第 11 卷第 6 期　　空 军 工 程 大 学 学 报(自然科学版)　　Vol. 11 No. 6
2010 年 12 月　　JOURNAL OF AIR FORCE ENGINEERING UNIVERSITY(NATURAL SCIENCE EDITION)　　Dec. 2010

* 1

模糊随机多目标规划性质的研究

寇光兴， 李炳杰， 郑明发
(空军工程大学　理学院，陕西　西安　710051)

摘　要:在模糊随机环境下,针对于多目标规划问题的性质,给出了一系列的重要结论。首先,基于模糊随机理论,提出了模糊随机多目标规划问题的期望值模型,实现了对实际问题的不确定性到确定性的转化，并为解决实际问题提供了理论模型。规划问题的凸性在优化理论中占有非常重要的地位,因此,对于所提出模型的凸性,利用模糊随机变量的期望值的特殊性质,给出了严格的证明。定义了模糊随机多目标规划的期望值绝对最优解、期望值有效解及期望值弱有效解的概念,并研究了它们的性质。根据生活中的实际问题所建立的模糊随机规划模型的求解,所得结果为其算法的研究及最优决策的执行提供了重要的理论依据。

关键词:可信性理论;模糊随机变量; 模糊随机多目标规划;期望值有效解

DOI:10. 3969/j. issn. 1009 -3516. 2010. 06. 09

中图分类号: O221. 6　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1009 -3516(2010)06 -0042 -05

国内外学者在随机多目标规划问题中做了大量的研究[1-5],尤其是 Stancu - Minasian 给出了解决随机多目标规划问题的解法[2]。然而实际问题中的不确定性除了随机现象,往往还有模糊现象。自 Zadeh[6] 于 1978 年提出了可能性理论,很多学者[7-11] 进一步发展了这套理论。基于可能性测度,有学者于 2002 年提出了一种自对偶的非可加测度——可信性测度，随后 Liu 于 2004 年建立了可信性理论的公理化体系[12],这标志着可信性理论已成为处理模糊不确定性的有力的数学工具。在实际问题决策的过程中,双重不确定现象经常出现,例如模糊随机现象[13-15],随机模糊现象[16-17] 等。然而对于模糊随机环境下的多目标规划问题,相应的研究还不太完善,因此,基于模糊随机理论[18],本文着重研究了模糊随机多目标规划问题,对于实际问题中的模糊随机参数,给出了它的期望值模型,于是模糊随机多目标问题被转化为了确定的多目标规划问题。对于期望值模型的凸性本文也进行了研究。进一步,通过上述的期望值问题,本文给出了模糊随机多目标问题的期望值有效解及期望值弱有效解,并对它们的性质进行了讨论。

1　可信性理论及模糊随机变量

定义 1[8]　设 Γ 为论域,Pos 是定义在幂集 $\rho(\Gamma)$ 上的一个集函数。称 Pos 是一个可能性测度，如果它满足下面的条件:

(Pos1) $\mathrm{Pos}(\varnothing)=0$，且 $\mathrm{Pos}(\Gamma)=1$;

(Pos2) 对任意 $A_i\subset\Gamma$，$\mathrm{Pos}(\cup_{i\in I}A_i)=\sup_{i\in I}\mathrm{Pos}(A_i)$。

称三元组$(\Gamma,\rho(\Gamma),\mathrm{Pos})$为一个可能性空间，在文献［9］中，Nahmias 称之为模式空间(Pattern Space),由可能性测度的定义可知它是一个下半连续的模糊测度[10]。

* **收稿日期**:2010 -04 -07
基金项目:国家自然科学基金资助项目(60871027)
作者简介:寇光兴(1965 -),男,陕西扶风人,副教授,主要从事运筹学与控制论研究;
E -mail:kouguangx@ 163. com
李炳杰(1963 -),男,甘肃会宁人,教授,主要从事边界理论、最优控制理论及应用研究.

