

# 基于落影相似度的证据合成规则

辛 疆, 董福安, 陆陶荣

(空军工程大学理学院, 陕西 西安 710051)

**摘要** 在多传感器目标决策系统中,由于敌方或者环境的影响,由D-S合成规则,会得出与直觉相悖的结论。提出了一种改进的证据合成规则。首先,利用条件布尔代数距离定义了证据的落影距离,并推出证据的落影相似度;然后,由证据的落影相似度定义证据的可信度,作为证据参与组合时重要程度的权值;最后,按照Murphy的平均加权证据合成规则对证据进行组合。理论分析和数值算例表明:该方法是有用的,且在冲突信息目标决策上优于一些现有方法。

**关键词** 证据理论;冲突证据;落影;证据合成规则

**DOI** 10.3969/j.issn.1009-3516.2011.02.019

**中图分类号** TP212.9 **文献标识码** A **文章编号** 1009-3516(2011)02-0090-05

近些年来,多传感器信息融合<sup>[1,2]</sup>在军事和民用领域都得到了广泛的应用。决策是信息融合中分析和处理各方面来源的信息并做出相应判决的一种重要手段,其应用涵盖了目标识别<sup>[1,3]</sup>、故障诊断<sup>[1,4]</sup>以及态势评估<sup>[4]</sup>等范畴。运筹学与概率统计等应用数学的产生和发展,为决策的定量分析提供了重要的方法。在不确定决策时,通常要给出各个状态的概率值,但是实际情况往往无法得到准确的概率,要求决策者提供精确的概率分布不仅是困难的,而且通常也不是绝对必须的。证据理论<sup>[3,5]</sup>是Dempster首先提出后经Shafer系统化完善的,故又称为Dempster-Shafer证据理论(简称D-S证据理论)。证据理论中的基本信度指派(Basic Belief Assignment, BBA)是概率测度的推广,与概率相比,基本信度指派函数可以更加有效地刻画不完整、不确定和不可靠的信息,由于具有自然的表达形式和较强的不确定信息处理能力,D-S证据理论在决策领域获得了广泛应用。

但是,在某些情况下,D-S证据理论会产生与直觉相悖的结论:当证据冲突较大时,D-S证据理论无法有效合成。针对这个问题,本文提出一种有效的消除冲突的决策方法,该方法考虑了对各个证据中的单子统计。

## 1 D-S证据合成规则

限于篇幅,本节仅简要介绍D-S证据理论的基本原理,详细的信息可参考文献[3-5]。在证据理论<sup>[3-5]</sup>中,一个样本空间称为一个辨识框架(Frame of Discriminate),常用 $\Theta$ 表示。 $\Theta$ 由一系列对象构成,对象之间两两互斥,且包含当前决策的全体对象,即:

$$\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\} \quad (1)$$

式中对象 $\theta_i$ 称为一个单子,只含一个单子的集合称为单子集(Singleton)。在信息融合系统中,这种单子就是系统所要做出决策的结论。证据理论的基本问题是:已知辨识框架 $\Theta$ ,判明 $\Theta$ 中的一个先验的未定元素属于 $\Theta$ 中某一个子集A的程度。对于 $\Theta$ 的每一个子集,可以指派一个概率,成为基本信度指派,定义如下:

**定义** 设 $\Theta$ 为一个论域集合, $2^\Theta$ 为 $\Theta$ 中所有子集构成的集合,称 $m:2^\Theta \rightarrow [0,1]$ 为基本信度指派函数,它满足如下公理:

\* 收稿日期:2009-10-21

作者简介:辛 疆(1981-),男,陕西西安人,硕士,主要从事智能信息处理研究. E-mail: xinjiangxin@163.com

$$\sum_{A \in 2^\Theta} m(A) = 1 \quad (2)$$

$$m(\emptyset) = 0 \quad (3)$$

证据理论的一个基本策略是将证据集合划分为2个或多个不相关的部分,并利用它们分别对辨识框架独立进行判断,然后用D-S证据合成规则将它们合成起来D-S合成规则的形式为:

$$\begin{cases} m(A) = \frac{1}{1 - k} \sum_{A_i \cap B_j = A} m_1(A_i) m_2(B_j) \\ m(\emptyset) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中  $k = \sum_{A_i \cap B_j = \emptyset} m_1(A_i) m_2(B_j)$ , 它反映了证据之间冲突的程度。

