# PC6H/SINS 组合导航滤波器设计与仿真

胡奕明<sup>1,2</sup>, 田孝华<sup>2</sup>, 秦永元<sup>1</sup>

(1. 西北工业大学 自动化学院,陕西 西安 710072;2. 空军工程大学 电讯工程学院,陕西 西安 710077)

摘 要:提出了一种 PCBH 系统与捷联惯导系统的组合 Kalman 滤波器的设计方案。采用相关 函数法对 PCBH 系统斜距和方位角数据进行分析,给出了 PCBH 系统误差模型,并建立了 PCBH/SINS 组合系统状态方程。应用球面三角关系原理,详细推导了斜距差  $\Delta D$ ,方位角差  $\Delta B$ 与惯导位置误差之间的关系,建立了 PCBH/SINS 组合滤波器量测方程。Kalman 滤波器采用间 接滤波输出校正法方案。采用文中设计模型及算法,设计典型飞行轨迹,对组合系统进行了仿 真,仿真结果表明:该滤波器能较好实现 2 个系统的组合,提高了系统导航精度。

关键词:组合导航;PC6H;kalman 滤波器;捷联惯导

DOI:10. 3969/j. issn. 1009 - 3516. 2010. 06. 004

中图分类号: TP391.9 文献标识码:A 文章编号:1009-3516(2010)06-0017-05

随着无线电导航系统的架设和使用范围越来越广泛,如何利用该重要资源提高相关机型的导航精度成 为一个重要研究课题。

某型近程无线电导航系统(PCbH)与捷联惯导系统二者各有特点,且具有优势互补性。在 PCbH 信号 覆盖的区域内,利用 PCbH 的信息和惯导系统组合,能抑制惯导误差随时间的积累,提高飞机区域导航或着 陆前进场所需的导航信息的精度。

无线电近程导航系统与惯导系统的组合设计相关研究和文献较少,其组合导航卡尔曼滤波器设计的关键问题是建立 PCbH系统误差模型和量测方程的建立,本文对采集的 PCbH 数据进行分析,建立了系统误差模型,并利用球面三角关系建立了 PCbH/SINS 量测方程。从而设计实现了 PCbH/SINS 组合导航卡尔曼滤波器。

### 1 PC6H 误差模型

PCbH 系统是由地面台站和机载设备组成的极坐标定位导航系统<sup>[1]</sup>。设计 PCbH/SINS 组合 kalman 滤 波器的一个关键问题是建立 PCbH 误差模型。

本文利用系统配套的外置检测设备采集数据,将采集的斜距、方位角数据作为原始数据。对采集的数据 进行分析,结合时序分析等方面的理论,采用相关函数法进行误差建模。

由于考虑到 PCbH 与 SINS 组合滤波器状态变量选取为误差量即 δB(方位角误差), δD(斜距误差), 因 此首先对原始数据进行误差量转换, 然后对所得到的误差量数据进行建模分析。

δB 和 δD 为随机过程,是一组时间序列,首先对该随机过程进行平稳性假设检验,经验证,δB 和 δD 都满 足平稳性假设条件,即均为平稳性时间序列。因为相关函数法拟合的模型用于卡尔曼滤波非常方便,因此采

\* 收稿日期:2009-12-21

**作者简介**:胡奕明(1970-),男,陕西西安人,讲师,博士生,主要从事组合导航与数据融合研究; E-mail: hym2006911@ yahoo.com.cn; 田孝华(1965-),男,湖南石门人,教授,主要从事军用无线电导航研究;

秦永元(1946 - ),男,江苏常熟人,教授,博士生导师,主要从事导航制导与控制研究.

基金项目:陕西省自然科学基础研究计划资助项目(SJ08F06)

经分析 &B 和 &D 近似为一相关时间很短,均方差很小的一阶马尔可夫过程,其模型为:

$$\delta\xi = -1/\tau_{\xi}\delta\xi + Rm(t) \tag{1}$$

根据式(1),用最小二乘法计算得出模型参数为:相关时间  $\tau_D = \tau_B = 10$  s,白噪声均方差  $R_{\delta B} = 0.05^{\circ}, R_{\delta D}$  = 50 m,式中: $\tau_D, \tau_B$  分别为斜距和方位角误差量的相关时间系数; $R_{\delta B}, R_{\delta D}$ 为方位角和斜距均方误差。