由于可能性测度不具有自对偶性,因此在衡量优化问题中不具有很好的信任度,因此,基于可能性测度,Liu and Liu 于 2002 年提出了一种自对偶的非可加测度——可信性测度,其定义如下:

定义 2[19]　设 Pos 是一个可能性测度,Cr 是定义在幂集 $\rho(\Gamma)$ 上的一个集函数,称它是一个可信性测度,如果对任意的 $A\subset\Gamma$,有:

$$Cr(A)=\frac{1}{2}(1+\mathrm{Pos}(A)-\mathrm{Pos}(A^c)) \tag{1}$$

在可信性理论中,模糊变量定义为一个从可信性空间 Γ 到实数轴 $\mathbf{R}$ 上的实值函数。基于模糊变量的定义,其期望值定义如下[15]:

$$E[\xi]=\int_0^{\infty}Cr(\xi\geqslant r)\mathrm{d}r-\int_{-\infty}^{0}Cr(\xi\leqslant r)\mathrm{d}r \tag{2}$$

其中等式右端的积分至少有一个有限。

下面给出模糊随机变量的定义。

定义 3[18]　设$\left(\Omega,\sum,Pr\right)$为概率空间,$\xi=(\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_n)^{\mathrm{T}}$是一个从$\Omega$到$F_v^n$的映射,记$F_v^n$为一个由模糊向量组成的集合,若对任意$\mathbf{R}^n$的 Borel 子集 B,$Cr(\xi_\omega\leqslant B)$ 为 ω 的可测函数,则称向量 ξ 为一个模糊随机向量。当 $n=1$ 时,ξ 称为一个模糊随机变量。

同样,本文给出模糊随机变量的期望值,定义如下:

定义 4　如果 ξ 为一个模糊随机变量,我们定义随机变量 $E[\xi_\omega]$ 的期望为模糊随机变量 ξ 的期望,即为:

$$E(\xi)=\int_{\Omega}E[\xi_\omega]Pr\mathrm{d}(\omega) \tag{3}$$

式中,由式(3)定义的积分 $E(\xi_\omega)$ 关于 ω 几乎处处存在并且可积,同时还可以看出:

$$E(\xi)=E_\omega[E_\gamma[\xi_\omega(\gamma)]]$$

2　模糊随机多目标规划模型及其性质

2.1　模糊随机多目标规划期望值模型

考虑下面的模糊随机多目标规划问题:

$$(\mathrm{FRMOP})\begin{cases}\min\limits_{x\in\mathbf{R}}\ \ \boldsymbol{F}(x,\xi)=(f_1(x,\xi),f_2(x,\xi),\cdots,f_n(x,\xi))\\ \mathrm{s.\,t.}\ \ \boldsymbol{G}(x,\xi)=(g_1(x,\xi),g_2(x,\xi),\cdots,g_n(x,\xi))<=\mathbf{0}\\ \qquad\ \boldsymbol{H}(x,\xi)=(h_1(x,\xi),h_2(x,\xi),\cdots,h_n(x,\xi))=\mathbf{0}\end{cases} \tag{4}$$

式中:$x\in\mathbf{R}^n$ 是决策变量;ξ 是一个连续的模糊随机变量。

对于 FRMOP 问题,假定$f_j(\xi_\omega(\gamma)),j=1,2,\cdots,p$,是定义在$\left(\Omega\times\Gamma,\sum\times\rho(\Gamma),Pr\times Cr\right)$上的博雷尔可测函数,那么,由模糊随机变量的定义很容易得到:任意给定 $x\in\mathbf{R}^n$ 和 $\omega\in\Omega$,$f_j(x,\xi_\omega(\gamma))=E_\gamma[f_j(x,\xi_\omega(\gamma))]$是随机变量。

基于模糊随机理论,FRMOP 问题的期望值模型如下:

$$(\mathrm{EVFRMOP})\begin{cases}\min\limits_{x\in D}\ \ E[\boldsymbol{F}(x,\xi)]=(E[f_1(x,\xi)],E[f_2(x,\xi)],\cdots,E[f_n(x,\xi)])\\ \mathrm{s.\,t.}\ \ E[\boldsymbol{G}(x,\xi)]=(E[g_1(x,\xi)],E[g_2(x,\xi)],\cdots,E[g_n(x,\xi))])<=0\\ \qquad\ E[\boldsymbol{H}(x,\xi)]=(E[h_1(x,\xi)],E[h_2(x,\xi)],\cdots,E[h_n(x,\xi)])=0\end{cases} \tag{5}$$