## 2 冲突问题及现有的改进方案

在D-S证据理论中, $k$ 是用来表达融合的各个证据之间冲突程度的系数,我们也可以定义一个Shannon熵衡量证据之间的冲突程度,即:

$$\text{conf.} = -\log(1 - k) \quad (5)$$

当  $\text{conf.} = +\infty$  或  $\text{conf.} \rightarrow +\infty$  时,对高度冲突的证据进行归一化处理将会导致与直觉相悖的结果.下面的例子说明了这一点:

例1 设一个由2个传感器组成的目标决策系统,已知辨识框架  $\Theta = \{A, B, C\}$ , 两传感器(或者两证据)搜集的各单子的基本信度指派如下:

$$m_1: m_1(A) = 0.99, \quad m_1(B) = 0.01$$

$$m_2: m_2(B) = 0.01, \quad m_2(C) = 0.99$$

由式(4)可以得到:  $k = 0.99$ ,  $m(A) = m(C) = 0$ ,  $m(B) = 1$ ,  $\text{conf.} \rightarrow +\infty$

虽然传感器  $m_1$  和  $m_2$  公认目标  $B$  的概率指派都很低,但经过D-S合成后却得到了与直觉相悖的结果,而且也存在一个“否决(Veto)”问题,即只要其中一个证据对某一目标否决,合成结果对该目标也是否决的,这就是“Zadth悖论”<sup>[7]</sup>.为解决高冲突证据合成问题,研究人员提出了很多的方法,这些方法可以归纳为以下2种策略体系:

1) 修改规则的策略:该策略认为高度冲突下证据合成失败主要归咎于合成规则本身的归一化步骤.该类方法主要解决冲突信度的重新分配问题,即分配的集合定向问题和分配的比例依据采纳问题. Yager<sup>[8]</sup>将冲突当作未知不确定加到  $m(\Theta)$ , Smet<sup>[9]</sup>则认为盲目地接受Dempster的闭世界假设是不合适的,伴随着一定决策风险和忽视新事物的出现,系统的抗干扰能力差,这些归因于预定的辨识框架无法涵盖实时运作中所有可能发生的情况,譬如新模式和新噪音样本的出现.他肯定了证据的正确性,认为新的未知模式是导致冲突发生的根源,从而将冲突信度分配给空集.但这2种方法同样不能摆脱“否决”的不合理性,即只要一个证据否决了某一目标,此后无论有多少的证据再如何地支持该目标,在该目标上的基本信度指派都为零,这显然也是有悖常理的,而且将信度分配于框架或者空集从决策的目的来看也是没有实际价值的.

2) 修改模型的策略:D-S合成规则本身并没有错,在证据高度冲突时首先应该对冲突证据进行预处理,然后再使用D-S合成.在此基础上, Murphy<sup>[10]</sup>提出了一种证据平均合成规则,具体的步骤是:首先将证据的基本信度指派进行平均,之后再使用D-S合成规则进行信息融合.与其它方法相比较,该合成规则可以处理冲突证据,且收敛速度较快.但是Murphy的平均方法只是将多源信息进行简单的平均,没有考虑各个证据之间的相互关联,这是该方法的不足之处.

本文在Murphy方法的基础上,考虑各证据在各单子上的落影相似度,对多源证据加权后利用D-S合成融合证据信息.本文提出的方法继承了Murphy方法的所有优点,并且具有更强的抗干扰能力,收敛速度更快.

