

基于角度信息的近空间雷达网定位算法

王 燊 燊^{1,2}, 冯金富¹, 李 骞³, 王方年⁴, 张佳强¹

(1. 空军工程大学工程学院, 陕西西安, 710038; 2. 复杂航空系统仿真重点实验室, 北京, 100076; 3. 95949 部队, 河北沧州, 061736; 4. 桂林空军学院, 广西桂林, 541010)

摘要 研究了一种能有效提高角度信息定位精度的近空间雷达网目标定位算法。通过目标与雷达站之间的几何关系, 建立基于角度信息的目标定位模型, 将方位角与仰角信息的非线性方程转换为线性方程, 运用最小二乘算法得到目标位置的初始值, 根据最大似然算法将定位问题转化为无约束的优化问题, 并利用信赖域方法进行迭代求解, 给出了算法的求解过程和详细步骤, 在此基础上对算法的定位精度进行了分析, 推导了定位的几何精度因子表达式, 并进行了仿真分析。仿真结果表明: 该算法能有效提高角度信息的定位精度, 且其定位性能优于最小二乘算法。研究成果可为近空间雷达网的探测与跟踪提供理论基础。

关键词 雷达网; 到达方向; 信赖域; 最大似然; 几何精度因子

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2012.01.008

中图分类号 TN97 **文献标识码** A **文章编号** 1009-3516(2012)01-0033-04

近空间是指距地面 20 - 100 km 的空域, 也称亚轨道或空天过渡区^[1]。由于近空间空域具有良好的电磁特性和非常稳定的气象条件。因此, 建立近空间平台的雷达探测网, 可极大地压缩预警时间, 提高防空系统效能。

近空间双基雷达网的目标定位问题是近空间预警探测网络的重要内容之一。在多站定位中, 角度信息是定位中最基本的观测量, 因此研究基于角度信息的多站定位算法具有重要意义。文献[2]和[3]研究了 Taylor 展开和两步最小二乘定位, 文献[4]利用解伪线性方程组并求解二次方程进行定位, 文献[5]提出了一种基于传播算子的双基地 MIMO 雷达快速多目标定位算法, 文献[6]研究了以上算法的一些改进方法。本文以近空间双基雷达网为背景, 分析并推导了基于角度信息的双基雷达系统定位算法, 并进行了精度分析, 为近空间雷达网的探测与跟踪提供理论基础。

1 基于角度信息的近空间双基雷达网定位算法

近空间双基雷达网对目标进行探测时, 设发射站只起照射作用, 接收站 R_k 的坐标为 $\mathbf{x}_k = [x_k, y_k, z_k]^T, k = 1, 2, \dots, N$ 。各接收站所测得的信息为目标方位角以及目标的仰角, 设接收站 R_k 测量的方位角为 θ_k^* , 仰角为 φ_k^* , 见图 1。

这里设目标的真实位置为 $\mathbf{x} = [x, y, z]^T$, 目标对各接收站的方位角和仰角真实值分别为 θ_k 和 $\varphi_k, k = 1, 2, \dots, N$, 则由几何关系有:

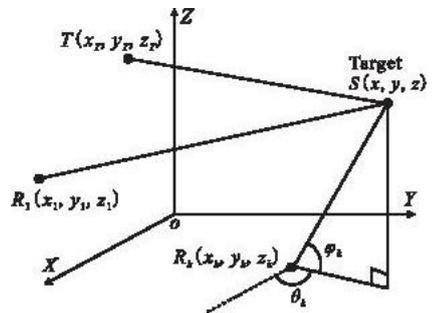


图 1 组网双基雷达构成

Fig. 1 Constitution of netted bistatic radars

* 收稿日期: 2010 - 11 - 05

基金项目: 国家“863”计划资助项目(2010AA8090514C); 国家自然科学基金资助项目(60772162)

作者简介: 王燊燊(1984 -), 男, 湖北武汉人, 博士生, 主要从事雷达网定位跟踪技术研究。

E-mail: wangshenshen0616@163.com

$$\begin{cases} \tan\theta_k = \frac{y - y_k}{x - x_k} \\ \tan\varphi_k = \frac{z - z_k}{\sqrt{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2}} \end{cases} \quad (1)$$

