

\* 1

# 采用最小二乘法综合旋转对称抛物面天线方向图

高文军<sup>1,2</sup>, 刘肖萌<sup>1,3</sup>

(1. 中国科学院电子学研究所, 北京 100190; 2. 中国科学院微波成像技术国家重点实验室, 北京 100190; 3. 中国科学院研究生院, 北京 100190)

**摘要** 分析阵列馈源激励的抛物面天线方向图综合问题。通过调整馈源阵列的激励分布实现抛物面天线的波束扫描。通过物理光学法计算出单馈源抛物面天线的方向图,在此基础上求解最小二乘问题来优化阵列的激励系数,有效综合了抛物面天线的方向图,达到控制主瓣扫描方向、旁瓣电平、交叉极化分量等设计要求。给出算例,验证了本文方法的有效性。

**关键词** 抛物面天线;最小二乘法;方向图综合;有限视角扫描天线

**DOI** 10.3969/j.issn.1009-3516.2011.01.008

**中图分类号** TN82 **文献标识码** A **文章编号** 1009-3516(2011)01-0035-05

现代通信、广播和雷达系统要求天线具有波束扫描或波束重构能力,实时实现方向图赋形的要求,满足通信分集、优化信息交换和扩展雷达系统功能的需求<sup>[1-2]</sup>。有限相扫反射面天线是星载天线中一种效率高、成本低、可靠性高、适用性好的方案。这种天线由堆积多波束反射面天线演变而来,是以小代价实现天线高增益有限相扫的一种典型代表。

反射面天线实现波束扫描的基本方法是基于选定的反射器,通过移动馈源或利用相控阵馈源的扫描能力来获得波束扫描。对于堆积波束反射面天线来说,不同指向的波束有一个位于相应偏焦位置的馈源;而对于有限相扫反射面天线的馈源来说,由于其物理位置无法改变,只能依靠调整馈源阵的幅相分布来等效偏焦效应,如何设计、调整馈源阵是研制该种天线的难点所在。

为得到特定形状的天线辐射方向图,Saka B 使用阵列作为旋转对称抛物面天线的馈源,通过优化阵列的激励系数来形成满足要求的波束,并实现波束扫描<sup>[3]</sup>。文献[3]中的阵列位于抛物反射面的焦平面上。

本文讨论阵列馈源激励的抛物面天线的方向图综合问题。

## 1 由单一馈源激励的旋转对称抛物面天线的远场计算

抛物面天线见图1,共使用3个坐标系:分别是抛物面坐标系 $(x_m, y_m, z_m)$ 或 $(\rho, \theta, \phi)$ ;任意馈源单元坐标系 $(x_r, y_r, z_r)$ 或 $(r, \psi, \varphi)$ ;观察点坐标系 $(X, Y, Z)$ 或 $(R, \Theta, \Phi)$ 。其中 $2\theta_a$ 为反射面张角。

基于物理光学辐射积分式<sup>[4]</sup>,可得图1的反射面远场表达式为:

$$E(R, \Theta, \Phi) = F - (F \cdot R)R \quad (1)$$
$$F = \frac{-jk\eta}{4\pi R} e^{-jkr} \iint J_s(r) e^{jk\hat{r} \cdot R} dS$$

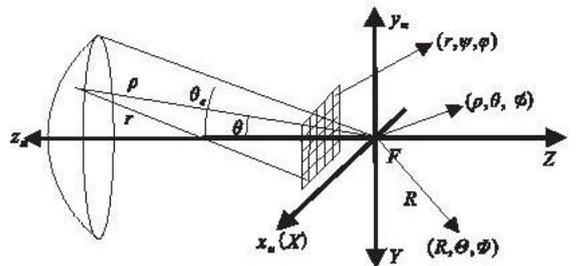


图1 阵列馈电的旋转对称抛物面天线结构示意图  
Fig.1 the configuration of array-fed parabolic antenna

\* 收稿日期:2010-09-07

基金项目:国家重点实验室基金资助项目(9140C1902020903)

