

基于证据理论的规则融合方法及其应用

程嗣怡¹, 索中英¹, 张晋²

(1. 空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038; 2. 空军工程大学 导弹学院, 陕西 西安 713800)

摘要:针对已有规则融合方法的不足以及将证据理论引入规则融合将面临的问题,提出了应用证据理论对多约简集决策进行融合的方法,论述了该方法的具体实现步骤,并对航空发动机故障样本进行了应用分析。结果表明:该方法规避了单约简集决策的牵强、各约简集之间识别率的不稳定以及单属性决策之间的高冲突等问题,为航空发动机的故障诊断提供了科学的理论决策依据。

关键词:粗糙集;证据理论;约简集;规则融合;包含度;协调近似表示空间

DOI:10.3969/j.issn.1009-3516.2010.04.011

中图分类号: TP181 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2010)04-0047-05

在相容性的观点下,粗糙集理论和证据理论具有相似性:由粗糙集的上、下近似可以导出内、外概率函数是 D-S 理论中置信和似然函数的特例。在 D-S 理论中需要对基本概率分布进行假设,而在粗糙集理论中不需要数据之外的任何附加信息。所以,粗糙集理论与 D-S 理论有很强的互补性^[1-2]。

鉴于粗糙集理论与 D-S 证据理论之间的互补联系,许多学者针对粗糙集与证据理论相结合的方法及应用进行了研究^[3-7]。文献[3]首先利用粗糙集理论的知识约简功能来优化设备技术状态评估指标,其次采用 D-S 证据理论来组合优化过的指标。其中 2 种理论的应用是 2 个分立的过程,粗糙集理论只是一种数据预处理的手段。文献[4-5]针对证据理论中的 mass 函数、信任函数及似然函数可以通过粗糙集计算得到的特点,选择一种约简,将约简集中的各个属性作为一条证据,利用粗糙集来确定置信函数,在一定程度上克服了 mass 函数构造的主观性。但由于各个约简所得决策规则在用于样本识别时识别率是不稳定的,因此约简的选择欠妥当。文献[6]利用 VPRS 分析历史数据,得到经验 mass 函数,并结合专家评分数据构造专家 mass 函数,最后利用证据理论进行证据合成。文献[7]利用规则的确定性来确定可信度分配,综合属性重要性和规则支持度 2 方面因素,计算可信度分配的权重,最后运用证据理论对可信度分配进行合成。针对故障诊断决策信息系统选择约简集,由文献[6]方法得到的经验 mass 函数将退化为符合规则的实例比例,即 $m(D_1) = 0.5, m(D_0) = 0.5$, 用于构造专家 mass 函数时不能提供额外信息;由文献[7]中的方法,得到的 mass 函数为 $m(D_1) = 0, m(D_0) = 1$ 或 $m(D_1) = 1, m(D_0) = 0$ 。显然这两种方法不适合对航空发动机故障决策的可信度分配及合成。鉴于以上问题,本文在协调近似表示空间中基于包含度规则融和方法的基础上,利用规则可信度来确定 mass 函数,给出了一种具有实际应用价值的决策方法。

1 基于证据理论的多约简集决策融合

1.1 相关理论

协调近似表示空间给出了不同信息系统的共同模式,为统一处理不同信息系统提供了工具^[8]。

定义 1 设 (U, A, F) 是信息系统, $d: U \rightarrow V_d, V_d$ 取有限值,称 (U, A, F, d) 为决策信息系统,记 $R_A = \{(x_i,$

* 收稿日期:2010-01-04

基金项目:空军工程大学学术创新基金资助项目(XS0901018)

作者简介:程嗣怡(1980-),男,江苏南京人,讲师,主要从事信号与信息处理及智能检测技术研究。

E-mail:csy-316@163.com

$x_j \mid f_i(x_i) = f_i(x_j) (a_i \in \mathbf{A}) \}, R_d = \{ (x_i, x_j) \mid d(x_i) = d(x_j) \}$ 。若 $R_A \subseteq R_d$, 称 $(\mathbf{U}, \mathbf{A}, F, \mathbf{d})$ 为协调决策信息系统。

定理 1 设 $(\mathbf{U}, \mathbf{A}, F, \mathbf{d})$ 是协调决策信息系统, 记 $R_d = \{ (x_i, x_j) \mid d(x_i) = d(x_j) \}$, $\mathcal{R} = \{ R_a \subseteq \mathbf{U} \otimes \mathbf{U} \mid a \in \mathbf{A} \}$, 则 $\mathbf{S} = (\mathbf{U}, \mathbf{A}, \mathcal{R}, R_d)$ 为协调近似表示空间^[8]。

定义 2 设 Θ 为识别框架。 Θ 上的基本置信指派 (Basic Belief Assignment, BBA) 定义 $m: 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$ 满足下列条件: ① $m(\emptyset) = 0$; ② $\sum \{ m(A) \mid A \subseteq \Theta \} = 1$ 。任意 $A \subseteq \Theta$, $m(A)$ 也称为命题 A 的基本概率指派。

Dempster 组合规则可概括为以下的定理^[9-10]:

定理 2 设 Bel_1, Bel_2 为 Θ 上的置信函数, 它们的基本置信指派为 m_1 和 m_2 , 焦点分别为 A_1, A_2, \dots, A_k 和 B_1, B_2, \dots, B_l , 如果 $\sum_{A_i \cap B_j = A} m_1(A_i) m_2(B_j) < 1$, 那么函数 $m: 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$ 对于所有的非空集合 $A \subseteq \Theta$ 满足

$$m(\emptyset) = 0, \text{ 且 } m(A) = \frac{\sum_{A_i \cap B_j = A} m_1(A_i) m_2(B_j)}{1 - \sum_{A_i \cap B_j = \emptyset} m_1(A_i) m_2(B_j)} = \frac{1}{N} \sum_{A_i \cap B_j = A} m_1(A_i) m_2(B_j), \text{ 此函数是基本置信指派函数, 式}$$