注意到 $\sqrt{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2} = (x - x_k) \cos \theta_k + (y - y_k) \sin \theta_k$, 对式(1)进行变换可得:

$$x \sin \theta_k - y \cos \theta_k = x_k \sin \theta_k - y_k \cos \theta_k \quad (2)$$

$$x \cos \theta_k \sin \varphi_k + y \sin \theta_k \sin \varphi_k - z \cos \varphi_k = x_k \cos \theta_k \sin \varphi_k + y_k \sin \theta_k \sin \varphi_k - z_k \cos \varphi_k \quad (3)$$

当 $k = 1, 2, \dots, N$, 则式(2)和式(3)写成矩阵形式为:

$$\mathbf{H}\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (4)$$

$$\text{式中: } \mathbf{x} = [x, y, z]^T; \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \sin\theta_1 & -\cos\theta_1 & 0 \\ \cos\theta_1 \sin\varphi_1 & \sin\theta_1 \sin\varphi_1 & -\cos\varphi_1 \\ \dots & \dots & \dots \\ \sin\theta_N & -\cos\theta_N & 0 \\ \cos\theta_N \sin\varphi_N & \sin\theta_N \sin\varphi_N & -\cos\varphi_N \end{bmatrix}; \mathbf{b} = \begin{bmatrix} x_1 \sin\theta_1 - y_1 \cos\theta_1 \\ (x_1 \cos\theta_1 + y_1 \sin\theta_1) \sin\varphi_1 - z_1 \cos\varphi_1 \\ \dots \\ x_N \sin\theta_N - y_N \cos\theta_N \\ (x_N \cos\theta_N + y_N \sin\theta_N) \sin\varphi_N - z_N \cos\varphi_N \end{bmatrix}$$

当 $N \geq 2$ 时, 式(4)具有最小二乘解:

$$\mathbf{x} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{b} \quad (5)$$

由于难以得到真实的测量值, 常用带噪声的测量值代替真实值, 若仅考虑向量 \mathbf{b} 的噪声, 定位的最小二乘解为:

$$\mathbf{x}^* = ((\mathbf{H}^*)^T \mathbf{H}^*)^{-1} (\mathbf{H}^*)^T \mathbf{b}^* \quad (6)$$

但矩阵 \mathbf{H} 也含有噪声, 因此利用式(6)进行定位误差较大。

由于噪声是由量测量 θ_k^* 和 φ_k^* 产生, 令 $\boldsymbol{\theta}^* = [\theta_1^*, \varphi_1^*, \dots, \theta_N^*, \varphi_N^*]^T$, $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \varphi_1, \dots, \theta_N, \varphi_N]^T$, $n\mathbf{B} = [d\theta_1, d\varphi_1, \dots, d\theta_N, d\varphi_N]^T$, 式中 n 为噪声, 则有:

$$\boldsymbol{\theta}^* = \boldsymbol{\theta} + \mathbf{n} \quad (7)$$

设噪声 \mathbf{n} 的均值为 0, 协方差矩阵为 \mathbf{Q} , 则有:

$$p(\boldsymbol{\theta}^*) = \frac{1}{(2\pi)^N |\mathbf{Q}|^{\frac{1}{2}}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\boldsymbol{\theta}^*)^T \mathbf{Q}^{-1} \boldsymbol{\theta}^*\right] \quad (8)$$

对式(8)取对数可得:

$$L(\boldsymbol{\theta}^*) = -N \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \ln(|\mathbf{Q}|) - \frac{1}{2} (\boldsymbol{\theta}^*)^T \mathbf{Q}^{-1} \boldsymbol{\theta}^* \quad (9)$$

则利用最大似然估计有:

$$\hat{\mathbf{x}} = \arctan \max_{\mathbf{x}} L(\boldsymbol{\theta}^*) \quad (10)$$

注意到式(10)为无约束的极值问题, 在此采用信赖域方法进行求解。给定目标位置点 $\mathbf{x}^{(k)}$ 后, 确定一个变化范围, 称为信赖域, 在此范围内优化目标函数的二次逼近式, 按一定模式求出后继点 $\mathbf{x}^{(k+1)}$, 若不满足精度要求, 再定义以 $\mathbf{x}^{(k+1)}$ 为中心的信赖域, 并在此域内优化新的二次逼近式, 直到满足精度要求。