## 3 新的修改模型D-S决策方法

设  $(\Omega, F, P)$  是一个概率空间,  $(\Theta, P)$  是一个可测空间,而  $X: \Omega \rightarrow 2^\Theta$  是随机集,对于  $\forall \omega \in \Omega$  和  $\forall A \in 2^\Theta$ ,

则可以由随机集  $X(\omega)$  诱导出  $A$  的基本信度指派:

$$m(A) = P(\omega \in \Omega; X(\omega) = A) \quad (6)$$

引入落影的概念:对于  $\Theta$  中的一个单子  $\theta$ ,随机集  $X(\omega)$  在  $\theta$  上的落影

$$\mu_X(\theta) = P(\omega \in \Omega; \theta \in X(\omega)) \quad (7)$$

$\mu_X(\theta)$  实际上是一个模糊隶属函数,在许多国外文献中, $\mu_X(\theta)$  被称为单点覆盖函数,当  $\theta$  为一个非单子的子集时, $\mu_X(\theta)$  叫做多点覆盖函数。“落影”这个名字最早由我国学者汪培庄<sup>[11]</sup>命名的,可以用一个形象的比喻来理解落影:把  $\Theta$  中的随机集  $X$  看成大地  $\Theta$  上空的一片浮云, $X$  的每一种可能的实现  $X(\omega)$  是其中一片云,并用  $X(\omega)$  发生的概率  $P$  来表示这片云的厚度。由式(8)可知,对于单子  $\theta$ , $\mu_X(\theta)$  表示  $\theta$  上空的总厚度。云层越厚,落下的阴影就越深。随机集将模糊数学中的隶属函数与概率论概率测度联系起来,同样也可以用随机集这个纽带将落影与基本信度指派联系起来:

$$\mu_X(\theta) = \sum_A 1_{A\theta} P(\omega \in \Omega; X(\omega) = A) \quad (8)$$

$$= \sum_{A\theta} m(A) \quad (9)$$

式中  $1_{A\theta}$  为 Dirac - delta 函数。式(8) - (9) 是一种随机集框架下离散单点统计方法,连续情况下  $\mu_X$  就是一种可以通过集积分实现的概率假设密度(Probability Hypothesis Density, PHD),可以运用于复杂环境多目标数估计,细节可参见文献[6]。对于证据  $m_\tau, \tau = 1, 2, \dots, N$ ,可以通过其中 2 个证据在预决策的单子  $\theta_k$  上的落影推出它们的相似度 Siml,这种相似度实际上是一种模糊数相似性测度<sup>[12]</sup>,区别在于落影相似度是基于幕集的单子子集的。

因此,提出一种条件布尔代数度量落影相似度的方法。对于 2 个事件  $\alpha$  和  $\beta$ ,条件布尔代数距离<sup>[2]</sup> 为:

$$d(\alpha, \beta) = \frac{P(\alpha) + P(\beta) - 2P(\alpha\beta)}{P(\alpha) + P(\beta) - P(\alpha\beta)} \quad (10)$$

式(11) 满足距离公理的对称性、自反性和三角不等式 3 种特性。如果将  $\theta \in X$  看成一个模糊事件(或者说是落影事件),那么  $P(\theta \in X) = \mu_X(\theta)$ 。假设  $\alpha = (\theta \in X_a), \beta = (\theta \in X_b)$ ,则式(10) 可以表示成关于单子  $\theta_k$  的落影距离:

$$d^0(X_a, X_b) = \frac{\mu_{X_a}(\theta) + \mu_{X_b}(\theta) - 2\mu_{X_a}(\theta) \wedge \mu_{X_b}(\theta)}{\mu_{X_a}(\theta) + \mu_{X_b}(\theta) - \mu_{X_a}(\theta) \wedge \mu_{X_b}(\theta)} \quad (11)$$

式中联子“ $\wedge$ ”取“最小”操作运算。如此可以描述 2 个证据  $m_a$  和  $m_b$  在单子  $\theta_k$  上的贴程度:

$$\text{Adnd}^{0k}(m_a, m_b) = 1 - d^0(X_a, X_b) \quad (12)$$

且证据  $m_a$  和  $m_b$  的落影相似度可以表示为:

$$\text{Siml}(m_a, m_b) = \frac{1}{N_c} \sum_{\theta_k} \text{Adnd}^{0k}(m_a, m_b) \quad (13)$$

