

扫描体制雷达高分辨参数 估计算法统一框架及性能分析

李洪兵, 龙戈农, 宫健, 田波

(空军工程大学导弹学院, 陕西三原, 713800)

摘要 在对扫描体制雷达高分辨参数估计算法研究的基础上,提出了适于各种扫描体制雷达高分辨参数估计算法的统一框架,从而把多重信号分类(MUSIC)、多维多重信号分类(MDMUSIC)、最大似然(ML)和加权子空间(WSF)等典型算法有机统一起来,构建了扫描体制雷达高分辨参数估计算法的统一理论基础,推导了该类算法的克拉美—罗界(CRB)。通过仿真实验比较了各种算法的性能,结果表明各算法对角度和多普勒频率估计的精度较高,具有较强的角度和多普勒频率的超分辨特性,这一特性是传统波束扫描雷达参数测量算法所不能企及的。

关键词 扫描体制雷达;高分辨;参数估计

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2012.02.008

中图分类号 TN957 **文献标识码** A **文章编号** 1009-3516(2012)02-0034-05

高分辨空间谱估计技术^[1-2]是时域谱估计和数字波束形成技术基础上发展起来的。其最大优点在于可以突破瑞利限的限制,从而可以估计一个波束宽度内的几个目标。空间阵列的延迟是由方位引起的,而时域的延迟是由距离引起的,因此在一定条件下空时是完全等效的,所以空间谱估计技术也可应用到时域中,其中距离超分辨、合成孔径雷达的超分辨等诸多领域^[3-6]就是空间谱估计在时域处理上应用的最好例证。

基于传统扫描体制雷达系统,如何利用现代阵列信号处理中的高分辨空间谱估计技术实现该体制雷达的多维参数的高分辨估计^[7-9],是现代雷达信号处理技术研究的又一热门课题。本文针对波束扫描雷达高分辨多维参数估计问题进行了研究。

1 扫描体制雷达信号模型

假设扫描体制雷达在波束宽度的扫描时间内共接收到 P 个目标反射的 M 组脉冲信号,第 m 次扫描信号回波数据为^[8,10]:

$$x_m(t) = \sum_{p=1}^P g(\theta_p, m) s_p e^{j2\pi f_{dp} m} + n_m(t) \quad (1)$$

式中: s_p 为第 P 个信号的复振幅; f_{dp} 第 P 个信号的多普勒频率; $n_m(t)$ 为空间噪声或杂波; $g(\theta_p, m)$ 为第 m 次扫描波束。在第 p 个目标方位角 θ_p 的方向图增益可表示成:

$$g(\theta_p, m) = \left| \sum_{i=1}^K \exp(j\beta) \right|^2 = \left| \sum_{i=1}^K \exp\left(j \frac{2\pi d}{\lambda} (\sin(\theta_p - m\omega T) - \sin(\theta_0)) \right) \right|^2 \quad (2)$$

将式(2)代入式(1)并将其写成矢量形式,则有:

$$X = B(\theta, f_d)S + N \quad (3)$$

* 收稿日期:2011-10-18

基金项目:陕西省自然科学基金资助项目(2010ZQ8007)

作者简介:李洪兵(1978-),男,山东莱芜人,讲师,硕士,主要从事雷达对抗及信号处理研究。

E-mail:lihongbing1182004@yahoo.com

式中: $\mathbf{X} = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T$ 为 $M \times 1$ 维 M 个脉冲组成的矢量, $\mathbf{S} = [s_1, s_2, \dots, s_P]^T$ 为 $P \times 1$ 维 P 个信号复幅度组成的矢量; \mathbf{N} 为 $M \times 1$ 维噪声和杂波数据, 另有 $M \times P$ 维脉冲流型矩阵(导向矢量)可表示为:

$$\mathbf{B}(\theta, f_d) = [\mathbf{b}_1(\theta_1, f_{d1}), \mathbf{b}_2(\theta_2, f_{d2}), \dots, \mathbf{b}_P(\theta_P, f_{dP})] \quad (4)$$

$$\mathbf{b}_p(\theta_p, f_{dp}) = \begin{bmatrix} g(\theta_p, 1) \\ g(\theta_p, 2) e^{j2\pi f_{dp}} \\ \dots \\ g(\theta_p, M) e^{j2\pi(M-1)f_{dp}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g(\theta_p, 1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & g(\theta_p, 2) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & g(\theta_p, M) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j2\pi f_{dp}} \\ \dots \\ e^{j2\pi(M-1)f_{dp}} \end{bmatrix} = \Gamma(\theta_p) \mathbf{a}(f_{dp}) \quad (5)$$