# 2 PC6H/SINS 组合导航 kalman 滤波器设计

本文设计 PCbH/SINS 组合导航系统采用间接法输出校正方案,其结构见图1。



### 2.1 捷联惯导系统状态方程建立

式(2)中捷联惯导系统的状态向量取24 维状态变量:[2-3]

$$\boldsymbol{X}_{\text{INS}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\phi}^{n^{\text{T}}} & \delta \boldsymbol{\nu}^{n^{\text{T}}} & \delta \boldsymbol{L} & \delta \boldsymbol{\lambda} & \delta \boldsymbol{h} & \boldsymbol{\varepsilon}_{b}^{b^{\text{T}}} & \boldsymbol{\varepsilon}_{r}^{b^{\text{T}}} & \nabla_{b}^{b^{\text{T}}} & \delta \boldsymbol{K}_{G}^{\text{T}} & \delta \boldsymbol{K}_{A}^{\text{T}} \end{bmatrix}^{\text{T}}$$
(3)

式中: $\phi^n$ 为姿态误差角; $\delta v^n$ 为速度误差; $\delta L$ 、 $\delta h$  分别为纬度、经度和高度误差; $\varepsilon_h^b$ 为陀螺常值漂移; $\varepsilon_r^b$ 为陀 螺相关漂移; $\nabla_h^b$ 为加速度计常值偏置误差; $\delta K_c$ 为陀螺刻度系数误差, $\delta K_A$ 为加速度计刻度系数误差。

捷联惯导状态转移矩阵 Fins中各系数根据指北方位捷联惯导误差方程确定。

### 2.2 PC6H 系统状态方程

取 PCbH 系统状态变量为2 维,即斜距误差 &D 和方位角误差 &B:

$$\boldsymbol{X}_{\text{PCBH}} = \begin{bmatrix} \delta D & \delta B \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(4)

状态方程为:

$$\begin{bmatrix} \delta \dot{D} \\ \dot{\delta B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\text{PCBH}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta D \\ \delta B \end{bmatrix} + \mathbf{G}_{\text{PCBH}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_D \\ w_B \end{bmatrix}$$
(5)

根据式(1),得:

$$\boldsymbol{F}_{\text{PCBH}} = \begin{bmatrix} -1/\tau_D & 0\\ 0 & -1/\tau_B \end{bmatrix} , \boldsymbol{G}_{\text{PCBH}} = \begin{bmatrix} 1 & 0\\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(6)

### 2.3 PC6H/SINS 组合滤波器量测方程

PC6H/SINS 组合的量测量由 SINS 计算经纬度得到的斜距和飞机方位角信息与 PC6H 输出的斜距和飞机方位角信息相减得到<sup>[4-7]</sup>,即:

$$\mathbf{Z}_{\text{PCBH}} = \begin{bmatrix} \Delta D \\ \Delta B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{\text{INS}} \\ B_{\text{INS}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} D_{\text{PCBH}} \\ B_{\text{PCBH}} \end{bmatrix}$$
(7)

量测方程:

$$\boldsymbol{Z}_{\text{PCPH}} = \boldsymbol{H}_{\text{PCPH}} \begin{bmatrix} \boldsymbol{X}_{\text{INS}} \\ \boldsymbol{X}_{\text{TACAN}} \end{bmatrix} + \boldsymbol{V}_{\text{PCPH}}$$
(8)

下面推导斜距差  $\Delta D$ ,方位角差  $\Delta B$  与惯导位置误差之间的关系,从而确定 H 阵。

由于飞机离 PCbH 地面台距离短,因此斜距可以在直角坐标系中求解,假设飞机在 P 点, PCbH 地面台 在 O 点,见图 2。其斜距为:

$$D = \sqrt{h^2 + \rho^2} \tag{9}$$

式中:h等于飞机高度 PCbH 地面台高度; $\rho$  是利用惯导经纬度信息和 PCbH 地面台经纬度信息计算出的水 平距离。从式(9)可见,斜距 D 是二元函数  $D = f(h, \rho)$ ,对式(9)取全微分,得:

$$dD = \frac{\delta D}{\delta \rho} d\rho + \frac{\delta D}{\delta h} dh = \frac{\rho}{D} d\rho + \frac{h}{D} dh$$
(10)

式中:dh 为惯导高度误差,关键是求水平距离误差 dp 它与惯导误差 &L, &A 的关系。dp 与 &L, &A 的关系按球 面三角关系分析,图 3 为飞机与地面台在地球表面的球面三角关系图。



