

秩损 MIMO 信道的收发天线联合选择方法

王晨光¹, 王布宏², 柏鹏³

(1. 空军司令部,北京,100843; 2. 空军工程大学电讯工程学院,陕西西安,710077; 3. 空军工程大学,综合电子信息系统研究中心,陕西西安,710051)

摘要 提出一种用于秩损 MIMO 信道的收发天线联合选择方法。首先分析了秩损信道矩阵的容量特性,推导证明了通过发射天线选择增加信道容量的可能性;为了恢复满秩的信道矩阵,实现信道容量的最大化,通过秩损信道矩阵的正交子空间投影实现了有效的发射天线选择,通过最大“volume”子矩阵方法实现了有效的接收天线选择。与现有大多数“局部贪婪”方法不同,文中方法通过直接选择信道矩阵中的最大“volume”子矩阵来实现天线选择,在中到高信噪比的条件下,该方法的“全局”搜索特性获得了信道容量的准最优特性。提出的“秩-1”迭代快速数值算法和算法较少的迭代次数有效避免了传统最优 2D 穷尽搜索方法庞大的运算量。仿真验证了算法的有效性。

关键词 天线选择;MIMO 系统;秩损;信道容量;最大“volume”子矩阵

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2012.01.013

中图分类号 TN911.4 **文献标识码** A **文章编号** 1009-3516(2012)01-0058-05

MIMO 系统充分利用空间信道的随机衰落和多径传播,通过多天线收发为系统提供复用增益和空间分集增益,在不增加发射功率和系统带宽的情况下可以显著提高系统容量和通信可靠性^[1-3]。由于某些传输信道特殊的散射结构或者天线的时空相干/关性,MIMO 矩阵会发生秩损现象^[4-6],导致 MIMO 信道矩阵的列之间不满足线性独立要求。因此,对于秩损的 MIMO 信道矩阵,需要去掉其“冗余”信息,通过发射天线(对应 MIMO 矩阵的列)的选择,简化系统结构。

现有的快速天线选择方法通常通过将高维搜索简化为若干低维搜索来实现运算量的减少(维数逐步增加^[7-8]或者减少^[9-10])。虽然运算量减少了,但搜索的最优性往往无法保证。这种“局部”搜索结果,与穷尽搜索的最优信道容量相差较远。我们在前期工作中提出了一种基于 MIMO 信道矩阵全局搜索的快速接收天线选择方法^[11]。与现有的局部搜索方法不同,该方法通过 MIMO 信道矩阵中“maximum-volume”子矩阵的快速搜索来实现 MIMO 系统的接收天线选择。与现有的“局部”搜索算法^[7],该算法的运算量相当,但信道容量性能得到了较大地改善。需要指出的是,由于 2D 搜索运算量的庞杂,现有的方法大都集中于接收或者发射天线的选择。MIMO 信道收发天线联合最优选择方法报道的还较少^[12-15]。这些方法可以分为 2 类:①现有局部搜索方法的二维扩展,将发射天线和接收天线串行实现^[12-13],但算法的信道最优性无法得到有效保障;②通过遗传进化算法来实现 2D 搜索^[14-15],但是这种方法的实时性和最优性均无法保证。而且在现有的方法中,MIMO 信道矩阵的固有属性没有得到有效利用。

针对秩损 MIMO 信道收发天线联合选择的难题,本文在前期工作^[11]的基础上,提出一种有效的收发天线联合选择方法。

1 数据模型

对于 $N_R \times N_T$ MIMO 系统,其中 N_T 表示发射天线的数量, N_R 表示接收天线的数量。不失一般性,假设 N_T

* 收稿日期:2011-07-19

基金项目:陕西省自然科学基金资助项目(2010JQ8003);陕西省重点实验室基金资助项目(201110Y10)

作者简介:王晨光(1981-),男,河北兴隆人,硕士生,主要从事通信与信息系统工程研究。

E-mail: wbhcx@yahoo.com.cn

$\geq N_R$ 。系统的数据模型可以表示为:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{v} \quad (1)$$