其中  $N_c$  为归一化函数,数值上等于框架的模,即  $N_c = |\Theta|$ 。由落影相似度我们指定证据  $m_i$  被其他证据支持的程度:

$$\text{Supt}(m_i) = \sum_{i \neq v, v=1}^N \text{Siml}(m_v, m_i) \quad (14)$$

归一化计算证据  $m_i$  的可信度:

$$\text{Cred}(m_i) = \text{Supt}(m_i) / \sum \text{Supt}(m_i) \quad (15)$$

显然,一个证据与其他证据越贴近,那么该证据的可信度越高。

在确立证据权值 Cred 的基础上,仿照 Murphy 的方法,使用 D - S 合成规则融合加权平均证据:当系统有  $n$  个证据时,将加权平均证据合成  $n - 1$  次。加权平均证据合成的方法可以有效解决证据否决问题,而且可以充分利用冲突信息,避免证据有效信息的损失。

## 4 实例分析

例 2 设某战场环境,目标类型有可能是  $A, B, C$  当中的一种,对于一个由 4 个特征传感器组成的目标识别系统,由各个传感器分别测量并归纳出目标的 4 个特征上的基本信度指派,它们的指派值分别如下:

$$(X_1, m_1) = ([\{A\}, 0.5], [\{B\}, 0.2], [\{C\}, 0.3])$$

$$(X_2, m_2) = ([\{A\}, 0], [\{B\}, 0.9], [\{C\}, 0.1])$$

$$(X_3, m_3) = ([\{A\}, 0.5], [\{B\}, 0.1], [\{C\}, 0.3], [\{A, B, C\}, 0.1])$$

$$(X_4, m_4) = ([\{A\}, 0.6], [\{B, C\}, 0.2], [\{A, B, C\}, 0.2])$$

分析表1的结果可得到以下4个结论:

1) D-S合成规则和Yager的合成规则不能处理冲突较大的多证据的合成问题,两种方法均不能识别目标A。而且无论第3个之后的证据如何地支持A,对于A的概率指派始终都是0。而Yager的合成规则随着支持A的证据逐渐增加,不确定框架的指派不断增加,这显然有悖于常理。

2) 当只有2个证据,且它们存在较大冲突时(如实例中的 $m_1$ 和 $m_2$ ),不论用哪种方法合成,均不能正确识别目标A,要正确识别目标,必须补充其他证据,这人的直觉推理是相容的。

3) Murphy和本文的方法均能克服第2个“欺骗”证据对A的否决影响;当存在4个证据时Murphy和本文的合成规则均能识别A,当存在3个证据时,唯有本文的合成规则能识别A,显然Murphy的平均加权合成具有一定的盲目性,而本文的方法收敛速度更快,这说明本文证据合成方法对目标的识别效率以及识别的准确性更高,处理冲突证据更合理。

4) 当证据数大于2时,采用本文的方法可以更迅速、更准确地识别目标A,这有利于现代复杂战场环境且信息量较少时指挥员对态势做出有效的决策。本文的证据合成规则考虑了各证据在多个决策单子上的相似性,增强了Murphy加权平均合成规则在证据预处理上的可靠性。

表1 4种证据合成方法的比较

Tab.1 Comparison of the calculation results of the four combination rules

方法	$m_1, m_2$	$m_1, m_2, m_3$	$m_1, m_2, m_3, m_4$
D-S合成规则	$m(A) = 0$	$m(A) = 0$	$m(A) = 0$
	$m(B) = 0.8571$	$m(B) = 0.7500$	$m(B) = 0.7500$
	$m(C) = 0.1429$	$m(C) = 0.2500$	$m(C) = 0.2500$
Yager的合成规则	$m(A) = 0$	$m(A) = 0$	$m(A) = 0$
	$m(B) = 0.1800$	$m(B) = 0.0360$	$m(B) = 0.0144$
	$m(C) = 0.0300$	$m(C) = 0.0120$	$m(C) = 0.0048$
	$m(\Theta) = 0.7900$	$m(\Theta) = 0.9520$	$m(\Theta) = 0.9808$
Murphy的合成规则	$m(A) = 0.1543$	$m(A) = 0.3294$	$m(A) = 0.5569$
	$m(B) = 0.7469$	$m(B) = 0.5438$	$m(B) = 0.3545$
	$m(C) = 0.0988$	$m(C) = 0.1265$	$m(C) = 0.0860$
		$m(\Theta) = 0.0002$	$m(B, C) = 0.0023$ $m(\Theta) = 0.0003$
本文方法	$m(A) = 0.1543$	$m(A) = 0.5665$	$m(A) = 0.6772$
	$m(B) = 0.7469$	$m(B) = 0.2054$	$m(B) = 0.1443$
	$m(C) = 0.0988$	$m(C) = 0.2280$	$m(C) = 0.1582$
		$m(\Theta) = 0.0001$	$m(B, C) = 0.0199$ $m(\Theta) = 0.0004$