从上述的模型中可以看出, 基于扫描体制雷达的数学模型与多通道阵列信号数学模型的最大区别在于导向矢量存在一个增益, 在扫描体制雷达中这一增益就是回波脉冲幅度, 它受波束扫描调制又与方位有关。而在多通道的数学模型中, 通常假设各通道增益相同, 即使考虑各通道的不一致性, 各通道的增益也通常与方位无关。扫描体制雷达波达方向估计就是利用波束扫描对回波脉冲的增益调制来获得信源的 DOA 信息。

2 扫描体制雷达高分辨参数估计的几种典型算法及其统一框架

根据文献[1]中性质 2.3.2 可知, 理想情况下信号子空间与噪声子空间相互正交, 则有:

$$\mathbf{b}_p^H(\theta, f_d) \mathbf{U}_N = 0 \quad (6)$$

所以大多数空间谱估计算法都可以推广到扫描体制雷达中, 下面将给出扫描体制雷达高分辨参数估计的几种典型算法估计器。

1) 多重信号分类 (MUSIC) 算法。根据式(8)可得 MUSIC 算法对未知参量 θ 和 f_d 的估计为:

$$(\hat{\theta}, \hat{f}_d) = \operatorname{argmin} \left(\frac{\mathbf{b}^H(\theta, f_d) \mathbf{U}_N \mathbf{U}_N^H \mathbf{b}(\theta, f_d)}{\mathbf{b}^H(\theta, f_d) \mathbf{b}(\theta, f_d)} \right) = \operatorname{argmintr}(\mathbf{P}_b(\theta, f_d) \mathbf{U}_N \mathbf{U}_N^H) = \operatorname{argmaxtr}(\mathbf{P}_b(\theta, f_d) (\mathbf{I} - \mathbf{U}_N \mathbf{U}_N^H)) = \operatorname{argmaxtr}(\mathbf{P}_b(\theta, f_d) \mathbf{U}_S \mathbf{U}_S^H) \quad (7)$$

式中 $\mathbf{P}_b(\theta, f_d) = \mathbf{b}(\theta, f_d) \mathbf{b}^H(\theta, f_d) / \mathbf{b}^H(\theta, f_d) \mathbf{b}(\theta, f_d)$ 。

2) 多维多重信号分类 (MDMUSIC) 算法。MDMUSIC 算法对未知参量 θ 和 f_d 的估计为:

$$(\hat{\theta}, \hat{f}_d) = \operatorname{argmaxtr}(\mathbf{P}_B(\theta, f_d) \mathbf{U}_S \mathbf{U}_S^H) \quad (8)$$

式中 $\mathbf{P}_B(\theta, f_d) = \mathbf{B}(\theta, f_d) (\mathbf{B}^H(\theta, f_d) \mathbf{B}(\theta, f_d))^{-1} \mathbf{B}^H(\theta, f_d)$ 。

3) 最大似然 (ML) 算法。ML 算法对未知参量 θ 和 f_d 的估计为:

$$(\hat{\theta}, \hat{f}_d) = \operatorname{argmaxtr}(\mathbf{P}_B(\theta, f_d) \mathbf{R}) = \operatorname{argmaxtr}(\mathbf{P}_B(\theta, f_d) \mathbf{U} \mathbf{A} \mathbf{U}^H) \quad (9)$$

式中: $\mathbf{U} = [\mathbf{U}_S \quad \mathbf{U}_N]$; $\mathbf{W} = [\mathbf{\Lambda}_S \quad \mathbf{\Lambda}_N]$ 。

4) 加权子空间拟合 (WSF) 算法。WSF 算法对未知参量 θ 和 f_d 的估计为:

$$(\hat{\theta}, \hat{f}_d) = \operatorname{argmaxtr}(\mathbf{P}_B(\theta, f_d) \mathbf{U}_S \mathbf{W} \mathbf{U}_S^H) \quad (10)$$

