]研究了基于多项式求根的定位方法, 文献[5]研究了渐进迭代最小二乘的定位算法,文献 [6]研究了一种基于传播算子定位算法,本文设近空 间雷达部署在相对地面静止的浮空器上,分析并推 导了利用近空间雷达网测得的目标角度信息进行定 位的算法,考虑近空间平台扰动的情况下,进行了定 位精度的仿真和分析。

1 定位算法

与地面雷达网只能进行二维布站相比,近空间 雷达定位网的部署更加灵活,可以在高空进行三维 布站,实现更大区域的覆盖,进行高低空雷达配合, 实现对低空和超低空目标的探测,所以本文作如下 假设:发射站坐标为 $X_T = [x_T, y_T, z_T]^T$,第 k 个接 收站的坐标为 $X_k = [x_k, y_k, z_k]^T$,目标的真实坐标 为 $X = [x, y, z]^T$, η_k 是目标对第 k 个接收站的真 实俯仰角, α_k 是目标对第 k 个接收站的真实方位 角, $k = 1, 2, \dots, N$,见图 1。



图 1 近空间雷达网定位系统 Fig. 1 Near space radar network positioning system

由目标和各站的关系可得:

$$\begin{cases} \tan \alpha_{k} = \frac{(y - y_{k})}{(x - x_{k})} \\ \tan \eta_{k} = \frac{(z - z_{k})}{(\sqrt{(x - x_{k})^{2} + (y - y_{k})^{2}})} \end{cases}$$
(1)

根据角度几何关系得 $\sqrt{(x-x_k)^2 + (y-y_k)^2} = (x-x_k)\cos\alpha_k + (y-y_k)\sin\alpha_k$,依此对式(1)变换可得:

$$\begin{cases} x \sin \alpha_k - y \cos \alpha_k = x_k \sin \alpha_k - y_k \cos \alpha_k \\ x \cos \alpha_k \sin \eta_k + y \sin \alpha_k \sin \eta_k - x \cos \eta_k = \\ x_k \cos \alpha_k \sin \eta_k + y_k \sin \alpha_k \sin \eta_k - x_k \cos \eta_k \end{cases}$$
(2)



雷达网部署在近空间平台上,由于平台扰动和 测量误差的存在,得到的角度信息和雷达站坐标均 带有一定的噪声,实际得到的量测值分别设为 X_{k}^{*} = $[x_{k}^{*}, y_{k}^{*}, z_{k}^{*}]^{T}, \alpha_{k}^{*}, \chi_{k}^{*}, 系统的量测方程为:$

$$\boldsymbol{A}^* \boldsymbol{X} = \boldsymbol{b}^* \tag{4}$$

当 N≥2 时,得到定位的最小二乘解[8-9]:

$$\boldsymbol{X}^* = ((\boldsymbol{A}^*)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{A}^*)^{-1} (\boldsymbol{A}^*)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{b}^*$$
 (5)

由于量测得到的角度信息含有噪声,此时得到 的定位解误差较大,可将此解作为初值,通过优化算 法得到更为精确的解。

令 $a_k^* = a_k + l_k, \eta_k^* = \eta_k + o_k, 其中 l_k, o_k 分别为$ 第 k 个接收站得到角度信息的噪声, k=1,2,...,N, 将各雷达站的量测值写成向量的形式得 $\psi^* = [a_1^*, a_2^*, \dots, a_N^*, \eta_1^*, \eta_2^*, \dots, \eta_N^*], 令 \psi = [a_1, a_2, \dots, a_N, \eta_1, \eta_2, \dots, \eta_N], \sigma = [l_1, l_2, \dots, l_N, o_1, o_2, \dots, o_N]则$ $\psi^* = \psi + \sigma,$ 设噪声向量 σ 的均值为 0, 协方差矩阵 为 R,则量测向量的似然函数为:

$$L(\boldsymbol{\psi}^*) = (2\pi)^{\frac{-N}{2}} |\boldsymbol{R}|^{\frac{-N}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{\psi}^*)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{R}^{-1} \boldsymbol{\psi}^*\right\}$$
(6)