式中: \mathbf{x} 为 $N_T \times 1$ 传输信号矢量; \mathbf{y} 为 $N_R \times 1$ 接收信号矢量; \mathbf{v} 为接收端 $N_R \times 1$ 零均值高斯白噪声矢量; $N_R \times N_T$ 矩阵 \mathbf{H} 为 MIMO 系统的信道矩阵。 $H_{i,j}$ 表示第 j 个发射天线与第 i 个接收天线之间的信道复增益。假设接收端信道矩阵已知,并且通过反馈信道发射端可以获得接收端的发射天线选择结果。对于秩损 MIMO 信道(秩为 r), $r < \min(N_T, N_R)$, 天线选择之前的信道容量可以表示为:

$$C = \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{N_T} + \frac{\rho}{N_T} \mathbf{H}^H \mathbf{H} \right) \quad (2)$$

式中: \mathbf{I}_{N_T} 为 $N_T \times N_T$ 单位阵; ρ 为接收端的信噪比 SNR。联合收发天线可以用如下最优问题表示:

$$\hat{\mathbf{H}}_{\text{opt}} = \max_{\mathbf{H} \in S(\mathbf{H})} \log_2 \det \left(\mathbf{I}_r + \frac{\rho}{r} \hat{\mathbf{H}}^H \hat{\mathbf{H}} \right) \quad (3)$$

式中: $S(\mathbf{H})$ 表示原始信道矩阵 \mathbf{H} 的所有 $r \times r$ 子矩阵的集合。注意到秩损的信道矩阵 \mathbf{H} 的奇异值分解(SVD)可以表示为:

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H = (\mathbf{U}_r \quad \mathbf{U}_0) \begin{pmatrix} \mathbf{\Sigma}_r & \mathbf{0}_{r \times (N_T-r)} \\ \mathbf{0}_{(N_R-r) \times r} & \mathbf{0}_{(N_R-r) \times (N_T-r)} \end{pmatrix} (\mathbf{V}_r \quad \mathbf{V}_0)^H = \mathbf{U}_r \mathbf{\Sigma}_r \mathbf{V}_r^H \quad (4)$$

$$\mathbf{U}_r = \mathbf{U}(:, 1:r) \quad \mathbf{U}_0 = \mathbf{U}(:, r+1:N_R) \quad (5)$$

$$\mathbf{V}_r = \mathbf{V}(:, 1:r) \quad \mathbf{V}_0 = \mathbf{V}(:, r+1:N_T) \quad (6)$$

式中 $N_R \times N_R$ 矩阵 \mathbf{U} 为左奇异矩阵且满足 $\mathbf{U}^H \mathbf{U} = \mathbf{I}_{N_R}$, $N_T \times N_T$ 矩阵 \mathbf{V} 为右奇异矩阵且满足 $\mathbf{V}^H \mathbf{V} = \mathbf{I}_{N_T}$ 。 $r \times r$ 对角矩阵 $\mathbf{\Sigma}_r$ 的对角元素 σ_i 为矩阵 \mathbf{H} 的非零奇异值,且满足 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r > 0$ 。由此, MIMO 系统的信道容量可以重新表示为:

$$\det \left(\mathbf{I}_{N_T} + \frac{\rho}{N_T} \mathbf{H}^H \mathbf{H} \right) = \prod_{i=1}^r \left(1 + \frac{\rho}{N_T} \sigma_i^2 \right) \quad (7) \quad C = \sum_{i=1}^r \log_2 \left(1 + \frac{\rho}{N_T} \sigma_i^2 \right) \quad (8)$$

对于较高的 SNR,式(8)可以进一步简化为:

$$C \approx r \log_2 \left(\frac{\rho}{N_T} \right) + \sum_{i=1}^r \log_2 \sigma_i^2 \quad (9)$$

从式(9)中的第 1 项可以看出,发射天线选择可以将发射功率在较少的天线中重新分配,将可能导致系统容量的增加。对于式(9)中的第 2 项,天线选择将导致信道容量的减少(由于信道矩阵维数的降低,矩阵奇异值将会随矩阵维数的降低而减小)。只要第 1 项对信道容量的贡献可以平衡甚至超出第 2 项的减少,通过发射天线的选择就有可能获得最终信道容量的增加。同时从式(9)中可以看出,接收天线选择只会导致信道容量的减少(表现在对第 2 项的影响)。对于 16×16 的 MIMO 系统,我们仿真了 10 000 个随机信道(秩为 4, SNR = 20 dB)。当发射天线选择的数目从 4 变化到 15 时,图 1 给出了信道容量(10% outage capacities)的变化曲线。相应地,图 2 给出了式(9)中第 1 项和第 2 项的变化曲线。其中:

$$\Delta_1 = r \left[\log_2 \left(\frac{\rho}{N_L} \right) - \log_2 \left(\frac{\rho}{N_T} \right) \right] \quad \Delta_2 = \sum_{i=1}^r \log_2 \sigma_i^2 - \sum_{i=1}^r \log_2 \sigma_i^2 \quad (10)$$

