

基于空间曲线理论的植物叶片形态模拟

袁修久¹, 刘 栋¹, 王胜勇², 杨 荣³, 赵学军¹

(1. 空军工程大学理学院, 陕西 西安 710051; 2. 93942 部队, 陕西 咸阳 712000; 3. 空军工程大学导弹学院, 陕西 三原 713800)

摘要 利用空间曲线理论建立了植物叶片的形态模型。通过调整参数可以得到不同种类的叶片形态,并且随着叶片轮廓线长度参数的增加,叶片可以生长。首先根据叶片的轮廓线的特征构造曲率函数族和挠率函数族,通过解空间曲线的基本方程,绘制出半边叶子的轮廓线。再利用对称性得到另半边叶子的轮廓线。综合利用投影和仿射变换方法确定叶中脉曲线。通过 Loop 细分得到光滑的叶面。在曲率函数是分段幂函数的情况下,证明了二维叶片的生长方向总是沿着初始叶片的对称轴方向。通过仿真试验验证了本文算法的可行性。本文的方法可以绘制出复杂的叶子。

关键词 植物叶子模拟; 空间曲线理论; 仿射变换; 掌形叶子

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2011.03.017

中图分类号 TP391 **文献标识码** A **文章编号** 1009-3516(2011)03-0078-06

植物模拟一直是自然场景绘制的重点。文献[1]使用物理模型模拟了叶子在秋季的变形,侧重于模拟叶子的卷曲。文献[2]开发并完善了多种二维植物叶片的形态模型。文献[3]通过产生树状结构的方法建立了叶片的模型,侧重于模拟阔叶植物在风中的真实形态模拟。文献[4]从图像中重建带叶片的植物,而叶片模型的建立需要手工辅助。文献[5]通过轮廓线、轴线和弧度定义叶片,用户采用交互的方法生成各种叶片造型。叶子的模拟经常要考虑其动态生长过程。文献[6]用分形方法对柏叶进行了建模,利用多边形作为叶片的模型,由于柏叶的叶片细长,该方法很难推广到阔叶植物的模拟。文献[7]利用样条曲面建立叶子的模型,而叶子的生长采用人机交互调整控制点的方法。然而在自然场景的模拟中,叶子随时间的变化过程经常要由计算机自动完成,而不需要人为的交互。文献[8]利用 L-系统建立了叶子的模型,此方法绘制的叶子可以生长,但正如文献[8]所指出的,该方法只有对小的,平的叶面模拟效果好。文献[9]是在已知叶子的测量数据的情况下,先生成一个叶子,然后按比例放大描述叶子由小长大。该方法能够描述生长前后 2 个叶子的相似性。但自然界中的叶子的相似性千变万化,需要有新的方法来描述叶子之间的相似性。文献[10]将叶片的几何形态简化为由主脉和边缘轮廓线组成的拓扑结构,利用样条曲线表示叶片的主脉和边缘轮廓线,2 条边缘线的首尾都与主脉线的首尾重合,以构成叶片的主要框架。但该文使用样条曲线来模拟叶片的轮廓线,难以实现叶片的自动生长。本文主要模拟叶片形态,并且要求所模拟的叶片要可生长。

本文将叶片的几何形态简化为由主脉和边缘轮廓线组成的拓扑结构。使用空间曲线基本方程来描述叶子的边缘曲线。要使所模拟的叶片“自动”生长,其关键问题是要实现生长前后的叶片的相似性。植物叶子几何形状的形成是自然界中各种复杂内外因素互相影响共同作用的结果。由于生长环境不同,叶子相似性的表现也不相同,如有的叶子在生长过程中叶子主轴方向始终不变,而有的则发生了变化,如出现向光性等。本文在给出了描述叶子的轮廓线的曲率函数族和挠率函数族的基础上,利用空间曲线的基本方程建立了叶片的形态模型,并且给出了描述叶片在生长过程中相似性参数所满足的条件。该模型可以描述各种不同种

* 收稿日期:2011-02-24

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11071256);陕西电子信息系统综合集成重点实验室基金资助项目(201113Y12)