对目标函数 $f(\mathbf{x}) = L(\boldsymbol{\theta}^*)$, 将其在给定点 $\mathbf{x}^{(k)}$ 进行 Taylor 展开并取二次近似得:

$$f(\mathbf{x}) \approx f(\mathbf{x}^{(k)}) + \nabla f(\mathbf{x}^{(k)})^T (\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(k)}) + \frac{1}{2} (\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(k)})^T \nabla^2 f(\mathbf{x}^{(k)}) (\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(k)}) \quad (11)$$

其中 $\nabla f(\mathbf{x}^{(k)})$ 和 $\nabla^2 f(\mathbf{x}^{(k)})$ 分别为:

$$\nabla f(\mathbf{x}^{(k)}) = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^{(k)}} = -\frac{\partial \boldsymbol{\theta}^{*T}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{Q}^{-1} \boldsymbol{\theta}^* \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^{(k)}} \quad (12)$$

$$\nabla^2 f(\mathbf{x}^{(k)}) = \frac{\partial^2 L}{\partial \mathbf{x} \partial \mathbf{x}^T} \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^{(k)}} = \frac{\partial \nabla f(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^{(k)}} \quad (13)$$

若记 $\mathbf{d} = \mathbf{x} - \mathbf{x}^{(k)}$, 则式(11)为:

$$g_k(\mathbf{d}) \approx f(\mathbf{x}^{(k)}) + \nabla f(\mathbf{x}^{(k)})^T \mathbf{d} + \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \nabla^2 f(\mathbf{x}^{(k)}) \mathbf{d} \quad (14)$$

为使用 $g_k(\mathbf{d})$ 近似 $f(\mathbf{x})$, 令 $\|\mathbf{d}\| \leq r_k$, r_k 为信赖域半径, 故求 $f(\mathbf{x})$ 的极小点可转化为解一系列子问题:

$$\begin{cases} \min g_k(\mathbf{d}) = f(\mathbf{x}^{(k)}) + \nabla f(\mathbf{x}^{(k)})^T \mathbf{d} + \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \nabla^2 f(\mathbf{x}^{(k)}) \mathbf{d} \\ \text{s. t. } \sqrt{\mathbf{d}^T \mathbf{d}} \leq r_k \end{cases} \quad (15)$$

得到式(15)的最优解 $\mathbf{d}^{(k)}$ 后, 要根据用 $g_k(\mathbf{d})$ 逼近 $f(\mathbf{x})$ 是否成功来确定点 $\mathbf{x}^{(k)} + \mathbf{d}^{(k)}$ 能否作为式(11)的近似解。定义函数值实际下降量与预测下降量之比为:

$$\rho_k = \frac{f(\mathbf{x}^{(k)}) - f(\mathbf{x}^{(k)} + \mathbf{d}^{(k)})}{f(\mathbf{x}^{(k)}) - g_k(\mathbf{d}^{(k)})} \quad (16)$$

若 ρ_k 太小, 认为逼近不成功, 后继点取 $\mathbf{x}^{(k)}$; 否则后继点取 $\mathbf{x}^{(k)} + \mathbf{d}^{(k)}$ 。利用信赖域方法进行定位的步骤如下:

步骤 1 取式(6)作为目标位置的初始值 $\mathbf{x}^{(1)}$, 给定信赖域半径 r_1 , 参数 $0 < \alpha < \beta < 1$ (一般取 $\alpha = \frac{1}{4}, \beta = \frac{3}{4}$) 及精度要求 ε , 置 $k = 1$;

步骤 2 计算 $f(\mathbf{x}^{(k)})$, $\nabla f(\mathbf{x}^{(k)})$, 若 $\|\nabla f(\mathbf{x}^{(k)})\| \leq \varepsilon$, 则得到定位解 $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}^{(k)}$; 否则通过式(13)计算 $\nabla^2 f(\mathbf{x}^{(k)})$;