式中 σ_i 表示天线选择后信道矩阵对应的奇异值。可见,只要 $\Delta_1 > \Delta_2$, 发射天线选择后的信道容量就将增加。

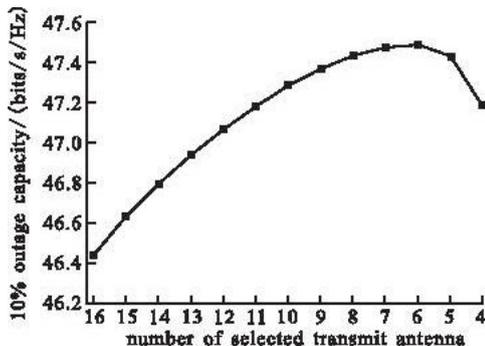


图 1 10% outage 容量随发射天线选择数目的变化

Fig. 1 The 10% outage capacity versus the number of the selected transmit antennas

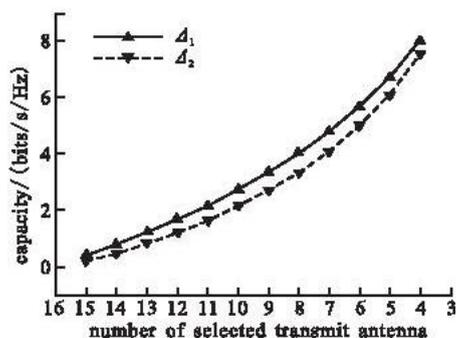


图 2 Δ_1 和 Δ_2 随发射天线选择数目的变化曲线

Fig. 2 Typical variations of the term Δ_1 and the term Δ_2 for different numbers of selected antennas

因此,为了保证天线选择后信道容量的最大化,对于秩损 MIMO 系统收发天线的联合选择,我们通常应该先进行发射天线的选择。

2 收发天线联合选择方法

2.1 发射天线选择的等价子空间选择

注意到秩损信道的奇异值分解可以进一步表示为:

$$\mathbf{H}(:, i) = \sum_{k=1}^r \underset{\text{basis vectors}}{\mathbf{U}_r(:, k)} \cdot \underset{\text{coordinates vector}}{\sigma_k [\mathbf{V}_r^H(:, i)]_k} \quad (11)$$

由于 $R(\mathbf{H}) = R(\mathbf{U}_r)$ ($R(\cdot)$ 表示矩阵的列空间), $\mathbf{U}_r^H \mathbf{U}_r = \mathbf{I}_{N_R}$, 我们可以将矩阵 \mathbf{U}_r 中的列矢量理解为 \mathbf{H} 列空间中的标准正交基, 而 $\sum_r \mathbf{V}_r^H$ 表示 \mathbf{H} 在 $R(\mathbf{U}_r)$ 上的投影(坐标)。当 $N_L = r$ 时, 最优发射天线选择问题可以等价理解为使(9)中的第 1 项最大, 即:

$$I_{\text{opi}_L} = \max_{I \in \Pi} \sum_{i=1}^r \log_2 \sigma_i^2 = \max_{I \in \Pi} \log_2 \left(\prod_{i=1}^r \sigma_i^2 \right) = \max_{I \in \Pi} \log_2 \det [(\mathbf{H}(:, I))^H \mathbf{H}(:, I)] \quad (12)$$

式中 Π 表示所有可能的发射天线选择模式(r 维列标矢量的集合)。由于 $\mathbf{V}_r^H(:, I) = (\mathbf{V}_r(I, :))^H$ (在矩阵 $\mathbf{V}_r^H(:, I)$ 中先实施共轭转置然后实施列的选择)。

$$(\mathbf{H}(:, I))^H \mathbf{H}(:, I) = (\mathbf{U}_r \sum_r \mathbf{V}_r^H(:, I))^H \mathbf{U}_r \sum_r \mathbf{V}_r^H(:, I) = \mathbf{V}_r(I, :)^H \sum_r \mathbf{V}_r^H(:, I) \quad (13)$$

$$\det [(\mathbf{H}(:, I))^H \mathbf{H}(:, I)] = \det [\mathbf{V}_r(I, :)^H \sum_r \mathbf{V}_r^H(:, I)] = \prod_{i=1}^r \sigma_i^2 \cdot |\det [\mathbf{V}_r(I, :)]|^2 \quad (14)$$