作者简介:袁修久(1966-),男,陕西旬阳人,教授,主要从事虚拟现实研究. E-mail: yuanxiujiu@sohu.com

类的相似叶片序列。

1 基本理论

1.1 空间曲线的基本方程

空间曲线理论指出:空间中任意一条初值为 $\mathbf{r}(0) = \mathbf{r}_0$, 切线方向的初值为 $\alpha(0) = \alpha_0$, 主法线方向的初值为 $\beta(0) = \beta_0$, 副法线方向的初值为 $\gamma(0) = \gamma_0$ 的曲线的方程 $\mathbf{r} = \mathbf{r}(s)$ 可由微分方程组(1)解出。方程组(1)称为曲线的基本方程。若 $\psi(s) \equiv 0$, 空间曲线为平面曲线。

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{r}}{ds} = \alpha; \\ \frac{d\alpha}{ds} = \varphi(s)\beta; \\ \frac{d\beta}{ds} = -\varphi(s)\alpha + \psi(s)\beta; \\ \frac{d\gamma}{ds} = -\psi(s)\beta; \\ \alpha = \alpha_0; \beta = \beta_0; \gamma = \gamma_0; \\ |\alpha_0| = |\beta_0| = |\gamma_0| = 1; \text{且 } \gamma_0 = \alpha_0 \times \beta_0; \\ (\alpha_0, \beta_0) = (\alpha_0, \gamma_0) = (\beta_0, \gamma_0) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\varphi(s)$ 为曲线的曲率; $\psi(s)$ 为曲线的挠率; s 是曲线的弧长,本文将 s 解释为植物叶子的轮廓线的长或叶中脉的长。

1.2 拉伸仿射变换

设有2个坐标系 $[o, e_4, e_5, e_6]$ 和坐标系 $[o, e_1, e_2, e_3]$, 点 P 在坐标系 $[o, e_4, e_5, e_6]$ 下的坐标为 (u, v, w) , 平面分别沿 e_1, e_2, e_3 拉伸 k_1, k_2, k_3 , 则 P 点经拉伸后得到的 P 点在坐标系 $[o, e_4, e_5, e_6]$ 下的坐标为:

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = (e_4, e_5, e_6)^{-1} (e_1, e_2, e_3) \begin{pmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{pmatrix} (e_1, e_2, e_3)^{-1} (e_4, e_5, e_6) \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \quad (2)$$

1.3 曲线在平面上的投影公式

设曲线 l 离散化后的数据矩阵为 L_3 , 其维数为 $3 \times m$ 维, 则其在平面 π 上的垂直投影曲线离散后的矩阵 L_4 可以表示为:

$$L_4 = \begin{pmatrix} A & B & C \\ B & -A & 0 \\ 0 & C & -B \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B & -A & 0 \\ 0 & 0 & C & -B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{e} \\ L_3 \end{pmatrix} \quad (3)$$

式中: L_3 为 $3 \times m$ 维矩阵;平面 π 的方程为 $Ax + By + Cz + D = 0$ 。

公式(2)、(3)推导较简单,这里略去。

由于大多叶子的形状是近似对称的, 因此我们在叶片形态绘制时, 先绘制出半边叶片的轮廓线, 再利用对称性绘制出另半边叶片的轮廓线。

2 二维叶片的绘制

为了提高场景的绘制效率, 经常将叶片简化为二维的叶片。在本文我们也从绘制二维叶片开始。虽然叶子的形状很多, 但是下边这种情况是一种典型的情况: 半边叶片的边缘轮廓线一点的弯曲度大, 而其余地方的弯曲度小。同时随着叶子的生长, 叶边缘线的最大弯曲程度在减少。为了描述这种情况, 我们选取有一个极值点, 凸的, 非负的, 连续的函数作为曲率函数来刻画叶边缘轮廓线。而随着轮廓线的增长, 其长度与曲率函数的最大值的乘积为常数。

我们首先用式(4)这样的三角型的曲率函数来描述叶片的边缘轮廓线。即:

$$\varphi_1(s) = \begin{cases} \frac{h_1}{\lambda_1 s_1} s, & 0 \leq s < \lambda_1 s_1; \\ -\frac{h_1}{(1-\lambda_1)s_1}(s-s_1), & \lambda_1 s_1 \leq s \leq s_1 \end{cases} \quad 0 \leq \lambda_1 \leq 1, 0 < h_1 \quad (4)$$