作者简介:高文军(1973-),男,内蒙古和林格尔人,副研究员,博士,主要从事天线及馈线研究。

E-mail: xiaomeng\_2008\_0@163.com

式中  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ,  $\eta = 120\pi$ 。表面电流密度为:

$$\mathbf{J}_s = \begin{cases} 2(\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}_i) & , \text{照射面} \\ 0 & , \text{阴影面} \end{cases} \quad (2)$$

式中  $\hat{\mathbf{n}}$  是反射器表面的外向单位法矢量 (抛物面的  $\hat{\mathbf{n}}$  为  $\hat{\mathbf{n}} = -\rho\hat{\mathbf{c}}\cos(\frac{\theta}{2} + \theta\sin\frac{\theta}{2})$ )。

馈源阵列单元采用  $y$  向线极化的源,其方向图函数为:

$$D_\psi(\psi) = D_\varphi(\psi) = A_j \cos^b \frac{\psi}{2} \quad (3)$$

式中  $A_j$  表示第  $j$  个阵列单元的复数激励系数,  $1 \leq j \leq N$ , 根据馈源照射在反射面边缘的锥削量来选定系数  $b^{[5]}$ 。

积分  $\mathbf{F}$  是在抛物面坐标系  $\{m\}$  下, 定义在反射器表面上的积分。而入射场是在任意偏焦馈源自身的坐标系  $\{r\}$  下定义的。通过将入射场表示在抛物面坐标系下<sup>[6]</sup>, 统一坐标系得到  $\mathbf{F}$  的表达式。

$$F_x = \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_a} \left( \cos \frac{\theta}{2} H_y - \sin \frac{\theta}{2} \sin\phi H_z \right) \frac{\rho^2}{r} \sin \frac{\theta}{2} e^{-jk_0\xi} d\theta d\phi \quad (4a)$$

$$F_y = \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_a} \left( -\cos \frac{\theta}{2} H_x + \sin \frac{\theta}{2} \cos\phi H_z \right) \frac{\rho^2}{r} \sin \frac{\theta}{2} e^{-jk_0\xi} d\theta d\phi \quad (4b)$$

$$F_z = \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_a} \left( -\sin \frac{\theta}{2} \cos\phi H_y + \sin \frac{\theta}{2} \sin\phi H_x \right) \frac{\rho^2}{r} \sin^2 \frac{\theta}{2} e^{-jk_0\xi} d\theta d\phi \quad (4c)$$

$$H_x = -(D_\psi \sin^2 \varphi + D_\varphi \cos \Psi \cos^2 \varphi) \quad (4d)$$

$$H_y = \sin \varphi \cos \varphi (D_\psi - D_\varphi \cos \Psi) \quad (4e)$$

$$H_z = \sin \Psi \cos \varphi D_\varphi \quad (4f)$$

$$\xi = r - \rho \sin \Theta \sin \theta \cos(\Phi + \phi) + \rho \cos \theta \cos \Theta \quad (4g)$$

$$r = \sqrt{(\rho \sin \theta \cos \phi - x_f)^2 + (\rho \sin \theta \sin \phi - y_f)^2 + (\rho \cos \theta - z_f)^2} \quad (4h)$$

$$\Psi = \arccos \left( \frac{\rho \cos \theta - z_f}{r} \right) \quad (4i)$$

$$\varphi = \arctan \left( \frac{\rho \sin \theta \sin \phi - y_f}{\rho \sin \theta \cos \phi - x_f} \right) \quad (4j)$$

式(4a) - (4c) 中忽略了  $\frac{jke^{-jkR}}{\pi R}$  因子,  $x_f, y_f, z_f$  是馈源阵列中任一单元到抛物面焦点的距离。

根据以上表达式, 编制程序计算, 得到任意位置馈电单元激励的抛物面天线的方向图。本文采用 Matlab 编程计算, 通过将积分变为梯度求和公式, 然后进一步将求和表示成矩阵运算来提高运算速度。