由于 $\prod_{i=1}^r \sigma_i^2$ 一定, 最优发射天线选择等价于矩阵 \mathbf{V}_r 行的最优选择: $I_{\text{opi}_L} = \max_{I \in \Pi} \det [\mathbf{V}_r(I, :)]$, 其中 \mathbf{V}_r 为 $N_T \times r$ 矩阵, $\mathbf{V}_r(I, :)$ 是 \mathbf{V}_r 中的 $r \times r$ 子矩阵。由此, 最优发射天线选择可以等价为 \mathbf{V}_r 中行列式最大的 $r \times r$ 子矩阵, 即最大“volume”子矩阵^[11]。与直接使用原始的 $N_R \times N_T$ 信道矩阵 \mathbf{H} 实施发射天线选择相比, 使用 $N_T \times r$ 矩阵 \mathbf{V}_r 进行天线选择可以减小矩阵的维数, 降低运算量。对于严重秩损的 MIMO 系统 ($r \ll N_T$), 运算量的降低更为明显。文献[11]中提供了如何快速发现 \mathbf{V}_r 中最大“volume”子矩阵的方法, 可以有效地实现发射天线的选择。

2.2 收发天线联合选择方法

发射天线选择后, 原始秩损的 $N_R \times N_T$ 信道矩阵 \mathbf{H} 变为满秩的 $N_R \times r$ 矩阵 \mathbf{H}^1 。接收天线选择则等价于矩阵 \mathbf{H}^1 行的选择, 且满足:

$$I_{\text{opi}_R} = \max_{I \in \Omega} \sum_{i=1}^r \log_2 \sigma_i^2 = \max_{I \in \Omega} \det [(\mathbf{H}^1(I, :))^H \mathbf{H}^1(I, :)] = \max_{I \in \Omega} [\det [(\mathbf{H}^1(I, :))]]^2 \quad (16)$$

式中: σ_i^2 表示发射和接收天线选择后的信道矩阵对应的奇异值; Ω 表示所有可能的接收天线选择模式(r 维行标矢量的集合); $\mathbf{H}^1(I, :)$ 是 $N_R \times r$ 矩阵 \mathbf{H}^1 中的 $r \times r$ 子矩阵。因此文献[11]中的方法依然可以帮助我们快速完成有效的接收天线选择。

综上所述, 收发天线联合选择方法可以归纳如下:

- 1) 通过原始信道矩阵 \mathbf{H} 的 SVD, 计算 $R(\mathbf{H})$ 的标准正交基, 构造 $N_R \times r$ 矩阵 \mathbf{U}_r 。其中通过 Arnoldi or Lanczos 方法^[16], 可以快速获得 r 个最大的奇异值及其对应的奇异矢量。
- 2) 求解 \mathbf{H} 矩阵在 $R(\mathbf{U}_r)$ 下的坐标, 构造 $r \times N_R$ 坐标矩阵 \mathbf{V}_r^H 。
- 3) 通过 maximal-volume 算法^[11], 求解 \mathbf{V}_r 中的最大 volume 子矩阵, 完成发射天线选择(子矩阵的行标对应选择的发射天线), 构造 $N_R \times r$ 矩阵 \mathbf{H}^1 。
- 4) 通过 maximal-volume 算法^[11] 求解 \mathbf{H}^1 中最大 volume 的 $r \times r$ 子矩阵 $\hat{\mathbf{H}}_{\text{opi}}$, 完成接收天线选择。

3 仿真结果

对于 8×8 MIMO 系统, 信道矩阵秩 $r=4$, 随机仿真 10 000 次信道实现。新算法的信道容量性能与最优的二维穷尽搜索方法和经典局部搜索方法^[7]进行了仿真比较。图 3-5 分别给出了信噪比为 0 dB, 5 dB 和 10 dB 时 3 种天线选择方法对应信道容量的 CDFs(The Cumulative Distribution Functions)。图 6 中给出了信噪比有 0 dB 变化至 40 dB 时, 3 种天线选择方法的 10% 的 outage 容量曲线。从仿真结果我们可以看出, 在

中高信噪比的条件下,新方法的信道容量性能明显优于基于局部搜索的天线选择方法^[7],而且新方法获得了与最优 2D 穷尽搜索相当的信道容量性能。但是,如图 3 所示,对于较低信噪比的情况,由于假设式(9)已不成立,新方法的性能会下降,与文献[7]中方法存在一定差异。