式中: s_1 为边缘轮廓线的长度; h_1 为轮廓线的最大弯曲程度。记边缘线的长度 $s_1 = s_{11}$, 最大弯曲程度 $h_1 = h_{11}$ 的叶片的边缘轮廓线的曲率函数为 $\varphi_{11}(s)$; 边缘线的长度 $s_1 = s_{12}$, 最大弯曲程度 $h_1 = h_{12}$ 的叶片的边缘轮廓线的曲率函数为 $\varphi_{12}(s)$ ($s_{12} > s_{11}$)。为了描述这 2 个叶片的相似性, 按照前面的分析, 我们让 2 个叶片的参数满足 $s_{11}h_{11} = s_{12}h_{12} = \mu_1$ 。本文的叶片均以 OpenGL 为平台绘制而成。而方程组(1)的求解使用 4 阶或 5 阶龙格-库塔法。图 1 是 $\mu_1 = 2, \lambda_1 = 0.7$ 的一族叶子。图 2 是 $\mu_1 = 6, \lambda_1 = 0.9$ 的一族叶子。

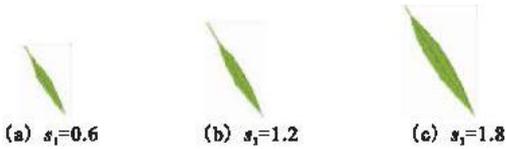


图 1 $\mu_1 = 2, \lambda_1 = 0.7$ 的一族叶子

Fig. 1 A family of leaves with the parameters $\mu_1 = 2, \lambda_1 = 0.7$

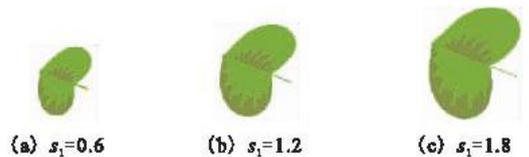


图 2 $\mu_1 = 6, \lambda_1 = 0.9$ 的一族叶子

Fig. 2 A family of leaves with the parameters $\mu_1 = 6, \lambda_1 = 0.9$

从图 1, 图 2 可以看到随着叶子的生长, 即轮廓线变长, 叶子是相似的。同时可以看到参数 μ_1 和 λ_1 改变后, 叶子的形状发生了很大的变化, 即参数 μ_1, λ_1 的取值直接影响着叶子的形状, 因此通过修改参数可以改变叶子的类型。从图 1、图 2 还可以看出, 叶子的生长方向总是不变的, 这不是偶然的, 事实上有下面的结论:

$$\text{设 } \varphi_{21}(s) = \begin{cases} \frac{h_{21}}{(\lambda s_{21})^{n_1}} s^{n_1}, & 0 \leq s < \lambda_2 s_{21} \\ \frac{h_{21}}{(1-\lambda_2)^{n_2} s_{21}^{n_2}} (s-s_{21})^{n_2}, & \lambda s_{21} \leq s \leq s_{21} \end{cases} \quad (5)$$

$$\varphi_{22}(s) = \begin{cases} \frac{h_{22}}{(\lambda s_{22})^{n_1}} s^{n_1}, & 0 \leq s < \lambda_2 s_{22}; \\ \frac{h_{22}}{(1-\lambda_2)^{n_2} s_{22}^{n_2}} (s-s_{22})^{n_2}, & \lambda s_{22} \leq s \leq s_{22} \end{cases} \quad (6)$$

式中 n_1, n_2 为正实数。

定理 设方程组(1)中 $\varphi(s) = \varphi_{21}(s)$ 下所对应的曲线的方程为 $\mathbf{r}(s) = \mathbf{r}_{21}(s), 0 \leq s \leq s_{21}$, 而 $\varphi(s) = \varphi_{22}(s)$ 下所对应的曲线的方程为 $\mathbf{r}(s) = \mathbf{r}_{22}(s), 0 \leq s \leq s_{22}$, 且 $s_{21}h_{21} = s_{22}h_{22} = \mu_2$, 则存在常数 k 使得 $(\mathbf{r}_{21}(s_{21}) - \mathbf{r}_{21}(0)) = k(\mathbf{r}_{22}(s_{22}) - \mathbf{r}_{22}(0))$, 其中 $\mathbf{r}_{21}(0) = \mathbf{r}_{22}(0)$ 。