式中 \mathbf{W} 为加权矩阵。当权矩阵满足下式:

$$\mathbf{W}_{\text{opt}} = (\hat{\mathbf{\Lambda}}_S - \sigma^2 \mathbf{I})^2 \hat{\mathbf{\Lambda}}_S^{-1} \quad (11)$$

即是最优权的 WSF 算法。

通过观察上述 4 种典型算法的表达式, 可将扫描体制雷达高分辨参数估计算法描述为一个统一框架, 即:

$$(\hat{\theta}, \hat{f}_d) = \operatorname{argmaxtr}(\mathbf{Q} \mathbf{U} \mathbf{W} \mathbf{U}^H) \quad (14)$$

上式与各算法的表现形式可通过图 1 来说明。

3 算法的克拉美—罗界 (CRB)

CRB 给出了无偏参数估计协方差矩阵的下界。由前面的分析可知, 扫描体制雷达高分辨参数估计算法是对目标方位和多普勒频率的联合估计算法。因此, 此时共有 $2P$ 个未知实参数(分别为 P 个信源方位角、 P 个信源的多普勒频率), 可写成矢量形式:

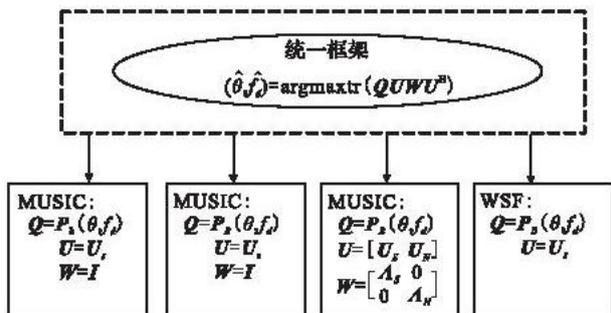


图 1 各算法之间的关系表现形式图

Fig. 1 The relationship of algorithms

$$\boldsymbol{\eta} = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_P, f_{d1}, f_{d2}, \dots, f_{dP}]^T \quad (12)$$

假设噪声方差归一化为1,快拍数为 L ,方位参数与多普勒频率联合估计对应的CRB可由下式表示:

$$E[(\hat{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{\eta}_0)(\hat{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{\eta}_0)^T] \geq \text{CRB} = \mathbf{J}^{-1} \quad (13)$$

式中 \mathbf{J} 为 $2P \times 2P$ 阶Fisher信息矩阵,其可分块表示为:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{\theta\theta} & \mathbf{J}_{\theta f_d} \\ \mathbf{J}_{f_d \theta} & \mathbf{J}_{f_d f_d} \end{bmatrix} \quad (14)$$

式中: $\mathbf{J}_{\theta\theta}$ 为方位角估计块; $\mathbf{J}_{f_d f_d}$ 为多普勒频率估计块;其余为相应参数估计的互相关块。需指出的是,若假定一些参数已知(如方位角信息),则应消去其在 \mathbf{J} 中相应的行和列。 \mathbf{J} 矩阵的元素可表示为:

$$J_{ij} = -E(\partial^2 L_n / \partial \eta_i \partial \eta_j) = L \text{tr}(\mathbf{R}^{-1} \partial \mathbf{R} / \partial \eta_i \mathbf{R}^{-1} \partial \mathbf{R} / \partial \eta_j) \quad (15)$$

式中 L_n 为概率密度函数的自然对数。

求 \mathbf{R} 对 η_i 的偏导数,有:

$$\partial \mathbf{R} / \partial \eta_i = \mathbf{D}_i \mathbf{R}_s \mathbf{B}^H + \mathbf{B} \mathbf{R}_s \mathbf{D}_i^H, \quad \mathbf{D}_i = \partial \mathbf{B} / \partial \eta_i \quad (16)$$

将式(16)代入式(15),可得:

$$J_{ij} = 2L \text{Re}(\text{tr}(\mathbf{D}_i \mathbf{R}_s \mathbf{B}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{R}_s \mathbf{D}_j^H \mathbf{R}^{-1}) + \text{tr}(\mathbf{D}_i \mathbf{R}_s \mathbf{B}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{D}_j \mathbf{R}_s \mathbf{B}^H \mathbf{R}^{-1})) \quad (17)$$