步骤 3 求解子问题式(15), 得最优解 $\mathbf{d}^{(k)}$, 并通过式(16)计算 ρ_k ;

步骤 4 若 $\rho_k \leq \mu$, $\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)}$; 否则 $\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \mathbf{d}^{(k)}$;

步骤 5 若 $\rho_k \leq \mu$, $r_{k+1} = \frac{r_k}{2}$; 若 $\mu < \rho_k < \eta$, $r_{k+1} = r_k$; 否则 $r_{k+1} = 2r_k$;

步骤 6 置 $k = k + 1$, 转步骤 2。

2 仿真分析

设量测向量为:

$$\theta^* = [\theta_1^*, \varphi_1^*, \dots, \theta_N^*, \varphi_N^*]^T \quad (17)$$

其误差服从高斯分布:

$$\mathbf{d}\theta^* \sim (0, \text{diag}(\sigma_{\theta_1^*}^2, \sigma_{\varphi_1^*}^2, \dots, \sigma_{\theta_N^*}^2, \sigma_{\varphi_N^*}^2)) \quad (18)$$

记 $\mathbf{d}\mathbf{x} = [dx, dy, dz]^T$, 则对定位方程式(1)求微分并写成矩阵的形式可得:

$$\mathbf{d}\theta^* = \mathbf{C}\mathbf{d}\mathbf{x} \quad (19)$$

$$\begin{cases} C_{2k-1,1} = \frac{y_k - y}{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2} \\ C_{2k,1} = \frac{-(x - x_k)(z - z_k)}{\|x - x_k\|_2^2 \sqrt{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2}} \end{cases}, \begin{cases} C_{2k-1,2} = \frac{x - x_k}{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2} \\ C_{2k,2} = \frac{-(y - y_k)(z - z_k)}{\|x - x_k\|_2^2 \sqrt{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2}} \end{cases}, \begin{cases} C_{2k-1,3} = 0 \\ C_{2k,3} = \frac{\sqrt{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2}}{\|x - x_k\|_2^2} \end{cases}$$

其中 $k = 1, 2, \dots, N$, 有:

则由式(19)可得:

$$\mathbf{d}\mathbf{x} = (\mathbf{C}^T \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{d}\theta^* \quad (20)$$

定位协方差矩阵为:

$$\mathbf{P}_{\mathbf{d}\mathbf{x}} = (\mathbf{C}^T \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{P}_{\mathbf{d}\theta^*} \mathbf{C} (\mathbf{C}^T \mathbf{C})^{-1} \quad (21)$$

式中 $\mathbf{P}_{\mathbf{d}\theta^*} = \text{diag}(\sigma_{\theta_1^*}^2, \sigma_{\varphi_1^*}^2, \dots, \sigma_{\theta_N^*}^2, \sigma_{\varphi_N^*}^2)$, 则定位精度 GDOP 为^[7]:

$$\text{GDOP} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2} = \sqrt{\text{tr}(\mathbf{P}_{\mathbf{d}\mathbf{x}})} \quad (22)$$

仿真条件: 以发射站为坐标原点建立坐标系, 则发射站坐标为(0,0,0), 3个接收站的坐标分别为(-50, -50, 0), (50, -50, 0), (0, 50, 0), 各个站的方位角和仰角估计误差分别服从相同方差的正态分布, 并且统计独立, 图2中(a) - (b)分别为 $\sigma_\theta = 1.5 \text{ mrad}, \sigma_\varphi = 3 \text{ mrad}$ 时高度 10 km 和 20 km 处的 GDOP 图, (c) - (d)分别为 $\sigma_\theta = 1 \text{ mrad}, \sigma_\varphi = 2 \text{ mrad}$ 时高度 10 km 和 20 km 处的 GDOP 图。