定理证明较长, 限于篇幅略去。

该定理表明曲线段 $\mathbf{r}(s) = \mathbf{r}_{21}(s), 0 \leq s \leq s_{21}, \mathbf{r}(s) = \mathbf{r}_{22}(s), 0 \leq s \leq s_{22}$ 的首尾点在一条直线上。而曲率函数 $\varphi_{11}(s), \varphi_{12}(s)$ 分别是 $\varphi_{21}(s), \varphi_{22}(s)$ 中 $n_1, n_2 = 1$ 的情况。由此说明叶片的轮廓线的曲率函数如果是 $\varphi_1(s)$, 则该叶片的生长方向始终是初始叶片主轴的方向。因此如果要描述叶片的向光性, 也就是叶片的生长方向会出现变化, 则叶片的轮廓线不使用曲率函数 $\varphi_1(s)$, 或 $s_{11}h_{11} = s_{12}h_{12} = \mu_1$ 不成立。

为了描述这种情况, 我们选用如式(7)所示的分段指数型函数作为曲率函数。

$$\varphi_3(s) = \begin{cases} b_1 e^{b_2 s}, & 0 \leq s < \lambda_3 s_3 \\ b_3 e^{-b_4 s}, & \lambda_3 s_3 \leq s \leq s_3 \end{cases}, \quad 0 \leq \lambda_3 \leq 1 \quad (7)$$

式中: $b_2 = \frac{1}{\lambda_3 s_3} (\ln h_3 - \ln b_1)$; $b_3 = u_3 e^{b_4 s_3}$; $b_4 = \frac{1}{s_3 - \lambda_3 s_3} (\ln h_3 - \ln u_3)$; b_1, h_3, u_3, λ_3 为独立参数。

图3是 $\lambda_3 = 0$ 时, $\varphi_3(s) = b_3 e^{-b_4 s}$, $0 \leq s \leq s_3$, $u_{31} = u_{32} = u_{33} = 0.001$, $h_{31} s_{31} = h_{32} s_{32} = h_{33} s_{33} = 30$ 的3个叶片。随着轮廓线逐步变长,从图3明显可以看出叶片生长方向向上翘,即生长的方向出现了变化。

植物的叶子,其细节比较丰富,如其顶端的形状经常较复杂。为了模拟其尖端有一个凹点的情况,我们把曲率函数取为:

$$\varphi_4(s) = \begin{cases} h_4/\lambda_{41} s_4 s, & 0 \leq s < \lambda_{41} s_4 \\ -h_4/(1-\lambda_{41}) s_4 (s-s_4), & \lambda_{41} s_4 \leq s \leq s_4 \\ u_4/\lambda_{42} \alpha_4 s_4 (s-s_4), & s_4 \leq s < s_4 + \lambda_{42} \alpha_4 s_4 \\ -u_4/(1-\lambda_{42}) \alpha_4 s_4 (s-(1+\alpha_4)s_4), & s_4 + \lambda_{42} \alpha_4 s_4 \leq s \leq (1+\alpha_4)s_4 \end{cases} \quad (8)$$

式中 $h_4 = \beta u_4$, $1 < \beta$, $0 < \alpha_4 < 1$ 。设初始叶片的轮廓线的曲率函数的参数 $h_4 = h_{41}$, $s_4 = s_{41}$, 而生长后的叶片的轮廓线的参数 $h_4 = h_{42}$, $s_4 = s_{42}$, 为了描述这2个叶片的相似性,令 $s_{41} h_{41} = s_{42} h_{42} = \mu_4$ 。图4是叶边缘曲线的曲率函数为式8的叶片序列。

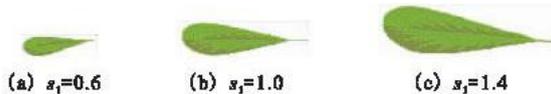


图3 轮廓线的曲率函数为式(7)的叶片序列
Fig. 3 A sequence of leaves with function (7) as their outlines' curvature function