因此,由式(4)、(5)可得:

$$\begin{cases} \mathbf{D}_i = \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \theta_i} = \left[0, \dots, 0, \frac{\partial \Gamma(\theta_i)}{\partial \theta_i} a(f_{di}), 0, \dots, 0 \right], & i \leq P \\ \mathbf{D}_i = \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial f_{di}} = \left[0, \dots, 0, \Gamma(\theta_i) \frac{\partial a(f_{di})}{\partial f_{di}}, 0, \dots, 0 \right], & i > P \end{cases} \quad (18)$$

将式(18)代入式(17)即可得 J_{ij} ,从而可求Fisher信息矩阵 \mathbf{J} 。

4 仿真分析

仿真过程中,假设天线波束宽度为 $\theta_B = 6^\circ$,搜索空间范围 $\theta \in [0, \theta_B]$,脉冲流数据采样快拍数为100。

仿真1: MUSIC、MDMUSIC、ML和WSF算法参数估计结果。设定扫描天线的转速 $\omega = 6 \text{ rad/min}$,雷达发射脉冲重复频率 $f = 200 \text{ MHz}$,扫描天线驻波时间内接收到的目标回波脉冲群数($M = \theta_B / \omega T, T = 1/f$)为33个,接收信噪比 $\text{SNR} = 20 \text{ dB}$,天线增益 $G_0 = 35 \text{ dB}$ 。波束指向为 3° 时,空间存在2个非相干目标其方位角和归一化多普勒频率分别为 $\theta_{T1} = 2^\circ, f_{d1} = 0.2, \theta_{T2} = 3^\circ, f_{d2} = -0.2$ 。图2-5分别给出了4种典型算法的角度和多普勒频率搜索曲面。

从图中可以看出:相比其它3种算法,MUSIC算法搜索谱峰较为尖锐。此外,4种算法对角度的搜索谱线较多普勒频率搜索谱线要平缓,说明其角度估计精度和分辨力要低于多普勒频率估计精度和分辨力,这与传统的扫描体制雷达是一致的。然而,总体说来,这4种典型算法对目标角度和多普勒频率的估计突破了瑞利限的限制,可以估计一个波束宽度内的2个目标,因此,这些算法皆为高分辨的参数估计算法。

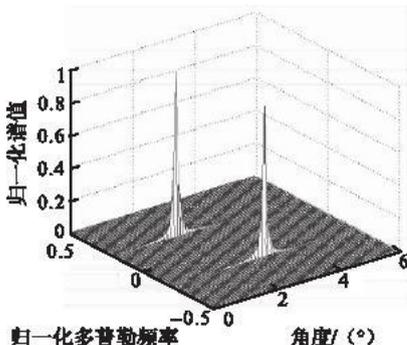


图2 MUSIC算法角度和多普勒频率搜索曲面
Fig. 2 Angle and doppler frequency searching surface of MUSIC algorithm

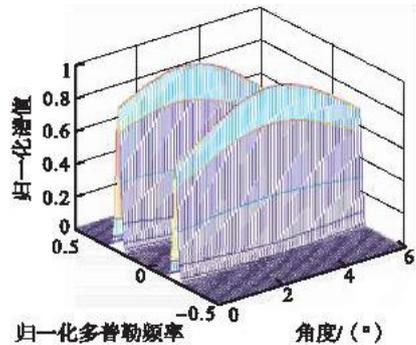


图3 MDMUSIC算法角度和多普勒频率搜索曲面
Fig. 3 Angle and doppler frequency searching surface of MDMUSIC algorithm