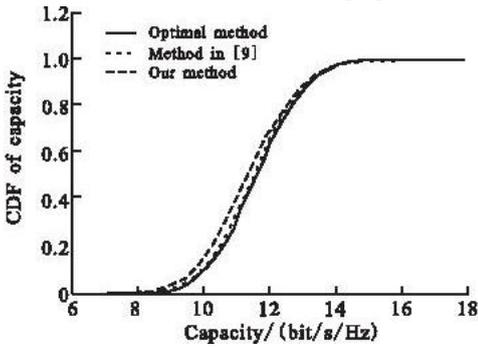


图 3 信道容量的 CDFs 曲线(SNR=0 dB)

Fig. 3 The cumulative distribution functions (CDFs) of capacities for SNR = 0 dB

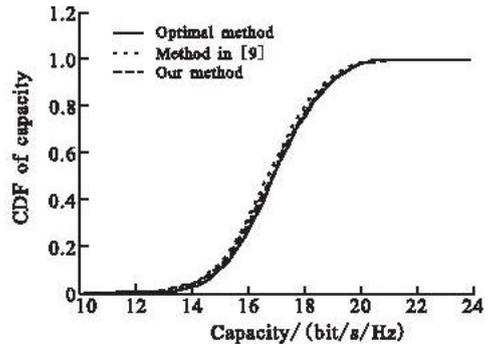


图 4 信道容量的 CDFs 曲线(SNR=5 dB)

Fig. 4 The cumulative distribution functions (CDFs) of capacities for SNR = 5 dB

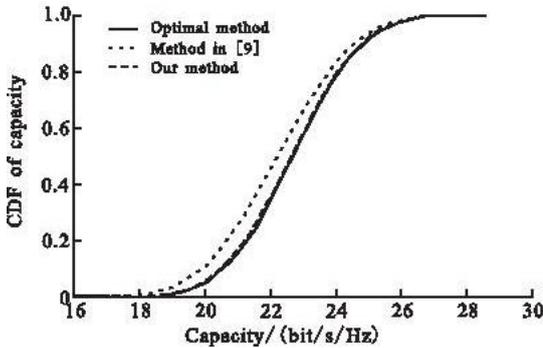


图 5 信道容量的 CDFs 曲线(SNR = 10 dB)

Fig. 5 The cumulative distribution functions (CDFs) of capacities for SNR = 10 dB

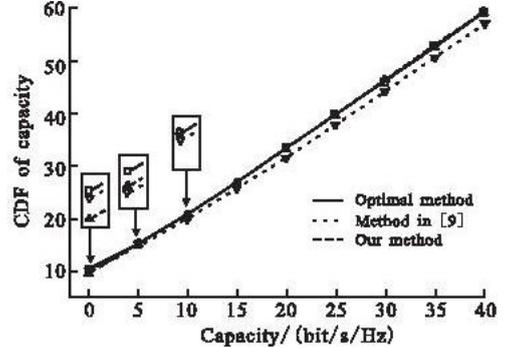


图 6 10% outage 容量随信噪比的变化曲线

Fig. 6 The 10% outage capacity versus SNR using different antenna selection methods

4 结论

在中到高信噪比的条件下,针对秩损的 MIMO 信道,本文提出了一种快速有效的收发天线联合选择方法。论文所做的有益工作可以总结如下:

- 1) 为了保持天线选择后信道容量的最大化,对于秩损 MIMO 信道,证明了发射天线选择应先与接收天线选择进行(发射天线选择有时会增加信道容量)。
- 2) 为了有效减少发射天线选择的运算量,对原始秩损 MIMO 信道矩阵进行了正交子空间投影,通过矩阵维数的缩减,缩小了搜索空间。
- 3) 将前期工作^[11]中的全局搜索方法扩展应用至收发天线的联合搜索,由于 1D 空间中搜索的全局特性,该方法的信道容量性能明显优于现有的收发天线联合选择方法^[12-13]。

算法的信道容量性能优于现有的局部搜索算法,且与最优穷尽搜索相当。低信噪比条件下的收发天线全局、快速选择方法将是以后工作的重点方向。

参考文献 (References):

[1] Winters J H. On the capacity of radio communications systems with diversity in Rayleigh fading environments[J]. IEEE journal selected areas comm,1987,5:871-878.

[2] Foschini G J,Gan M J. On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas [J]. Wireless personal commun,1998,6(3):311-335.