对式(6)求对数:

$$f(\boldsymbol{\psi}^*) = \ln L(\boldsymbol{\psi}^*) = -N \ln(2\pi) - \frac{N}{2} \ln(|\boldsymbol{R}|) - \frac{1}{2} (\boldsymbol{\psi}^*)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{R}^{-1} \boldsymbol{\psi}^* \quad (7)$$

利用最大似然估计可得:

$$\hat{X} = \arg \max_{\mathbf{x}} f(\boldsymbol{\psi}^*) \tag{8}$$

式(7)为无约束极值问题,可采用 DFP 算法求 解,此方法重点是计算校正矩阵 **H**_{k+1},计算公式为:

$$\boldsymbol{H}_{k+1} = \boldsymbol{H}_{k} + \frac{\boldsymbol{p}^{(k)} (\boldsymbol{p}^{(k)})^{\mathrm{T}}}{(\boldsymbol{p}^{(k)})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{q}^{(k)}} - \frac{\boldsymbol{H}_{k} \boldsymbol{q}^{(k)} (\boldsymbol{q}^{(k)})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{H}_{k}}{(\boldsymbol{q}^{(k)})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{H}_{k} \boldsymbol{q}^{(k)}} \quad (9)$$

p^(k)、**q**^(k)将在下文中得到。

在运用 DFP 算法之前,对 $f(\boldsymbol{\psi}^*)$ 进行化简,由 式(7)得: $\nabla f(\boldsymbol{X}^{(k)}) = -\frac{\partial(\boldsymbol{\psi}^*)^{\mathrm{T}}}{\partial \boldsymbol{X}} \boldsymbol{R}^{-1} \boldsymbol{\psi}^* \Big|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}^{(k)}},$ $\nabla^2 f(\boldsymbol{X}^{(k)}) = \frac{\partial \nabla f(\boldsymbol{X}^{(k)})}{\partial \boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}} \Big|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}^{(k)}},$ 将 $f(\boldsymbol{\psi}^*)$ 在 $\boldsymbol{X}^{(k)}$ 处 进行 Taylor 展开并忽略二次以上高阶项可得下面 等式:

$$f(\boldsymbol{\psi}^{*}) \approx f(\boldsymbol{X}^{(k)}) + \nabla f(\boldsymbol{X}^{(k)})^{\mathsf{T}} (\boldsymbol{X} - \boldsymbol{X}^{(k)}) + \frac{1}{2} (\boldsymbol{X} - \boldsymbol{X}^{(k)})^{\mathsf{T}} \nabla^{2} f(\boldsymbol{X}^{(k)}) (\boldsymbol{X} - \boldsymbol{X}^{(k)})$$
(10)

利用 DFP 方法计算步骤如下:

Step1 取式(4)的最小二乘解作为初始点,即 $X^{(1)} = X^*$,设定求解精度 $\epsilon(\epsilon > 0)$;

Step2 令 $H_1 = I_N$, 计算在 $X^{(1)}$ 处的梯度 $g_1 =$ $\partial f(\psi^*) / \partial X \Big|_{x=x^{(k)}}$, 将 k 置 1;

Step3 $\Leftrightarrow d^{(k)} = -H_k g_k;$

Step4 由 $\lambda_k = \arg \max_{\lambda \ge 0} f(\mathbf{X}^{(k)} + \lambda \mathbf{d}^{(k)}) 求 出步$ 长 λ_k ,令 $\mathbf{X}^{(k+1)} = \mathbf{X}^{(k)} + \lambda_k \mathbf{d}^{(k)}$;

Step5 若 $\| \nabla f(X^{(k+1)}) \| \leq \varepsilon$,则停止计算,得 到定位解 $\hat{x} = X^{(k+1)}$,否则进入 Step6;

Step6 若 k = N,则令 $X^{(1)} = X^{(k+1)}$,返回 **Step2**,否则进入 **Step7**;

Step7 令 $g_{k+1} = \nabla f(X^{(k+1)}), p^{(k)} = \lambda d^{(k)}, q^{(k)}$ = $g_{k+1} - g_k$,利用式(9)计算 H_{k+1} ,置 k = k+1,转 Step2。