图 2 PCBH 台站与飞机的直角坐标图 Fig. 2 right - angle reference frame of PCBH and plane



图 3 PC5H 台站与飞机的球面三角关系图 Fig. 3 spherical triangle of PCBH and plane

图 4 中,  $L_{PCBH}$ 为 PCbH 地面台纬度(rad),  $L_P$  为飞机纬度(弧度),  $\rho/R_e$  为水平弧长, 角 B 为方位角,  $\Delta\lambda$  为飞机和 PCbH 地面台之间的经度差(rad), 对  $\rho/R_e$  边用球面三角边余弦定理, 得:

$$\cos(\rho/R_e) = \cos(\pi/2 - L_{\text{PCBH}})\cos(\pi/2 - L_P) + \sin(\pi/2 - L_{\text{PCBH}})\sin(\pi/2 - L_p)\cos\Delta\lambda =$$

$${
m sin}L_{
m PCBH}{
m sin}L_{P}$$
 +  ${
m cos}L_{
m PCBH}{
m cos}L_{P}{
m cos}\Delta\lambda$ 

再应用球面三角第一五元素公式,得出:

$$\sin(\rho/R_e)\cos A = \cos(\pi/2 - L_{\rm PCBH})\sin(\pi/2 - L_P) - \sin(\pi/2 - L_{\rm PCBH})\cos(\pi/2 - L_P)\cos\Delta\lambda =$$

$$\sin L_{\text{PCBH}} \cos L_p - \cos L_{\text{PCBH}} \sin L_p \cos \Delta \lambda \tag{12}$$

对式(11)中的ρ取全微分,并利用式(12):得

$$\delta \rho = (-\cos A \delta L + \cos L_P \sin A \delta \lambda) R_e$$
(13)

式(10)中, $A = \arcsin(\cos L_{PCBH} \sin \Delta \lambda / \sin(\rho / R_e))_{\circ}$ 把式(13)代入式(10),得:

$$dD = \rho/Dd\rho + h/Ddh = \rho/D(-\cos A\delta L + \cos L_P \sin A\delta \lambda)R_e + h/Ddh$$
(14)

式(14)就是斜距误差方程,它反映了斜距误差与经度和纬度误差的关系,用于确定量测方程中的H阵相关元素。

同样,利用球面三角关系可得出方位角误差方程:

$$dB = -R_e / \rho(\sin A \delta L + \cos A \cos L_P \delta \lambda)$$
(15)

综合式(14)和式(15),得到 H 阵非零元素的关系为:

$$\begin{bmatrix} \Delta D \\ \Delta B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho/DR_e(-\cos A) & \rho/DR_e\cos L_P\sin A & h/D \\ -R_e/\rho\sin A & -R_e/\rho\cos A\cos L_P & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta L \\ \Delta \lambda \\ \Lambda h \end{bmatrix}$$
(16)

(11)

# 3 组合系统的仿真

采用以上模型及算法,对组合系统进行了仿真<sup>[8-10]</sup>。

#### 3.1 仿真条件

设计的仿真飞行轨迹为巡航轨迹,包括起飞、爬升、巡航等航段。飞机起始位置的经纬度为 108.05°、 34.05°,巡航高度 3 500 m,沿设计航迹向东飞行 680 s。PC5H 地面台位置北纬 34.0°,东经 108.0°,高度 0 m。

初始姿态误差角: $\phi_x = 0.5'$ , $\phi_y = 0.5'$ , $\phi_z = 20'$ ;初始速度误差: $\omega^n = \begin{bmatrix} 0.01 & 0.01 & 0.01 \end{bmatrix}$ m/s;初始高度 和经纬度误差: $\delta h = 20$  m, $\delta L = 20$  m, $\delta \lambda = 20$  m;陀螺常值漂移: $0.1^{\circ}/h$ ;陀螺相关漂移的相关时间:100 s;陀螺 相关漂移均方根: $0.01^{\circ}/h$ ;陀螺随机游走系数: $0.01^{\circ}/h$ ;陀螺刻度系数误差: $10^{-4}$ ;加速度计常值偏置误差: $1 \times 10^{-4}$  g;加速度计量测噪声标准差: $1 \times 10^{-5}$  g;加速度计刻度系数误差: $10^{-4}$ 。

组合系统 Kalman 滤波器周期1 s。惯导姿态更新周期20 ms。

#### 3.2 仿真结果分析

仿真结果见图4-7。图4 是未经组合的纯惯导位置误差,图5 是经滤波组合后的位置误差,图6 是纯惯导速度误差,图7 是组合后的速度误差。



仿真结果表明:从图4和图5看,捷联惯导的位置误差基本上得到了抑制,但由于 PCBH 系统本身的定 位精度随着距离的增大而降低,滤波误差均有发散的趋势。从图6和图7看,速度滤波误差发散趋势明显, 这是由于 PCBH/SINS 组合滤波对速度无直接校正。总之,PCBH/SINS 组合导航能有效提高系统导航精度, 并抑制捷联惯导误差随时间的积累。