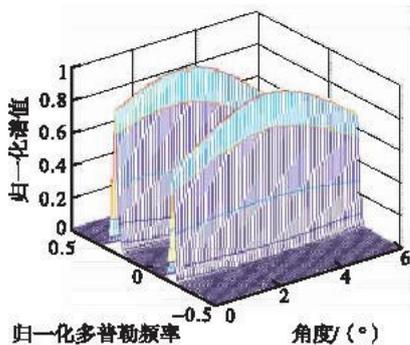


图 4 ML 算法角度和多普勒频率搜索曲面

Fig. 4 Angle and doppler frequency searching surface of ML algorithm

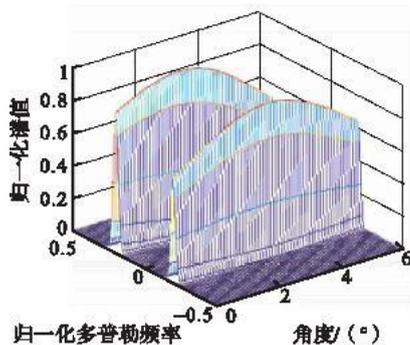


图 5 WSF 算法角度和多普勒频率搜索曲面

Fig. 5 Angle and doppler frequency searching surface of WSF algorithm

仿真 2:4 种典型算法的性能比较。本仿真的目的在于对波束扫描 MUSIC、MDMUSIC、ML 和 WSF 算法的参数估计性能进行对比分析。仿真设定同仿真 1。图 6 给出了脉冲数 $M=33$, 信噪比从 0 dB 按步长 2 dB 变化到 40 dB 时, 4 种算法对目标角度和多普勒频率估计的 RMSE 随 SNR 变化曲线; 图 7 给出了信噪比为 20 dB, 脉冲数从 10 按步长 10 变化到 100 时, 4 种算法对目标角度和多普勒频率估计的 RMSE 随脉冲数变化曲线。其均为 200 次 Monte - Carlo 实验的结果。

由图 6、7 的 Monte - Carlo 实验结果可以看出: 各算法均能实现多目标角度和多普勒频率的高分辨估计, 且在多普勒频率上的估计精度要高于方位角估计精度。同时, 随着 SNR 和脉冲数的增加, RMSE 减小, 估计精度提高。4 种算法角度估计误差大小顺序为 MUSIC > MDMUSIC > ML > WSF > CRB。各算法对角度和多普勒频率估计的精度较高, 具有较强的角度和多普勒频率的超分辨特性。

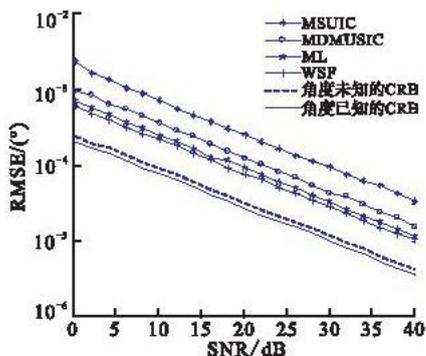
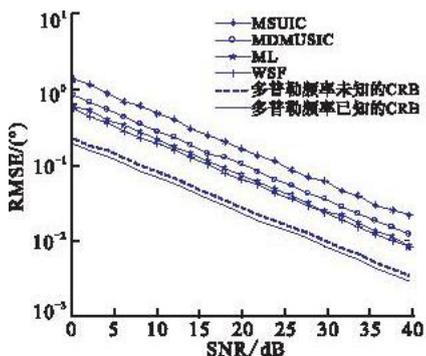


图 6 4 种算法的角度与多普勒估计 RMSE 随 SNR 变化曲线

Fig. 6 RMSE of angle and doppler frequency versus SNR for the four algorithms

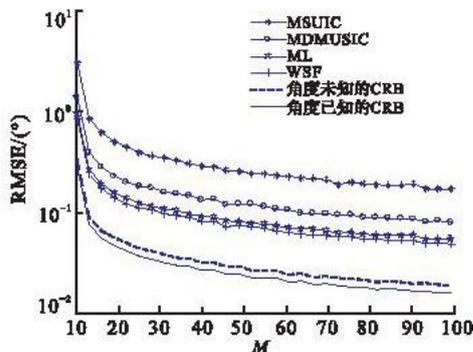
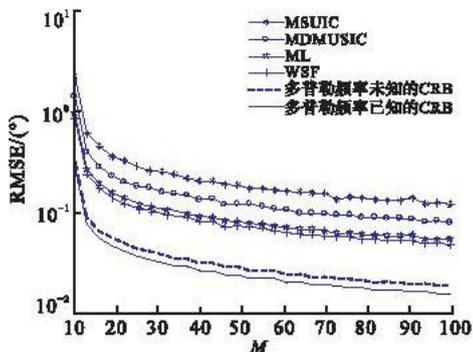


图 7 4 种算法的角度与多普勒估计 RMSE 随脉冲数变化曲线

Fig. 7 RMSE of angle and doppler frequency versus the number of pulse for the four algorithms