进一步变换, 得到远场的球坐标分量:

$$\begin{bmatrix} F_\Theta \\ F_\Phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Theta \cos \Phi & \cos \Theta \sin \Phi & -\sin \Theta \\ -\sin \Phi & \cos \Phi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} \quad (5a)$$

$$\begin{bmatrix} E_\Theta \\ E_\Phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_\Theta \\ F_\Phi \end{bmatrix} \quad (5b)$$

采用 Ludwig<sup>[7]</sup> 所述的第 3 种定义, 得到远场的主极化场分量和交叉极化场分量如下:

$$\begin{bmatrix} E_p \\ E_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \Phi & \cos \Phi \\ \cos \Phi & -\sin \Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_\Theta \\ E_\Phi \end{bmatrix} \quad (6)$$

## 2 使用最小二乘法综合阵列馈电抛物面天线的辐射方向图

当使用阵列馈电反射面天线作为发射天线或接收天线时, 需对天线方向图进行综合设计, 并对波束主瓣扫描角度、旁瓣电平、交叉极化分量有效控制。本文针对以上 3 项要求, 通过求解线性最小二乘问题得到阵列的激励系数, 有效综合出方向图, 既实现天线波束扫描, 又满足限制副瓣电平和交叉极化电平的要求。

由于不考虑单元间的互耦,可根据加权叠加的性质,建立未知量(阵列单元的幅相分布  $A$ )与输出量(规定了设计指标的辐射场函数)之间的关系,如下:

$$g = E \cdot A \tag{7}$$

式中:  $g \in C^M$ ;  $E \in C^{M \times N}$ ;  $A \in C^N$ ,  $M \geq N$ ,  $g_i$  表示第  $i$  个采样点上辐射场的期望值;  $e_{ij}$  表示在第  $j$  个阵列激励下,第  $i$  个辐射场采样点上的场值,它可由辐射积分式(4)求出;  $a_j$  是第  $j$  个阵列单元的激励系数。

为求解激励系数  $A$ ,建立线性最小二乘问题模型,使误差  $\|Y\|^2$  最小。目标函数定义为:

$$\|Y_{A \in C^N}\|^2 = \|EA - g\|^2 \tag{8}$$

通过求解最小化欧氏范的矢量  $A$  来得到馈源阵列激励系数<sup>[8-10]</sup>,即:

$$A = E^+ g = (E^H E)^{-1} E^H g \tag{9}$$

式中上标 + 表示矩阵的广义逆矩阵。

通过控制 2 个主平面方向图的特性,可有效地控制天线波束的扫描角度、副瓣电平、交叉极化电平等参数。文中,  $g$  中的元素取为 2 个主面内的主极化和交叉极化辐射场分量。根据横向偏焦原理,估算出阵列中离焦点最远处的单元馈电时波束偏转的角度,选定观察角范围;并根据期望得到的波束宽度,选定主面内观察点的抽样间隔。

### 3 仿真分析

根据本文公式编制了旋转对称抛物面天线方向图综合的程序,对抛物面天线远场方向图的主极化和交叉极化分量进行优化设计。得到馈源幅相分布后,利用 GRASP 软件进行仿真验证。

首先计算了  $5 \times 5$  平面阵馈电旋转对称抛物面天线的方向图综合算例,抛物面直径  $D$  为  $24\lambda$ ,焦距  $f$  为  $6\sqrt{3}\lambda$ ,抛物面张角为  $120^\circ$ ,馈电阵列单元间距  $d$  为  $\frac{\lambda}{2}$ ,馈源阵列位于焦平面上。以焦平面上单馈源馈电旋转对称抛物面天线的方向图作为目标方向图,分别综合了中心指向波束及扫描波束的方向图,相应的主平面方向图和馈电阵列幅相分布,见图 2-3。