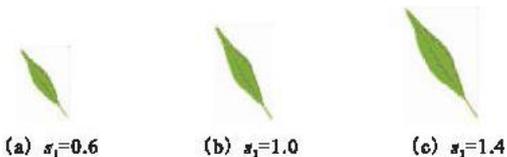


图4 鸭舌形叶子
Fig. 4 Duck-tongueshaped leaves

更一般地,曲率函数族和挠率函数族可以取为

$$\varphi^*(s) = \begin{cases} g_1((s-c_1)/c_2), & 0 \leq s \leq \lambda^* s^* \\ g_2((s-c_3)/c_4), & \lambda^* s^* < s \leq s^* \end{cases}, \varphi^*(s) \text{ 要满足连续性, 一般的 } g_1^* \text{ 单调递增, } g_2^* \text{ 单调递减, 且 } g_1, g_2 \text{ 都是凸函数, 并且 } s^* = \lambda^* s^* \text{ 时, } \varphi^*(s) \text{ 达到最大值, 而且是唯一的最大值。任给的2个 } \varphi_1^*(s) \text{ 和 } \varphi_2^*(s) \text{ 设他们的最大值分别为 } h_1^* \text{ 和 } h_2^*, \text{ 2个叶轮廓线的长度分别为 } s_1^* \text{ 和 } s_2^*, \text{ 则有 } s_1^* h_1^* = s_2^* h_2^* = \mu^*。$$

3 三维叶片的绘制

三维叶片其边缘线和叶主脉既有弯曲又有扭曲。同二维类似的一个典型的情况是:边缘轮廓线只有一个点弯曲程度和扭曲程度最大,其余的地方弯曲程度和扭曲程度小,并且随着叶片的生长,其最大弯曲程度和扭曲程度逐渐减少。因此我们把挠率函数的形式取得同曲率函数的形式完全一样。并且随着叶片的生长,挠率函数的最大值同叶边缘线长度的乘积是一个常数。在取好曲率函数和挠率函数后,利用方程组(1)首先绘制好半边叶片的边缘轮廓线,把过半边轮廓线的起点和终点且与轮廓线的初始切向量的夹角为锐角的平面作为叶片的对称平面。然后利用对称性绘制好叶片的另半边轮廓线。再利用式(2)将轮廓线向对称平面投影,利用式(3)进行拉伸变换,取 z 坐标,再将轮廓线向 xoy 平面上投影,进行拉伸变换,取 (x,y) 坐标,最后把各坐标点 (x,y,z) 连接起来得到的曲线作为叶片的主脉。将边缘线和主脉线离散化,连接对应的离散点形成四边形网格曲面,将该网格曲面采用 LOOP 细分的方法进行光滑形成叶片的网格曲面。

为了简化绘制方法,我们如下选边缘轮廓线的初值,即初始轮廓的边缘线的切向量和法向量都在 xoy 平面上,而次法向量平行 z 轴,初始点选在原点上。如果对称平面垂直于 xoy 平面,则其法向量同 z 轴是垂直的,即法向量同 z 轴的夹角的余弦为0。通过让该值在0的范围内波动,可以控制叶子的开合。

对称平面的求法。设对称平面的法向量为 $(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$,则有:

$$\begin{cases} \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 = 1 \\ 0 \cdot \gamma_1 + 0 \cdot \gamma_2 + 1 \cdot \gamma_3 = \theta \\ f_1 \cdot \gamma_1 + f_2 \cdot \gamma_2 + f_3 \cdot \gamma_3 = 0 \end{cases} \quad (9)$$

式中:向量 (f_1, f_2, f_3) 为轮廓线首尾连线的法向量; θ 为 z 轴与法向量 $(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$ 的夹角余弦 θ 已知。通过方程组(9)可以解出法向量 $(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$,再利用轮廓线的首尾坐标就可以写出对称平面的方程了。

图5是使用本节的方法绘制的边缘线,并贴图得到的一组三维叶子。其中曲率函数为式(4),挠率函数为式(10),叶轴方程为“相似”曲线族起点和终点所在的直线,初始位置 $r(s_0) = (0,0,0)$, $\lambda_1 = 0.95$,初始切