式中:

$$D=\left\{x\in\mathbf{R}^n\ \middle|\ \begin{array}{l}E[\boldsymbol{G}(x,\xi)]=(E[g_1(x,\xi)],E[g_2(x,\xi)],\cdots,E[g_n(x,\xi))])<=0\\ E[\boldsymbol{H}(x,\xi)]=(E[h_1(x,\xi)],E[h_2(x,\xi)],\cdots,E[h_n(x,\xi)])=0\end{array}\right\}。$$

定理 1　如果 ξ 是一个模糊随机变量,对于 t,$\boldsymbol{H}(x,t)$ 是线性向量函数,且 $\boldsymbol{F}(x,t)$ 和 $\boldsymbol{G}(x,t)$ 是关于 x 的凸向量函数。另外,任给 x_1 和 x_2,$\boldsymbol{F}(x_1,t)$ 和 $\boldsymbol{F}(x_2,t)$(相应地,$\boldsymbol{G}(x_1,t)$ 和 $\boldsymbol{G}(x_2,t)$)是关于 t 同单调的,那么 EVFRMOP 问题是凸规划。

证明：为证此定理，只需证 $E[\boldsymbol{F}(x,\xi)]$是凸向量函数，可行域 D 是一个凸集即可。任意给定 t,由题中的条件可知：

$$\boldsymbol{F}(\lambda x_1+(1-\lambda)x_2,t)\leqslant\lambda\boldsymbol{F}(x_1,t)+(1-\lambda)\boldsymbol{F}(x_2,t)$$

式中：$\lambda\in[0,1]$；$x_1,x_2\in R^n$。

任意给定模糊随机变量 ξ 的实现值 $\xi_\omega(\gamma)$,其中,$\omega\times\gamma\in\Omega\times\Gamma$,很容易得到下式：

$$\boldsymbol{F}(\lambda x_1+(1-\lambda)x_2,\xi_\omega(\gamma))\leqslant\lambda\boldsymbol{F}(x_1,\xi_\omega(\gamma))+(1-\lambda)\boldsymbol{F}(x_2,\xi_\omega(\gamma))\tag{6}$$

任意给定 $\omega\in\Omega$,那么 $\boldsymbol{F}(x,\xi_\omega(\gamma))$为一模糊向量,所以对式(6)的模糊向量取期望值,由于模糊变量同单调则满足线性性质[20],于是：$E_\gamma[\boldsymbol{F}(\lambda x_1+(1-\lambda)x_2,\xi_\omega(\gamma))]\leqslant\lambda E_\gamma[\boldsymbol{F}(x_1,\xi_\omega(\gamma))]+(1-\lambda)E_\gamma[\boldsymbol{F}(x_2,\xi_\omega(\gamma))]$。由模糊随机变量的定义可推导出 $E_\gamma[\boldsymbol{F}(\lambda x_1+(1-\lambda)x_2,\xi_\omega(\gamma))]$为随机变量,因此,根据随机变量的线性性质,对上式的随机向量取期望：$E_\omega[E_\gamma[\boldsymbol{F}(\lambda x_1+(1-\lambda)x_2,\xi_\omega(\gamma))]]\leqslant\lambda E_\omega[E_\gamma[\boldsymbol{F}(x_1,\xi_\omega(\gamma))]]+(1-\lambda)E_\omega[E_\gamma[\boldsymbol{F}(x_2,\xi_\omega(\gamma))]]$,即：$E[\boldsymbol{F}(\lambda x_1+(1-\lambda)x_2,\xi]\leqslant\lambda E[\boldsymbol{F}(x_1,\xi)]+(1-\lambda)E[\boldsymbol{F}(x_2,\xi)]$,这就说明了 $E[\boldsymbol{F}(x,\xi)]$是凸向量函数。

下面验证可行域是凸集。如果 $x_1,x_2\in D$,对于任意的 t 和 $\lambda\in[0,1]$，由向量函数 $\boldsymbol{G}$ 的凸性可知 $\boldsymbol{G}(\lambda x_1+(1-\lambda)x_2,t)\leqslant\lambda\boldsymbol{G}(x_1,t)+(1-\lambda)\boldsymbol{G}(x_2,t)$。