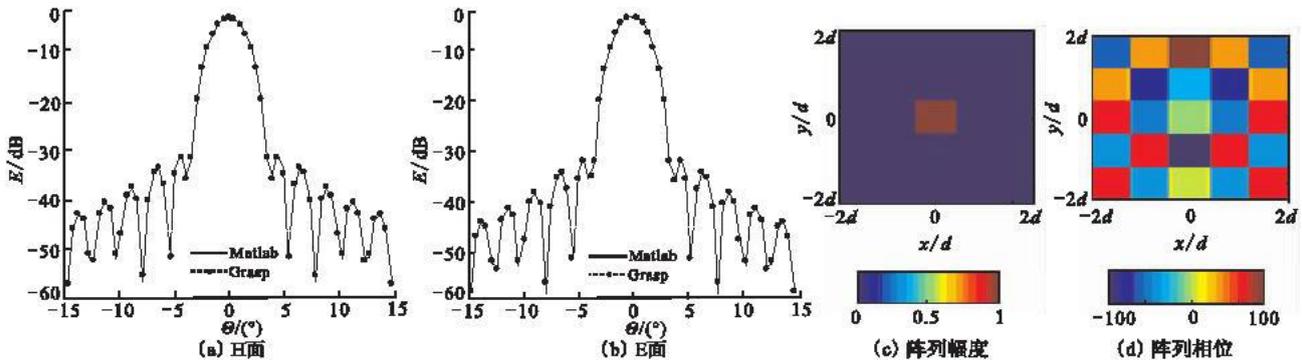


图 2 焦平面上的阵列馈电抛物面天线的中心指向方向图和激励分布

Fig. 2 Central direction pattern and array excitation of parabolic antenna with feeding array on focal plane

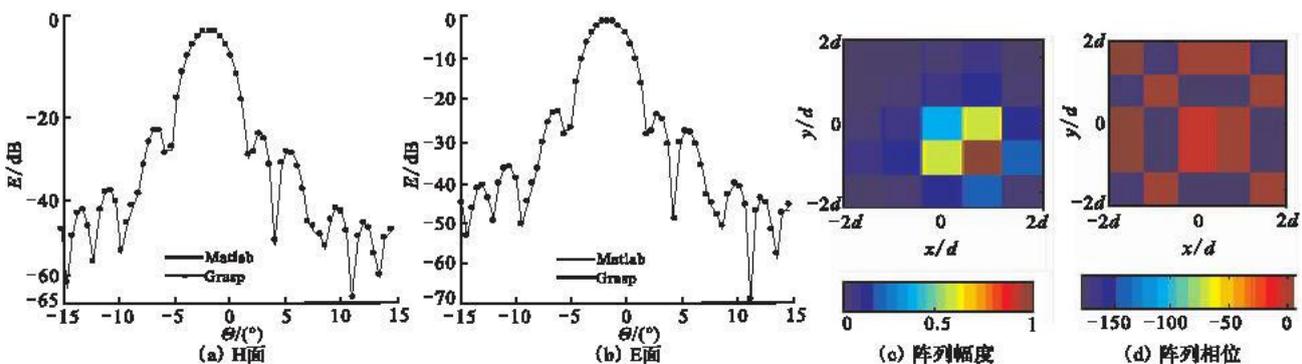


图 3 焦平面上的阵列馈电抛物面天线的扫描波束方向图和激励分布

Fig. 3 Scanned beam pattern and array excitation of parabolic antenna with feeding array on focal plane

然后把馈源阵列沿  $z_m$  轴向抛物面方向平移  $\lambda$  后,分别综合了波束中心指向和扫描波束的方向图,主平面方向图和馈电阵列的幅相分布见图 4-5。