## 5 结束语

在多传感器目标决策系统中,目标的类型往往会受到敌方或环境因素的干扰。本文提出了一种基于统计决策单子的落影相似度的D-S决策方法。该方法可以克服干扰信息的负面的影响,在Murphy的方法的基础上,通过加权平均的证据合成方法,可以有效地实现决策。实例验证本文提出的方法是有效的。

### 参考文献:

[1] 韩崇昭,朱洪艳,段战胜.多源信息融合[M].北京:清华大学出版社,2004.

HAN Chongzhao, ZHU Hongyan, DUAN Zhansheng. Multi-source information fusion[M]. Beijing: Tsinghua university

- press, 2004. (in Chinese)
- [2] Goodman I R, Mahler R, Nguyen H T. Mathematics of data fusion[M]. Dordrecht: Kluwer academic publishers, 1997.
- [3] 邓勇,朱振福,钟山. 基于证据理论的模糊信息融合及其在目标识别中的应用[J]. 航空学报,2005,26(6):754-758.  
DENG Yong, ZHU Zhenfu, ZHONG Shan. Fuzzy information fusion based on evidence theory and its application in target recognition[J]. Acta aeronautica & astronautica sinica, 2005,26(6):754-758. (in Chinese)
- [4] Mahler R. Statistical multisource - multitarget information fusion[M]. Britain: Artech house, 2007.
- [5] Dempster A P. Upper and lower probabilities induced by a multi - valued mapping[J]. Annual math statist, 1967,38(4):325-339.
- [6] Shafer G. A mathematical theory of evidence[M]. Princeton :Princeton university press, 1976.
- [7] Zadeh L. A simple view of the dempster - shafer theory of evidence and its implication for the rule of combination[J]. AI magazine, 1986, 7 (1): 85 -90.
- [8] Yager R R. On the dempster - shafer framework and new combination rules[J]. Information science,1989,41 (2):93 - 137.
- [9] Smets P, Kennes R. The transfer belief model [J]. Artificial intelligence, 1994,66(3):191 - 234.
- [10] Murphy C K. Combining belief functions when evidence conflicts[J]. Decision support systems,2000,29 (1):1 - 9.
- [11] 汪培庄. 模糊集与随机集落影[M]. 北京:北京师范大学出版社, 1985.  
WANG Peizhuang. Fuzzy set and random set drop - falling[M]. Beijing: Beijing normal university press, 1985. (in Chinese)
- [12] 杜峰,施文康,邓勇. 基于 Hausdroff 距离的扩展模糊数相似性测度[J]. 上海交通大学学报,2005,39(4):614 - 617.  
DU Feng, SHI Wenkang, DENG Yong. A new similarity measure of generalized fuzzy numbers[J]. Journal of shanghai jiaotong university,2005,39(4):614 - 617. (in Chinese)

(编辑:徐楠楠)

## Drop - falling Similarity for Evidence Combination

XIN Jiang, DONG Fu - an, LU Tao - rong

(Science Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

**Abstract:** As for the multi - sensor target decision - making system, with the affection of the opponent and the environment, the use of D - S combination rules in dealing with high conflict information will always arrive at a counter - intuitive conclusion. In this paper, an improved evidence combination rule is proposed. Firstly, conditional Boolean algebra distance is applied to define drop - falling distance, from which drop - falling similarity is deduced. Then, the credibility of evidence, as the weight of significance in evidence combination, is defined from the drop - falling similarity. Finally, the evidences are combined according to Murphy's combination rule. Both theoretic analysis and numerical examples confirm the validity of the proposed approach and the superiority to the existing methods in combining conflicting evidences.

**Key words:** evidence theory; conflicting evidence; drop - falling; evidence combination rule