## 4 结束语

本文根据大量数据分析,给出了 PCbH 系统数学模型,经 PCbH/SINS 组合滤波器仿真验证模型的正确 及组合方案的可行。利用现有无线电导航系统参与组合,系统较好地抑制了惯导误差时间积累,降低了系统 对惯性器件精度的要求,很大程度上提高了系统导航精度,可见 PCbH/SINS 是一种满足军用飞机导航系统 要求,较好适应实战环境的系统。

#### 参考文献:

- [1] 吴德伟. 航空无线电导航系统[M]. 北京:电子工业出版社,2010.
   WU Dewei. Aviation Radio navigation system[M]. Beijing:Electronics Industry Press,2010. (in Chinese)
- [2] 秦永元. 惯性导航[M]. 北京:科学出版社,2006.QIN Yongyuan. Inertial navigation [M]. Beijing: Science Press,2006. (in Chinese)
- [3] 秦永元,张洪钺,汪叔华. 卡尔曼滤波与组合导航原理[M].西安:西北工业大学出版社,1998.
   QIN Yongyuan,ZHANG Hongyue, WANG Shuhua. Kalman Filter and Integrated Navigation Principle[M]. Xi'an:NWPU Press,1998. (in Chinese)
- [4] 王磊,张怀周. 间接 Kalman 滤波器在航天器 CNS/SINS 组合导航中的应用[J]. 测控技术,2008,27(3):88 90.
   WANG Lei, ZHANG Huaizhou. Indirect Kalman Filter Application on CNS/SINS Integrated Navigation System [J]. Measure and Control Technique,2008,27(3):88 90. (in Chinese)
- [5] 李鹏,赵兴锋,郑志强. SINS/TACAN/ADS/OES 机载组合导航设计与仿真 [J]. 航空兵器,2008,10(5):21-24.
   LI Peng,ZHAO Xingfeng,ZHENG Zhiqiang. Design and Simulation of SINS/TACAN/ADS/OES Airborne Integrated Navigation System[J]. Aero Weaponry,2008,10(5):21-24. (in Chinese)
- [6] 王博,李一冰,吴必富. SINS/GPS/TACAN 组合导航的联邦卡尔曼滤波方法[J]. 电讯技术,2008,48(3):49-52.
   WANG Bo,LI yibing,WU Bifu. Federated Kalm An Filter Method for SINS/GPS/TACAN Integrated Navigation[J]. Telecommunication Engineering,2008,48(3):49-52. (in Chinese)
- [7] Farid Gul. GPS/SINS Navigation Data Fusion Using Quaternion Model and Unscented Kalman Filter[C]//2006 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation. Beijing: IEEE Press, 2006:25 - 28.
- [8] Savage P G. Strapdown Inertial Navigation Integration Algorithm Design Part 1: Attitude Algorithms [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 1998, 21(1): 19-28.
- [9] Savage P G. Strapdown Inertial Navigation Integration Algorithm Design Part 2: Attitude Algorithms [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 1998, 21(2): 208 - 221.
- [10] Kalman R E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems [J]. Journal of Basic Engine, 1960, 82 (Series D): 35-46.

(编辑:田新华)

# Kalman Filter Design of PCEH/SINS Integrated Navigation

HU Yi – ming<sup>1,2</sup>, TIAN Xiao – hua<sup>2</sup>, QIN Yong – yuan<sup>1</sup>

(1. College of Automation of Northwestern Polytechnical University Xi'an 710072, China; 2. Telecommunication Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

**Abstract**: A design of PCBH/SINS integrated navigation is presented. The error model of PCBH is established. The states equation of PCBH/SINS integrated navigation is establish. The relations between inertial navigation position error and azimuth error and distance error are explicated based on the analysis of spherical surface triangle relation principle, the PCBH/SINS integrated navigation system filter measure equation is presented. The method of indirect filter output emendation is adopted in the design of kalman filter. The simulation results show that the filter is capable of well realizing the integration of the two systems, which can increase the navigation accuracy to a great extent, and simultaneously it also can restrain the accumulation of errors.

Key words: integrated navigation ; PC6H; Kalman filter; inertial navigation