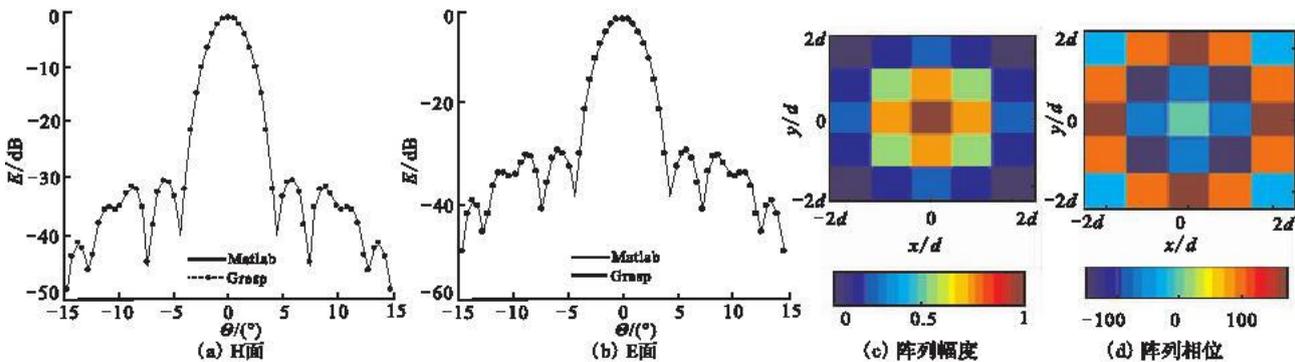


图 4 纵向偏焦平面上的阵列馈电抛物面天线的中心指向方向图和激励分布

Fig. 4 Central direction pattern and array excitation of parabolic antenna with offset feeding array

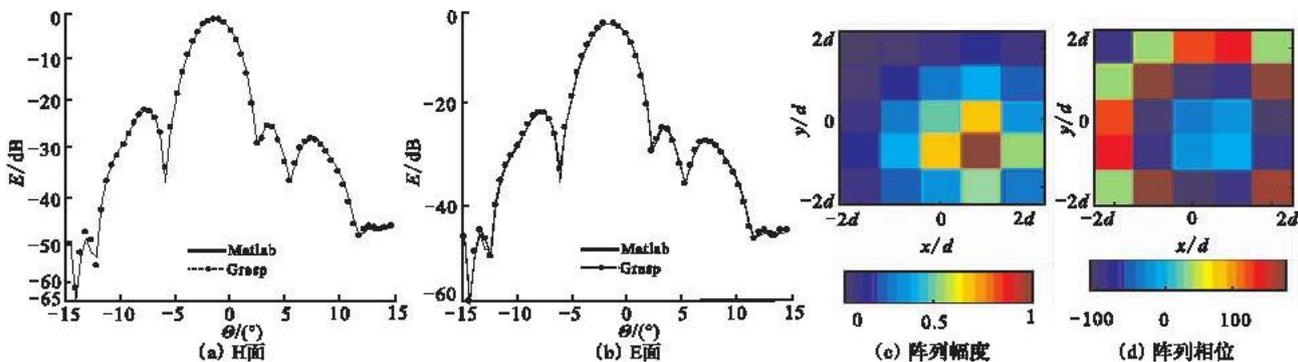


图 5 纵向偏焦平面上的阵列馈电抛物面天线的扫描波束方向图和激励分布

Fig. 5 Scanned beam pattern and array excitation of parabolic antenna with offset feeding array

由计算结果可知,当馈源阵列位于焦平面时,不管天线波束垂直指向还是扫描工作,并没有实现全阵列馈电,馈源阵列仅有个别单元工作;而把馈源阵列离开焦点向反射面平移一定距离后,计算得到的馈源阵列幅度分布锥削减弱,大部分阵列单元参加馈电工作,这样有利于分布式馈电及仅相位控制的实现。

另外,在本文工作的开始,利用文献[3]中的公式计算辐射场,得到了文献中的结果曲线,但是计算  $\Phi = \frac{\pi}{4}$  平面上的辐射场时,交叉极化分量比主极化分量还要大。进一步分析,当馈电阵列单元间距  $d$  为  $\frac{\lambda}{3}$  时,根据横向偏焦原理计算,文中  $3 \times 3$  面阵和  $5 \times 5$  面阵的波束最大可能扫描角度分别是  $1.6^\circ$  和  $3.1^\circ$ ,不具备扫描  $5^\circ$  的能力,所以文献[3]中结果有错误。