向量 $\alpha(s_0) = \left(\cos \frac{\pi}{4}, -\sin \frac{\pi}{4}, 0 \right)$, 初始主法向量 $\beta(s_0) = \left(\sin \frac{\pi}{4}, \cos \frac{\pi}{4}, 0 \right)$, 初始从法向量 $\beta(s_0) = (0, 0, 1)$, $\mu_1 = 5, v_{11}s_{11} = v_{12}s_{12} = \eta = 4$ 。

$$\psi_1(s) = \begin{cases} v_1/\lambda_1 s_1 s, & 0 \leq s < \lambda_1 s_1 \\ -v_1/(1-\lambda_1) s_1 (s-s_1), & \lambda_1 s_1 \leq s \leq s_1 \end{cases}, \quad 0 \leq \lambda_1 \leq 1, 0 < h_1 \quad (10)$$

图 6 是叶中脉向对称平面进行了投影,并实施了仿射变换了的叶片序列。图 7 是把这些叶片放到一个枝上的效果。从图 5 和图 6 可以看出生长前后的叶片是相似的。

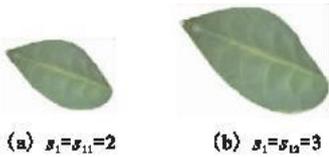


图 5 s_1 取不同值时的三维叶片

Fig. 5 3D leaves with different s_1

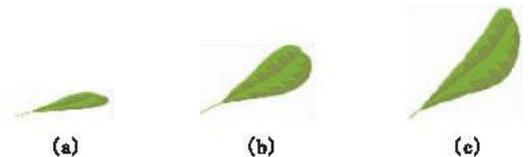


图 6 由叶边缘线投影的叶中脉的叶片序列

Fig. 6 A sequence of leaves whose middle veins are the projection of their edges

讨论:在本文为了得到生长后 2 个叶子的相似性,我们对曲率函数和挠率函数的参数分别进行了约束 $s_{11}h_{11} = s_{12}h_{12} = \mu_1, s_{11}v_{11} = s_{12}v_{12} = \eta_1$ 。其实还有很多的约束方式,如 $g(s_{11})f(h_{11}) = g(s_{12})f(h_{12}) = \mu_1$ 等,一般来说 f, g 要满足单调性,但是函数 f, g 到底如何取,则要根据叶片的具体的情况。



图 7 一个枝上相似的叶子

Fig. 7 Similar leaves on a branch

4 掌形叶片的绘制

掌形叶片一般 3 裂或 5 裂,形成深缺口。我们把叶片的基部到叶片顶端的各裂依次称为 1 裂、2 裂、3 裂、……,并且把叶片看成是对称的。掌形叶片的各裂可以看成不全的椭圆形的叶片,整个叶片可以看成各叶片组成的。我们先绘制半边轮廓线,然后再绘制另半边轮廓线,并且把初始的切向量和法向量放在 xoy 平面上。

首先按第 2 节或第 3 节的方法,绘制第一裂的半边轮廓线,然后根据对称性再绘制该裂的另半边轮廓线。再从该边轮廓线上选一点,从该点开始绘制第二裂的半边轮廓线,然后根据对称性绘制出该级裂片的另半边轮廓线。依相同的方式绘制出下一裂的轮廓线。最后再绘制出各裂主脉。需要注意的是下一裂的轮廓线的初始切向量同 x 轴的夹角小于本裂的轮廓线同 x 轴的夹角。图 8 是按这种方法绘制的生长的掌形叶片序列。

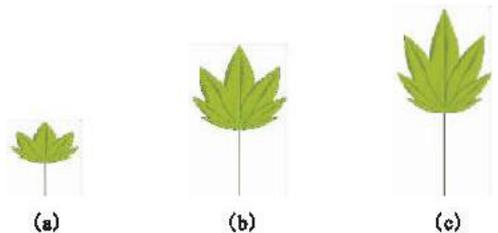


图 8 生长的掌形叶片序列

Fig. 8 A sequence of growing palm-shaped leaf leaves

5 结束语

本文利用空间曲线理论建立了植物叶片的形态模型。给出了常见形状叶片的边缘线的曲率函数族和挠率函数族。通过调整参数可以得到不同种类的叶片,并且随着叶片轮廓线参数的增加,叶片可以生长。在曲率函数是分段幂函数的情况下,在给定的条件下,证明了二维叶片的生长方向总是沿着初始叶片的对称轴方向。本文的方法可以绘制出复杂的叶子,如掌形叶子等,这对于模拟复杂植物场景有重要意义。