同理，由模糊变量的同单调性可得：

$$E_\gamma[\boldsymbol{G}(\lambda x_1+(1-\lambda)x_2,\xi_\omega(\gamma))]\leqslant\lambda E_\gamma[\boldsymbol{G}(x_1,\xi_\omega(\gamma))]+(1-\lambda)E_\gamma[\boldsymbol{G}(x_2,\xi_\omega(\gamma))]<=0$$

进一步,由随机变量的线性性质可知：

$$E_\omega[E_\gamma[\boldsymbol{G}(\lambda x_1+(1-\lambda)x_2,\xi_\omega(\gamma))]]\leqslant\lambda E_\omega[E_\gamma[\boldsymbol{G}(x_1,\xi_\omega(\gamma))]]+(1-\lambda)E_\omega[E_\gamma[\boldsymbol{G}(x_2,\xi_\omega(\gamma))]]<=0\tag{7}$$

即：

$$E[\boldsymbol{G}(\lambda x_1+(1-\lambda)x_2,\xi]\leqslant\lambda\boldsymbol{G}[\boldsymbol{F}(x_1,\xi)]+(1-\lambda)\boldsymbol{G}[\boldsymbol{F}(x_2,\xi)]<=0\tag{8}$$

另一方面,因为 $\boldsymbol{H}(x,t)$ 是线性函数，易得 $\boldsymbol{H}(\lambda x_1+(1-\lambda)x_2,\xi)=\lambda\boldsymbol{H}(x_1,\xi)+(1-\lambda)\boldsymbol{H}(x_2,\xi)=0$,同样,由同单调性和线性性质可知：

$$E[\boldsymbol{H}(\lambda x_1+(1-\lambda)x_2,\xi)]=\lambda E[\boldsymbol{H}(x_1,\xi)]+(1-\lambda)E[\boldsymbol{H}(x_2,\xi)]=0\tag{9}$$

显然,由式(8)和式(9)可知可行域 D 是凸集,所以，EVFRMOP 问题是凸规划。证毕。

2.2 期望值有效解及其关系

定义 1 设 $x^*\in D$，如果对于任意的 $x\in D$,若满足 $E[\boldsymbol{F}(x^*,\xi)]<=E[\boldsymbol{F}(x,\xi)]$,即对一切的 $j=1,2,\cdots,p$，均有 $E[f_j(x^*,\xi)]\leqslant E[f_j(x,\xi)]$,则称 x^* 是 FRMOP 问题的期望值绝对最优解,其全体记作 D_{ab}。

定义 2 设 $x^*\in D$，如果不存在 $x\in D$,使得 $E[\boldsymbol{F}(x,\xi)]\leqslant E[\boldsymbol{F}(x^*,\xi)]$（或 $E[\boldsymbol{F}(x,\xi)]<E[\boldsymbol{F}(x^*,\xi)]$）,则称 x^* 是 FRMOP 问题的期望值有效解(或期望值弱有效解),其全体分别记作 D_{pa}(或 D_{wpa})。

定理 2 $D_{\mathrm{ab}}\subset D_{\mathrm{pa}}\subset D_{\mathrm{wpa}}\subset D$

证明：先证 $D_{\mathrm{ab}}\subset D_{\mathrm{pa}}$。不妨设 $D_{\mathrm{ab}}\neq\varnothing$,否则结论显然成立。设 $x^*\in D_{\mathrm{ab}}$但 $x^*\notin D_{\mathrm{pa}}$,则必存在 $\bar{x}\in D$，使得 $E[\boldsymbol{F}(\bar{x},\xi)]\leqslant E[\boldsymbol{F}(x^*,\xi)]$,即对一切 $j=1,2,\cdots,p$,均有 $E[f_j(\bar{x},\xi)]\leqslant E[f_j(x^*,\xi)]$,至少存在一个 $j_0(1\leqslant j_0\leqslant p)$,使得 $E[f_j(\bar{x},\xi)]<E[\boldsymbol{F}(x_j^*,\xi)]$，这说明 $x^*\notin D_{\mathrm{ab}}$,矛盾。故必有 $D_{\mathrm{ab}}\subset D_{\mathrm{pa}}$。