[3] Telatar E. Capacity of multi-antenna gaussian channels[J]. Eur trans telecommun,1999,10(6):585-595.

[4] Chizikh D. Keyholes, correlations, and capacities of multielement transmit and receive antennas[J]. IEEE trans wireless com-

- mun,2002,1:361 – 368.
- [5] Almers Peter, Tufvesson Fredrik, Molisch Andreas F. Measurement of Keyhole Effect in a Wireless Multiple – Input Multiple – Output (MIMO) Channel[J]. IEEE communication letters,2003,7(8):373 – 375.
- [6] Gesbert David, Bolcskei Helmut, Gore Dhananjay A, et al. Outdoor MIMO wireless channels: models and performance prediction[J]. IEEE transactions on communications,2002,50(12):1926 – 1934.
- [7] Gharavi – Alkhansari M, Gershman B. Fast antenna subset selection in MIMO systems[J]. IEEE trans signal processing,2004,52(2):339 – 346.
- [8] Zhang H, Dai H. Fast MIMO transmit antenna selection algorithms: a geometric approach[J]. IEEE communications letters, 2006,10(11):754 – 756.
- [9] Choi Y S, Molisch A F, Win M Z, et al. Fast algorithms for antenna selection in MIMO systems[J]. 2003 IEEE 58th vehicular technology conference, 2003,3:1733 – 1737.
- [10] Gorokhov A. Antenna selection algorithm for MEA transmission systems [C]//2002 IEEE international conference on acoustics speech and signal processing. Orlando, FL, USA: IEEE press, 2002:2857 – 2860.
- [11] Wang Bu Hong, Hui H T, Leong M S. Global and fast receiver antenna selection for MIMO systems[J]. IEEE transactions on communications, 2010,58(9):2505 – 2510.
- [12] Sanayei S, Nosratinia A. Capacity maximizing algorithms for joint transmit – receive antenna selection[J]. Proc the thirty – eighth asilomar conference on signals, systems and computers, 2004,2:1773 – 1776.
- [13] Gorokhov G, Collados M, Gore D, et al. Transmit/receive MIMO antenna subset selection[J]. IEEE international conference on acoust, speech and signal processing, 2004,2:13 – 16.
- [14] Lu Hoang – Yang, Fang Wen – Hsien. Joint transmit/receive antenna selection in MIMO systems based on the priority – based genetic algorithm [J]. IEEE antennas and wireless propagation letters, 2007,6:588 – 591.
- [15] Karamalis P D, Skentos N D, Kanatas A G. Selecting array configurations for MIMO systems: an evolutionary computation approach[J]. IEEE trans wireless commun, 2004,3(6):1994 – 1998.
- [16] Golub G H, Van Loan C F. Matrix computation[M]. Baltimore: John hopkins univ press, 1996.

(编辑:徐楠楠)

Joint Transmit and Receive Antenna Selection for Rank – Deficient MIMO

WANG Chen – guang¹, WANG Bu – hong², BAI Peng³

(1. Air Force Command Department, Beijing 100843, China; 2. Telecommunication Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710077; China; 3. Synthetic Electronic Information System Research Department, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract: An efficient joint transmit and receive antenna selection method is proposed for rank – deficient MIMO channels. The capacity performance of the rank – deficient channel matrix is analyzed and the conclusion is reached that a judicious selection of transmit antennas can even increase the system capacity. To retrieve the full – rank channel matrix from the original rank – deficient channel matrix and to maintain the channel capacity as much as possible, the transmit antenna selection is then completed first. The orthogonal subspace projection of the original rank – deficient channel matrix is exploited to reduce the computational complexity of the transmit antenna selection. For the receive antenna selection, the recently proposed maximal – volume – based fast receive antenna selection algorithm is used and extended to achieve a joint transmit and receive antenna selection, in which the maximum – volume sub – matrix of the original channel matrix is directly and rapidly searched. Due to its global – search capability, a better capacity performance is realized under the condition of moderate to high SNRs than using the existing local – search and greedy antenna selection methods and almost the same capacity performance as the optimal selection method based on a 2D exhaustive search is attained. Furthermore, due to the use of the rank – one updating procedure combined with a reduced number of iteration steps, the computational load of our joint transmit and receive antenna selection method fits for real – time applications. Numerical results are presented to verify the validity of the proposed method.

Key words: antenna selection; MIMO system; rank deficiency; channel capacity; maximum – volume sub – matrix