参考文献:

[1] 迟小羽,盛斌,陈彦云,等. 基于物理的植物叶子形态变化过程仿真造型[J]. 计算机学报,2009,32(2):221-230.
CHI Xiaoyu, SHENG Bin, CHEN Yanyun, et al. Physically based simulation of weathering plant leaves[J]. Chinese journal of

- computers, 2009,32(2):221 – 230. (in Chinese)
- [2] Runions A, Fuhrer M, Lane B, et al. Modeling and visualization of leaf venation patterns[J]. ACM transactions on graph, 2005,24(3):702 – 711.
- [3] 李文辉,郭武,冯广慧. 虚拟阔叶植物的建模及仿真[J]. 吉林大学学报:工学版,2008,38(5):1146 – 1150.
LI Wenhui, GUO Wu, FENG Guanghui. Modeling and simulation of broad – leaf plants[J]. Journal of Jilin university:engineering and technology edition,2008,38(5):1146 – 1150. (in Chinese)
- [4] Quan L, Tan P, Zeng G, et al. Image – based plant modeling[J]. ACMT graphic, 2006,25(3):599 – 604.
- [5] Lintemann B, Deussen O. Interactive modeling of plants[J]. IEEE computer graphics and applications,1999,19(1):56 – 65.
- [6] 曾兰玲,王琰. 基于分形的三维柏叶生成算法[J]. 沈阳理工大学学报,2006,25(1):50 – 52.
ZHENG Lanling, WANG Yan. 3D arborvitae reconstruction method[J]. Transactions of shenyang ligong university,2006,25(1):50 – 52. (in Chinese)
- [7] 吴瑞娟,何东健. 辣椒生长的三维可视化模拟[J]. 农机化研究, 2009, 31(10): 180 – 183.
WU Ruijuan, HE Dongjian. Three – dimensional visual simulation of pepper growth[J]. Journal of agricultural mechanization reseach,2009, 31(10): 180 – 183. (in Chinese)
- [8] Prusinkiewicz P, Lindenmayer A. The algorithmic beauty of plants[M]. New York:Springer – verlag press,1990.
- [9] Fan Jing, Yang Kefeng, Ye yang, et al. The simulation of the growing process of virtual plant leaves[C]//ICALIP 2010, Shanghai:Shanghai university press,2010:1377 – 1381.
- [10] 陆声链,郭新宇,李长峰. 三维植物叶片精确建模和绘制技术研究[J]. 中国图象图形学报, 2009, 14(4):731 – 737.
LU Shenglian, GUO Xinyu, LI Changfeng. Research on techniques for accurate modeling and rendering 3D plant leaf[J]. Journal of image and graphics, 2009, 14(4):731 – 737. (in Chinese)

(编辑:田新华)

Simulation of Plant Leaves Based on Space Curve Theory

YUAN Xiu – jiu¹, LIU Dong¹, WANG Sheng – yong², YANG Rong³, ZHAO Xue – jun¹

(1. Science Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China; 2. Unit 93942, Xianyang 712000, Shaanxi, China; 3. Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, Shaanxi, China)

Abstract: The paper has established the models of the plat leaf shapes by using space curve theory. Different types of leaf shapes can be obtained by adjusting the parameters, and with the increase of leaf outline length parameters, leaves can grow. First, according to the characteristics of leaves, the curvature and torsion functions of the edge line can be determined, then the outlines of half leaves are drawn by solving the basic equations of space curves, and the other half edge of line is drawn according to the symmetry of the leaves. The curves of the main venations can be determined by using projection method and affine transformation. Loop subdivisions have been used to obtain smooth leaves. In the situation that the curvature functions are piecewise power functions, the growths of two – dimensional leaf blades are always along the axils of initial directions have been demonstrated. Using the method mentioned in this paper can draw out complex leaves. The simulation experiment results verify the feasibility of the proposed method.

Key words: simulation of plant leaf ; space curve theory; affine transformation; palm – shaped leaf