## 4 结束语

本文研究阵列馈电抛物面天线的设计方法,通过求解线性最小二乘问题得到阵列的激励系数,有效地综合出特定形状的波束,实现了波束的扫描和重构,同时将副瓣电平和交叉极化电平控制在要求的范围内。通过算例验证了本文方法的有效性。

对算例分析说明,位于焦平面的馈源阵列仍然是堆积多波束的原理,由于阵列单元激励的天线方向图是窄波束的,对实现天线波束展宽是有效的,而用于波束扫描是不经济的。

本文把馈源阵列向反射面平移一定距离后,由于阵列单元激励的反射面口径场相位分布不再同相,使得单元激励的天线方向图波束展宽,相当于扫描后天线主波束含盖在单元方向图中,因此每个单元对方向图的综合均有贡献。本文的阵列馈电反射面天线构型能够采用仅相位控制技术实现波束扫描或重构,后续工作将考虑这种非线性问题的求解。

## 参考文献:

- [1] Jose M L, Antonio G P, Borja G V, et al. Zooming and scanning gregorian confocal dual reflector antennas [J]. IEEE Transactions on antennas and propagation, 2008, 56(9): 2910 – 2919.
- [2] 张亦希, 傅君眉, 汪文秉. LCMV 方法在卫星多波束天线赋形中的应用[J]. 电子学报, 2002, 30(3): 332 – 334.  
ZHANG Yixi, FU Junmei, WANG Wenbing. Application of LCMV algorithm to pattern synthesis for satellite multiple – beam antenna [J]. Acta electronica sinica, 2002, 30(3): 332 – 334. (in Chinese)
- [3] Saka B, Yazgan E. Synthesis of parabolic reflector antenna patterns using optimized array feed [C]//3rd european conference on satellite communications. London: [s. n.], 1993: 50 – 54.
- [4] 杨可忠, 杨智友, 章日荣. 现代面天线新技术[M]. 北京: 人民邮电出版社, 1993: 79 – 85, 135 – 137.  
YANG Kezhong, YANG Zhiyou, ZHANG Rirong. New technologies of modern reflector antennas [M]. Beijing: Post & telecom press, 1993: 79 – 85, 135 – 137. (in Chinese)
- [5] Milligan T A. Modern antenna design [M]. New Jersey: Hoboken John Wiley & Sons Inc, 2005: 385 – 387.
- [6] Samii R Y. Useful coordinate transformations for antenna applications [J]. IEEE Transactions on antennas and propagation, 1979, 27(4): 571 – 574.
- [7] Ludwig A C. The definition of cross polarization [J]. IEEE transactions on antennas and propagation, 1973, 8(1): 116 – 119.
- [8] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 71 – 95.  
ZHANG Xianda. Matrix analysis and applications [M]. Beijing: Tsinghua university press, 2004. 71 – 95. (in Chinese)
- [9] Broyd S, Vandenberghe L. Convex optimization [M]. Cambridge: Cambridge university press, 2008: 5 – 7.
- [10] Zhou Yifeng, Lamont L. Constrained linear least squares approach for TDOA localization: a global optimum solution [C]// IEEE international conference on acoustics speech and signal processing. Las Vegas, Nevada: IEEE press, 2008: 2577 – 2580.

(编辑: 田新华)

## Synthesis of Array – Fed Parabolic Antenna Patterns Using Least – Squares Method

GAO Wen – jun<sup>1,2</sup>, LIU Xiao – meng<sup>1,3</sup>

(1. Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China; 2. The National Key laboratory of Microwave Imaging Technology, Beijing 100190, China; 3. Graduate School of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

**Abstract:** In order to use parabolic antenna to generate scanning beams, excitations of the feeding array are adjusted. Single – feed parabolic antenna patterns are calculated using PO, and based on this, the excitation coefficients of the array are optimized by solving the least – squares problem and the antenna pattern is synthesized efficiently to control the side – lobe level and cross – polarized components, and to scan the beam direction. Numerical simulation results are given to verify the feasibility of this method.

**Key words:** parabolic antenna; least squares method; pattern synthesis; Limited angle scanning antenna