2 误差分析

 $ひ \psi^* = [\alpha_1^*, \alpha_2^*, \dots, \alpha_N^*, \eta_1^*, \eta_2^*, \dots, \eta_N^*], 其误
 差服从均值为 0 的高斯分布:$

$$d\boldsymbol{\psi}^{\star} \sim N(0, \operatorname{diag}(\sigma_{a_{1}}^{2}, \sigma_{a_{2}}^{2}, \cdots, \sigma_{a_{N}}^{2}), \sigma_{\eta_{1}}^{2}, \sigma_{\eta_{2}}^{2}, \cdots, \sigma_{\eta_{N}}^{2}))$$
(11)

记 $dX = [dx, dy, dz]^T$,则对定位方程式(1)求 微分并写成矩阵的形式可得:

 $d\psi^{*} = CdX + C^{1} dX_{1} + \dots + C^{N} dX_{N}$ (12) 式中:dX₁,dX₂,...,dX_N 为扰动误差;C¹,C²,...,C^N 为扰动误差系数,可通过对式(1)求微分得到,令 m_k = (x-x_k)² + (y-y_k)², n_k = (x-x_k)² + (y-y_k)² + (z-z_k)²,其中 k=1,2,...,N_o 目标位置误差系 数矩阵 C 的各元素为: C_{k,1} = $\frac{(y_{k}-y)}{m_{k}}$, C_{k,2} = $\frac{(x-x_{k})}{m_{k}}$, C_{k,3} = 0, C_{k+N,1} = $\frac{-(x-x_{k})(z-z_{k})}{(n_{k}\sqrt{m_{k}})}$, C_{k+N,2} = $\frac{-(y-y_{k})(z-z_{k})}{(n_{k}\sqrt{m_{k}})}$, C_{k+N,3} = $\frac{\sqrt{m_{k}}}{n_{k}}$, 发射站扰动误差系数 C'的各元素(其中 t=1,

2,...,N)
$$\mathcal{H}$$
: $C_{k,1}^{i} = \frac{(y-y_{k})}{m_{k}}, C_{k,2}^{i} = \frac{(x_{k}-x)}{m_{k}}, C_{k,3}^{i} =$
0, $C_{k+N,1}^{i} = \frac{(x-x_{k})(z-z_{k})}{(n_{k}\sqrt{m_{k}})}, C_{k+N,2}^{i} =$

 $\frac{(y-y_k)(z-z_k)}{(n_k\sqrt{m_k})}, C_{k+N,3}^{i} = \frac{-\sqrt{m_k}}{n_k}, \\ \text{由式(12)可得:} \\ \text{dX} = (C^{\mathrm{T}}C)^{-1}C^{\mathrm{T}} \\ \left[\mathrm{d}\psi^* - C^{\mathrm{I}} \mathrm{d}X_1 - C^{\mathrm{e}} \mathrm{d}X_2 - \cdots - C^{\mathrm{N}} \mathrm{d}X_{\mathrm{N}} \right] \quad (13) \\ \text{定位协方差矩阵为:} \\ P_{\mathrm{dx}} = (C^{\mathrm{T}}C)^{-1}C^{\mathrm{T}} [P_{\mathrm{d}\psi} + C^{\mathrm{I}}P_{\mathrm{d}x_1} (C^{\mathrm{I}})^{\mathrm{T}} + C^{\mathrm{e}}P_{\mathrm{d}x_2} + \\ \cdots + C^{\mathrm{N}}P_{\mathrm{d}x_N} (C^{\mathrm{N}})^{\mathrm{T}}]C(C^{\mathrm{T}}C)^{-\mathrm{T}} \quad (14) \end{cases}$

式中: $P_{d\psi}$ = diag ($\sigma_{a_1}^2$, $\sigma_{a_2}^2$, …, $\sigma_{a_N}^2$, $\sigma_{\eta_1}^2$, $\sigma_{\eta_2}^2$, …, $\sigma_{\eta_N}^2$), P_{dx_1} , P_{dx_2} , …, P_{dx_N} 为相应的站址误差协方差 矩阵,则定位精度 GDOP 为^[7]:

$$GDOP = \sqrt{tr(\boldsymbol{P}_{d\boldsymbol{X}})}$$
(15)