再证 $D_{\mathrm{pa}}\subset D_{\mathrm{wpa}}$。设 $x^*\in D_{\mathrm{pa}}$但 $x^*\notin D_{\mathrm{wpa}}$,则必存在 $\bar{x}\in D$,使得 $E[\boldsymbol{F}(\bar{x},\xi)]<E[\boldsymbol{F}(x^*,\xi)]$,即对一切 $j=1,2,\cdots,p$,均有 $E[f_j(\bar{x},\xi)]<E[f_j(x^*,\xi)]$,因此,$\bar{x}$满足 $E[\boldsymbol{F}(\bar{x},\xi)]<E[\boldsymbol{F}(x^*,\xi)]$,这说明 $x^*\notin D_{\mathrm{pa}}$,矛盾,所以必有 $D_{\mathrm{pa}}\subset D_{\mathrm{wpa}}$。

至于,$D_{\mathrm{wpa}}\subset D$ 是显然的,定理得证。

下面定理对于什么样的条件下 D_{ab}，D_{pa}，D_{wpa}三者相等作了回答。

定理 3 1)$D_{\mathrm{ab}}\neq\varnothing$,则 $D_{\mathrm{ab}}=D_{\mathrm{pa}}$。

2）对于固定的 t,$\boldsymbol{H}(x,t)$是线性向量函数,$\boldsymbol{F}(x,t)$和 $\boldsymbol{G}(x,t)$是关于 x 的严格凸向量函数。进一步，任给 x_1和 x_2，$\boldsymbol{F}(x_1,t)$和 $\boldsymbol{F}(x_2,t)$(相应地，$G(x_1,t)$和 $\boldsymbol{G}(x_2,t)$）是关于 t 同单调的,则 $D_{\mathrm{pa}}=D_{\mathrm{wpa}}$。

证明：

1)由**定理**2 知只须证明 $D_{ab} \supset D_{pa}$。设 $x^* \in D_{pa}$ 但 $x^* \notin D_{ab}$,因为 $D_{ab} \neq \varnothing$, 故必存在 $\bar{x} \in D_{ab}$, 由期望值绝对最优解定义可知, $E[\boldsymbol{F}(\bar{x},\xi)] <= E[\boldsymbol{F}(x^*,\xi)]$,而 $x^* \notin D_{pa}$, 故 $E[\boldsymbol{F}(\bar{x},\xi)] \leqslant E[\boldsymbol{F}(x^*,\xi)]$,于是由上式可知 $E[\boldsymbol{F}(\bar{x},\xi)] <= E[\boldsymbol{F}(x^*,\xi)]$,这与 $x^* \in D_{pa}$, 相矛盾, 故必有 $D_{ab} \supset D_{pa}$。

2)由**定理**2 知只须证明 $D_{pa} \supset D_{wpa}$。设 $x^* \in D_{wpa}$ 但 $x^* \notin D_{pa}$,$\bar{x} \in D$, $\bar{x} \neq x^*$,使得 $E[\boldsymbol{F}(\bar{x},\xi)] \leqslant E[\boldsymbol{F}(x^*,\xi)]$,根据所给的条件和**定理**1 可知,$D$ 为凸集,$\boldsymbol{F}(x,\xi)$ 是 D 上的严格凸向量函数, 故任取一个 $\alpha \in (0,1)$,有 $\alpha\bar{x} + (1-\alpha)x^* \in D$,由 F 的严格凸性和同单调性并注意上式, 类似于**定理**1 的证明方法,则有:

$$E[\boldsymbol{F}(\alpha\bar{x}+(1-\alpha)x^*,\xi)] < \alpha E[\boldsymbol{F}(\bar{x},\xi)] + (1-\alpha)E[\boldsymbol{F}(x^*,\xi)] < E[\boldsymbol{F}(x^*,\xi)]$$

这与 $x^* \in D_{wpa}$ 相矛盾。因此必有 $D_{pa} \supset D_{wpa}$。证毕。

如果记单目标规划 $\min_{x \in D} E[f_j(x,\xi)]$ 的最优解集为 D_j,则可以得到它们与 D_{ab}, D_{pa}, D_{wpa} 的关系。

定理 4　1) $D_{ab} = \cap_{j=1}^{p} D_j (D_{ab} \neq \varnothing)$

2) $D_j \subset D_{wpa}$, $D_{pa} \cup \left(\cup_{j=1}^{p} D_j\right) \subset D_{wpa}$。

证明:

1)因为 $D_{ab} \neq \varnothing$,必存在 $x^* \in D_{ab}$,则对 $\forall x \in D$,有 $E[\boldsymbol{F}(x^*,\xi)] <= E[\boldsymbol{F}(x,\xi)]$,即 $E[f_j(x^*,\xi)] \leqslant E[f_j(x,\xi)]$, $j=1,2,\cdots,p$。由 x 的任意性可知 $x^* \in D_j$, 进一步有 $x^* \in \cap_{j=1}^{p} D_j$。

另一方面,设 $x^* \in \cap_{j=1}^{p} D_j$,则对任意 $1 \leqslant j \leqslant p$,及 $\forall x \in D$,有:

$E[f_j(x^*,\xi)] \leqslant E[f_j(x,\xi)]$, 易得 $E[\boldsymbol{F}(x^*,\xi)] \leqslant E[\boldsymbol{F}(x,\xi)]$,由 x 的任意性可知 $x \in D_{ab}$。

由上面讨论可知:$D_{ab} = \cap_{j=1}^{p} D_j (D_{ab} \neq \varnothing)$。

2) $\forall j$:$1 \leqslant j \leqslant p$,设 $x^* \in D_j$ 但 $x^* \notin D_{wpa}$,则必存在 $\bar{x} \in D$,使得 $E[\boldsymbol{F}(\bar{x},\xi)] < E[\boldsymbol{F}(x^*,\xi)]$,即　$E[f_j(\bar{x},\xi)] \leqslant E[f_j(x^*,\xi)]$, $j=1,2,\cdots,p$,这与 $x^* \in D_j$,相矛盾, 故有 $D_j \subset D_{wpa}$。

对于要证 $D_{pa} \cup \left(\cup_{j=1}^{p} D_j\right) \subset D_{wpa}$,首先设 $x^* \in D_{pa} \cup \left(\cup_{j=1}^{p} D_j\right)$, 则 $x^* \in D_{pa}$ 或 $x^* \in \left(\cup_{j=1}^{p} D_j\right)$:

①若 $x^* \in D_{pa}$,由**定理**2 可知 $x^* \in D_{wpa}$;

②若 $x^* \in (\cup_{j=1}^{p} D_j)$,则至少存在 j_0,使得 $x^* \in D_{j0}$。假设 $x^* \notin D_{wpa}$,则必存在 $\bar{x} \in D$ 使得 $E[\boldsymbol{F}(\bar{x},\xi)] \leqslant E[\boldsymbol{F}(x^*,\xi)]$,即 $E[f_j(\bar{x},\xi)] \leqslant E[f_j(x^*,\xi)]$, $j=1,2,\cdots,p$,对于 j_0,显然有 $E[f_{j_0}(\bar{x},\xi)] \leqslant E[f_{j_0}(x^*,\xi)]$, 这与 $x^* \in D_{j_0}$ 相矛盾,故有 $x^* \in D_{wpa}$。

由①、②可知 $D_{pa} \cup \left(\cup_{j=1}^{p} D_j\right) \subset D_{wpa}$,证毕。

3　结束语

基于模糊随机理论,本文提出了模糊随机多目标规划的期望值模型,在目标函数是凸向量函数及满足同单调性质的条件下,证明了它是一个凸规划。定义了模糊随机多目标规划的期望值解的概念,并研究了它们的性质。对于讨论模糊随机环境下的实际问题的决策,本文的结论为其提供了重要的理论依据。

参考文献:

[1]　Benabdelaziz F, Lang P, Nadeau R. Pointwise Efficiency in Multi - objective Stochastic Linear Programming[J]. Journal of Operational Research Society, 2000, 45: 11 - 18.

[2]　Stancu - Minasian I M. Stochastic Programming with Multiple Objective Functions[M]. Romenia:Buckarest, 1984.