5 结束语

本文在建立扫描体制雷达信号模型的基础上,通过研究扫描体制雷达高分辨参数估计几种典型算法的特点,给出了这些算法的统一框架,并推导了该类算法的CRB。计算机仿真结果表明,这类算法可用于同时估计一个波束宽度内的多个目标,突破了瑞利限的限制,基于高分辨参数估计算法对于改进传统扫描体制雷达的目标参数估计精度具有重大的实际应用价值。

参考文献(References):

- [1] 王永良,陈辉,彭应宁,等. 空间谱估计理论与算法[M]. 北京:清华大学出版社,2004.
WANG Yongliang, CHEN Hui, PENG Yingning, et al. Theory and algorithm of spatial spectrum estimation [M]. Beijing: Tsinghua university press, 2004. (in Chinese)
- [2] Wen - jun Zeng, Xi - lin Li. High - resolution multiple wideband and nonstationary source localization with unknown number of sources [J]. IEEE trans on signal processing, 2010, 58(6): 3125 - 3136.
- [3] Ildar Urazghildiev, Rolf Ragnarsson, Anders Rydberg. High - resolution estimation of ranges using multiple - frequency CW radar [J]. IEEE trans on intelligent transportation systems, 2007, 8(2): 332 - 339.
- [4] 赵光辉,陈伯孝,杨雪亚. SIAR 体制单基地 MIMO 雷达分辨率分析及距离高分辨技术[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(1): 57 - 66.
ZHAO Guanghui, CHEN Baixiao, YANG Xueya. Analysis of angle resolution for monostatics MIMO radar based on SIAR and super resolution in distance measurement [J]. Systems engineering and electronics, 2010, 32(1): 57 - 66. (in Chinese)
- [5] Raffaella Guida, Antonio Iodice, Daniele Riccio. Height retrieval of isolated buildings from single high - resolution SAR images [J]. IEEE trans on geoscience and remote sensing, 2010, 48(7): 2967 - 2979.
- [6] Alessandra Budillon, Annarita Evangelista, Gilda Schirinzi. Three - dimension SAR focusing from multipass signal using compressive sampling [J]. IEEE trans on geoscience and remote sensing, 2011, 49(1): 488 - 499.
- [7] Herbert Dropkin, Canh L Y. Superresolution for scanning antenna [C]//IEEE nation radar conference. New York: IEEE press, 1997, 306 - 308.
- [8] Farina A, Gini F, Greco M. DOA estimation by exploiting the amplitude modulation induced by antenna scanning [J]. IEEE trans on aerospace and electronic systems, 2002, 38(4): 1276 - 1286.
- [9] 童宁宁,张西川,王光明,等. 基于 RBF 网络的扫描体制雷达 DOA 估计方法[J]. 空军工程大学学报:自然科学版, 2010, 11(1): 23 - 26.
TONG Ningning, ZHANG Xichuan, WANG Guangming, et al. DOA estimation method for scanning radar based on RBF network [J]. Journal of air force engineering university: natural science edition, 2010, 11(1): 23 - 26. (in Chinese)
- [10] Gini F, Greco M, Verrazzani L. Multiple target detection and estimation by exploiting the amplitude modulation induced by antenna scanning [R]. Pisa, Italy: Technical report university of Pisa, 2002.

(编辑:田新华)

Unified Frame of High - resolution Parameters Estimation Algorithms and Simulation for Scanned Radar

LI Hong - bing, LONG Ge - nong, Gong Jian, TIAN Bo

(Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, Shaanxi, China)

Abstract: The application of Direction of arrival (DOA) estimation with antenna arrays in the scanning radar system can enhance the precision and differentiated ability, and is of some value. The unified frame of high - resolution parameter estimation algorithm for scanned radar is proposed based on the research on them. Various typical algorithms, such as MUSIC, MDMUSIC, ML, and WSF, can be consistent with the unified frame. The unified frame is the universal theoretical basis of high - resolution parameter estimation algorithm for scanned radar. Then, the Cramer - Rao Bound (CRB) of these algorithms is deduced. Finally, the performances of these algorithms are compared through simulation experiments.

Key words: scanned radar; high - resolution; parameters estimation