3 仿真分析

设近空间雷达网为1发4收体制,在直角坐标 系统中,雷达网的发射站坐标为(0,0,*h*),4个接收 站的坐标分别为(-80,-80,45),(80,-80,50), (80,80,55),(-80,80,40),各接收站的角度估计误 差服从零均值同方差的正态分布,且统计相互独立, 图 2 为近空间雷达网定位的 GDOP 分布图。





Fig. 2 GDOP contours

由图 2 可以得出如下结论:①同一高度,收发站 之间的空域定位精度最高,而在雷达网外围接收站 附近,存在一个区域,这里定位精度随目标与接收站 距离的增大迅速降低,而其它区域定位精度的变化

运离的增大迅速碎低,而共它区域定位相度的变化 较为平缓;②方位角对定位精度的影响要大于俯仰 角;③定位精度随着目标离雷达网距离的增加而降 低,但受距离变化的影响不明显;④在同一高度平台 扰动对定位精度有较大的影响,且扰动对定位精度 的影响要大于目标距离对定位精度的影响。

下面对本文定位算法的定位性能进行仿真分析,设近空间雷达网的配置同上,目标坐标为(150, 50,20),方位角和俯仰角测角误差均方差相等,不考 虑平台扰动的影响,利用本文方法、最小二乘法、极 大似然算法和多项式求根算法分别进行定位并做 600次 Monte-Carlo 仿真,结果见图 3。



Fig. 3 The contrast of algorithm relative error

观察相对误差随测角误差均方差变化的关系可 以看出,几种算法的相对误差随测角误差均方差的 增大而增大,并且由于本文方法以最小二乘算法的 计算结果为初值进行迭代运算,减小了定位的相对 误差,所以本文方法可以有效地提高近空间雷达网 的定位精度。仿真实验过程表明,多项式求根法在 站点较少时实时性较好,随着站点的增多,运算速度 下降很快,最小二乘法和 AML 方法实时性最好,本 文算法次之,但随着微处理器发展,应用本文算法进 行运算的速度已不成问题,综合考虑,本文算法的定 位性能要优于以上几种算法。

4 结语

本文基于角度信息研究了一种近空间雷达网的 定位算法,并对其定位精度的实时性进行了分析,仿 真结果表明,平台扰动和方位角误差对定位精度的 影响较大,本文算法的定位精度随测角误差均方差 的增大而增大,定位性能好于最小二乘法,能有效地 减小定位相对误差,但牺牲了一定的计算时间。本 文假设只有角度信息时进行了定位研究,当角度和 距离信息都已知时,如何综合利用两种信息进行定 位是下一步需要研究的问题。

参考文献(References):

- [1] Wen Qin Wang, Jingye Cai, Qicong Peng. Near-space microwave radar remote sensing: potentials and challenge analysis[J]. Remote sensing, 2010(2):717-739.
- [2] Fowler M L. Analysis of single-platform fpaaive emitter location with terrain data[J]. IEEE transactions on aerosapce and electronic systems, 2001, 37 (2): 495-507.
- [3] Chan Y T, Herman Yau, Chin Hang. Exact and approximate maximum likelihood localization algorithms
 [J]. IEEE transactions on vehicular technology, 2006, 55 (1):10-16.
- [4] 谢荣,刘峥.基于多项式求根的双基地 MIMO 雷达多 目标定位方法[J].电子与信息学报,2010,32(9): 2197-2200.

XIE Rong, LIU Zheng. Multi-target localization based on polynomial rooting for bistatic MIMO radar[J]. Journal of electronics & information technology, 2010, 32(9):2197-2200. (in Chinese)

- [5] Petre Stoica, Jian Li. Source localization from rangedifference measurements [J]. IEEE signal processing magazine, 2006, 63(11):63-65.
- [6] 陈金立,顾红,苏卫民. 一种双基地 MIMO 雷达快速
 多目标定位方法[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(7):
 1664-1668.