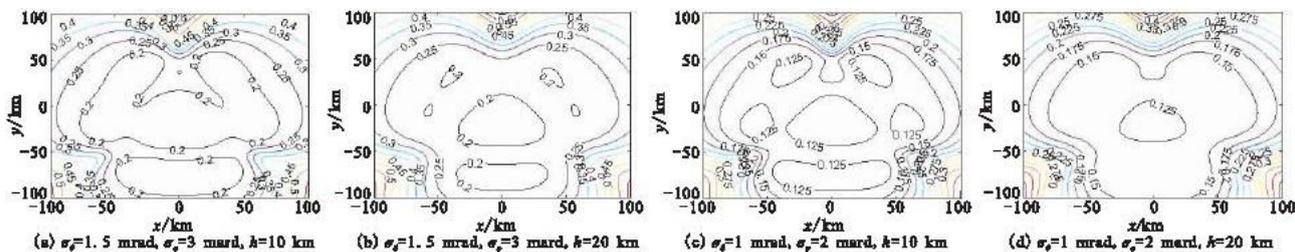


图2 GDOP分布图

Fig.2 GDOP contours

从图2中可以看出,对于同一高度而言,每个站附近有一个狭长区域,在该区域内定位精度随着目标与站间的距离增大而急剧下降,在其他区域,目标离站越远定位精度越低。定位精度随着高度的增加逐步降低,且方位角和仰角估计的均方差越小,定位精度越高。

现将本文的定位算法与最小二乘算法进行比较。仍然假设发射站和接收站的坐标同上,目标的坐标为(100,50,15) km,并设方位角和仰角误差相等,利用本文方法对目标进行定位并作1 000次 Monte - Carlo 仿真,图3给出了2种算法的相对误差。

从图3可以看出,2种算法的定位相对误差随着测角误差均方差的增加而增大,并且最大似然估计算法的定位精度要高于最小二乘算法,因此本文的算法能有效提高定位精度。

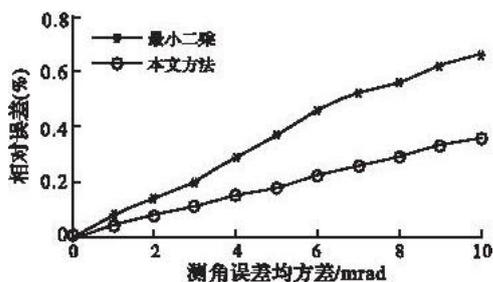


图3 2种定位算法的相对误差

Fig.3 Relative error of two location algorithm

3 结论

本文研究了一种基于角度信息的双基雷达网定位算法,并对其定位精度进行了研究。仿真结果显示算法的定位精度随着高度的增加逐步降低,且方位角和仰角估计误差的均方差越小,定位精度越高。从两种算法的比较中可以看出本文方法的定位性能优于最小二乘算法,能有效提高定位精度,因此本文方法具有较高的实用价值。

参考文献(References):

- [1] 梁晓龙, 胡俊华, 荆献勇. 近空间多武器平台对地攻击多阶段模型及算法[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(12): 2618 - 2622.
LIANG Xiaolong, HU Junhua, JING Xianyong. Multi - stage optimization model and algorithm for near space multi - weapon platform attacking ground targets[J]. Systems engineering and electronics, 2010, 32(12): 2618 - 2622. (in Chinese)
- [2] Foy W H. Position location solutions by Taylor series estimation[J]. IEEE trans aero elec sys, 1976, 12(2): 187 - 194.
- [3] Chan Y T, Ho K C. A simple and efficient estimator for hyperbolic location[J]. IEEE trans signal process, 1994, 42(8): 1905 - 1915.
- [4] Huang Z, Lu J. Total least squares and equilibration algorithm for range difference location[J]. Electron lett, 2004, 40(5): 121 - 122.
- [5] 陈金立, 顾红, 苏卫民. 一种双基地 MIMO 雷达快速多目标定位方法[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(7): 1664 - 1668.
CHEN Jinli, GU Hong, SU Weimin. A method for fast multi - target localization in bistatic MIMO radar system[J]. Journal of electronics & information technology, 2009, 31(7): 1664 - 1668. (in Chinese)
- [6] Petre S, Jian L. Source localization from range - difference measurements[J]. IEEE signal proc mag, 2006, 63(11): 63 - 65.
- [7] He You, Xiu Jianjuan, Wang Guohong. Theorem for the combination of bistatic radar measurements using least squares[J]. IEEE transactions on aerospace and electronic systems, 2003, 39(4): 1441 - 1445.

(编辑:徐敏)

(下转第57页)