[3]　林丹, 赵瑞. 基于随机权和的多目标进化算法[J]. 计算机工程与应用, 2006,32(5):4 - 7.
LIN Dan, ZHAO Rui. Multi - objective Evolutionary Algorithm Based on Random Weight - Sum Method[J]. Computer Engineering and Application, 2006,32(5):4 - 7. (in Chinese)

[4]　李树荣, 孙在冠, 杨永青. 油田开发的多目标随机规划模型及确定性转化[J]. 系统工程, 2008,26(4):124 - 126.
LI Shurong, SUN Zaiguan, YANG Yongqing. Multi - objective Stochastic Programming Model for Oil - field Exploitation and Deterministic Transformation[J]. Systems Engineering, 2008, 26(4):124 - 126. (in Chinese)

[5]　张彦. 基于多目标优化随机权系数加权和的机组负荷分配[J]. 电网技术, 2008,32(2):64 - 67.
ZHANG Yan. Multi - objective Optimization of Economic Dispatch Problem Based on Stochastic Weighted Sum Method and

Multi – Attribute Decision Making [J]. Power System Technology, 2008, 32(2):64 – 67. (in Chinese)
[6] Zadeh L A. Fuzzy Sets as A Basis for A Theory of Possibility[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1978, 1:3 – 28.
[7] Cooman G D, Kerre E E, Vanmassenhove F. Possibility Theory: An Integral Theoretic Approach[J]. Fuzzy Sets Syst, 1992, 46: 287 – 299.
[8] Klir G J. On Fuzzy – set Interpretation of Possibility Theory[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1999, 108(3): 263 – 273.
[9] Nahmias S. Fuzzy Variables[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1978, 1: 97 – 101.
[10] Wang Z, Klir J. Fuzzy Measure Theory[M]. New York: Plenum Press, 1992.
[11] Liu B D. Toward Fuzzy Optimization without Mathematical Ambiguity[J]. Fuzzy Optimization and Decision Making, 2002, 1(4): 43 – 63.
[12] Liu B D. Uncertainty Theory: An Introduction to It's Axiomatic Foundations[M]. Berlin: Springer – Verlag, 2004.
[13] Liu Y K, Liu B D. On Minimum – risk Problems in Fuzzy Random Decision Systerms[J]. Computers & Operations Research, 2005, 32(2): 157 – 283.
[14] Liu B. Fuzzy Random Dependent – chance Programming[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2001, 9(5): 721 – 726.
[15] Liu Y K. The Approximation Method for Two – stage Fuzzy Random Programming with Recourse[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2007, 15(6): 1197 – 1208.
[16] Liu B. Random Fuzzy Dependent – chance Programming and Its Hybrid Intelligent Algorithm[J]. Information Sciences, 2002, 141(3 – 4): 259 – 271.
[17] Liu Y K, Liu B. Expected Value Operator of Random Fuzzy Variable and Random Fuzzy Expected Value Models[J]. International Journal of Uncertainty, Fuzziness & Knowledge – Based Systems, 2003, 11(2): 195 – 215.
[18] Liu Y K, Liu B. Fuzzy Random Variable: A Scalar Expected Value Operator[J]. Fuzzy Optimization and Decision Making, 2003, 2(2): 143 – 160.
[19] Liu B, Liu Y K. Expected Value of Fuzzy Variable and Fuzzy Expected Value Models[J]. IEEE Trans Fuzzy Syst, 2002, 10(4): 445 – 450.
[20] 刘彦奎, 王曙明. 模糊随机优化理论[M]. 北京: 中国农业大学出版社, 2006.
LIU Yankui, WANG Shuming. Theory of Fuzzy Random Optimization[M]. Beijing: China Agricultural University Press, 2006. (in Chinese)

(编辑:徐楠楠)

Study of the Properties of Fuzzy Random Multi – objective Programming

KOU Guang – xing, LI Bing – jie, ZHENG Ming – fa
(Science Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract: Under the fuzzy random environment and aimed at the properties of multi – objective programming, this paper gains many important conclusions. Based on the fuzzy random theory, the expected value model of fuzzy random multi – objective programming is presented which transforms the uncertainties of practical problems into the certainties and provides the theoretical foundation for solving the real – life world problem. As we known, the convexity of programming problem plays an important part in optimization theory, this paper strictly proves the convexity of the model presented above by the properties of expectation of fuzzy random variable. Furthermore, this paper defines the concepts of expected – value non – inferior i. e. the expected – value absolutely optimal solution, the expected – value efficient solution and the expected – value wake efficient solution, and also investigates their properties. To solve the model of fuzzy random programming established by the real problem in practice, the conclusions obtained in this paper provide a theoretical foundation for designing algorithms and making the optimal decisions.

Key words: credibility theory; fuzzy random variable; fuzzy random multi – objective programming; expected – value efficient solution