CHEN Jinli, GU Hong, SU Weimin. A method for fast multi-target localization in bistatic MIMO radar system[J]. Journal of electronics & information technology, 2009, 31(7): 1664-1668. (in Chinese)

[7] 王燊燊,冯金富,王方年,等.基于约束最小二乘的近空
 间雷达网定位算法[J].电子与信息学报,2011,33(7):
 1655-1660.

(下转第52页)

第1期

7 结语

在组合导航系统中,若某个导航设备遭到破坏 或严重干扰,将导致导航数据的发散,严重影响导航 定位精度。本文利用置信度加权的方法对破坏程度 进行综合判断,有选择地对导航数据进行利用,有效 地解决了组合导航系统数据发散的问题。

参考文献(References):

- Brown A K. GPS/INS uses low-cost MEMS IMU[J].
 Aerospace and electronic system magazine IEEE, 2005, 20(9):3-10.
- [2] Hang Liu, Sameh Nassar, Naser Elsheing. Twofilter smoothing for accurate INS/GPS land-vehicle navigation in urban centers[J]. IEEE transactions on vehicular technology, 2010, 59(9): 4256-4267.
- [3] 谢钢.GPS原理与接收机设计[M].北京:电子工业出版社,2009.

XIE Gang. Principles of GPS and receiver design[M]. Beijing.Publishing house of electronics industry,2009. (in Chinese)

[4] 许丽佳,陈阳舟,崔平远.组合导航系统的模糊信息融 合[J].系统仿真学报,2005,17(1):124-128.

XU Lijia, CHEN Yangzhou, CUI Pingyuan. Fuzzy information fusion in integrated navigation system [J]. Journal of system simulation, 2005, 17(1): 124-128. (in Chinese)

(上接第43页)

WANG Shenshen, FENG Jinfu, WANG Fangnian, et al. Location method of near space radar network based on regularized constrained total least square[J]. Journal of electronics & information technology, 2011, 33 (7):1655-1660. (in Chinese)

- [8] Markovsky I, Mahmoodi S. Least-squares contour alignment[J]. Signal processing letters IEEE, 2009, 16 (1):41-44.
- [9] Yang Kai, An Jianping, Bu Xiangyuan, et al.
 Constrained total least-squares location algorithm u-

[5] 陈玉峰.差分 BD/GLONASS 系统及其与 INS 组合导 航关键技术研究和工程实现[D]. 西安:空军工程大 学,2009.

CHEN Yufeng. Differential BD/GLONASS system and its integrated navigation key technology research and engineering realization[D]. Xi'an: Air force engineering univesity, 2009. (in Chinese)

- [6] Abdelazim T, Abdelhamid W, Elsheimy N, et al. Experimental results of an adaptive fuzzy network Kalman filtering integration for low cost navigation application
 [C]//IEEE annual meeting of the fuzzy information.
 [S. I.]:IEEE press, 2004:844-849.
- [7] 张国良,曾静.组合导航原理与技术[M].西安:西安交 通大学出版社,2008.
 ZHANG Guoliang, ZENG Jing. Principle and technology of integrated navigation [M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong university press,2008. (in Chinese)
- [8] 卞鸿巍,李安,覃方君,等.现代信息融合技术在组合导航中的应用[M].北京:国防工业出版社,2010. BIAN Hongwei, LI An,QIN Fangjun, et al. Modern information fusion technology in the application of integrated navigation [M]. Beijing: National defence industry press,2010. (in Chinese)
- [9] Zadeh L A. Fuzzy logic neural networks and soft Computing[J]. Communication of the ACM, 2004,37(3): 77-84.

(编辑:田新华)

sing time-difference-of-arrival measurements [J]. IEEE transations on vehicular technology, 2010, 59 (3):1558-1562.

[10] Hana Godrich, Alexander M, Haimovich Rick S. Target localization accuracy gain in MIMO radarbased systems[J]. IEEE transactions on information theory, 2010, 56, (6): 2783-2803.

(编辑:田新华)