中:

$$N = 1 - \sum_{A_i \cap B_j = \emptyset} m_1(A_i) m_2(B_j) > 0。$$

基于基本置信指派的决策方法^[11] 为:

设 $\exists A_1, A_2 \subset \Theta$, 满足 $m(A_1) = \max \{ m(A_i), A_i \subset \Theta \}$, $m(A_2) = \max \{ m(A_i), A_i \subset \Theta \text{ 且 } A_i \neq A_1 \}$, 若有:

$$\begin{cases} m(A_1) - m(A_2) > \varepsilon_1 \\ m(\Theta) < \varepsilon_2 \\ m(A_1) > m(\Theta) \end{cases}, \text{ 则 } A_1 \text{ 即为判决结果, 其中 } \varepsilon_1, \varepsilon_2 \text{ 为预先设定的门限。}$$

1.2 基于证据理论的多约简集决策融合方法

定理 3 设 X 为有限集合, $A, B \subseteq X$, 用 $N(A)$ 表示 A 中元素个数, $N(A \cap B)$ 表示 A 与 B 公共元素个数, 则 $D(B/A) = \frac{N(A \cap B)}{N(A)}$ 为 $P(X)$ 上的包含度。当 $A = \emptyset$ 时记 $D(B/A) = 1$ ^[12]。

基于证据理论的多约简集决策融合步骤如下:

- 1) 由 R' 将 \mathbf{U} 划分, 得到 $\mathbf{U}/R' = \{ D_1, D_2, \dots, D_r \}$;
- 2) 对于 $\mathbf{A} = \{ a_1, a_2, \dots, a_m \}$, 记: $U_{a_k l} = \{ x_i (x_i \in U) \mid a_k(x_i) = v_l, v_l \in V_{a_k} \}$;
- 3) 对于任意 $v_l \in V_{a_k} (k \leq m)$, $D_j (j \leq r)$, 分别计算 $D(D_j/U_{a_k l}) = N(U_{a_k l} \cap D_j) / N(U_{a_k l})$;
- 4) 对于任意给定的 $E = (v_i)_{1 \times m}$, 将一个决策约简集看作一条证据, 各证据之间是相互独立的。令:

$$\begin{cases} m_p(D_1) = \frac{\max \{ D(D_1/U_{b_k l}) \mid b_k \in C_p \}}{\max \{ D(D_1/U_{b_k l}) \mid b_k \in C_p \} + \max \{ D(D_0/U_{b_k l}) \mid b_k \in C_p \}} \\ m_p(D_0) = \frac{\max \{ D(D_0/U_{b_k l}) \mid b_k \in C_p \}}{\max \{ D(D_1/U_{b_k l}) \mid b_k \in C_p \} + \max \{ D(D_0/U_{b_k l}) \mid b_k \in C_p \}} \end{cases}$$

式中: C_p 为第 p 个决策约简集; l 为属性 $b_k \in C_p$ 的取值。显然, $m_p(D_1)$ 和 $m_p(D_0)$ 满足定义 2, 即 $m_p(D_1)$ 和 $m_p(D_0)$ 为基本置信指派函数。

利用 Dempster 组合规则对各个约简集的基本置信指派函数进行合成, 若 $m(D_j) = \max \{ m(D_0), m(D_1) \}$, 则得到规则: “If $\bigwedge_{l=1}^m (a_k, v_l)$, then $D_j(m(D_j))$ ”, 其中 $m(D_j)$ 为组合后的基本置信指派。

2 实例分析

以航空发动机在定检 Γ 加力状态下的数据样本作为对象^[13],选取发动机稳态工作过程的9个参数来表征发动机性能状况:进口温度 T_1^* , 涡轮后燃气总温 T_4^* , 低压转子转速 N_1 , 高压转子转速 N_2 , 风扇进口导向器叶片转角 α_1 , 高压气机静子叶片转角 α_2 , 尾喷口指示值 ϕ_{PC} , 滑油压力 P_M 和发动机机匣振动值 B 。

表1 定检 Γ 加力状态下的决策表

Tab.1 Decision - making sheet in the fixed - check state

U	T_1^*	T_4^*	N_1	N_2	α_1	α_2	ϕ_{PC}	P_M	B	d	U	T_1^*	T_4^*	N_1	N_2	α_1	α_2	ϕ_{PC}	P_M	B	d
x_1	1	1	3	3	3	3	1	2	3	1	x_{14}	1	3	3	3	3	3	2	3	3	0
x_2	1	1	3	3	2	3	1	2	1	1	x_{15}	1	1	1	1	1	1	2	2	1	0
x_3	2	1	3	3	3	2	2	2	1	1	x_{16}	2	3	3	3	3	3	3	3	1	0
x_4	2	2	3	3	3	3	2	1	1	1	x_{17}	2	3	2	3	1	1	2	2	2	0
x_5	2	1	2	3	3	3	2	1	1	1	x_{18}	2	1	1	1	1	2	3	2	2	0
x_6	3	1	3	3	3	3	2	1	3	1	x_{19}	3	2	2	3	3	3	2	1	3	0
x_7	1	1	3	3	3	3	2	2	2	1	x_{20}	1	2	1	1	1	3	1	2	3	0
x_8	1	1	3	3	3	3	2	1	3	1	x_{21}	3	1	3	3	1	3	3	1	3	0
x_9	3	1	2	3	3	3	2	1	3	1	x_{22}	1	1	2	1	1	3	3	1	1	0
x_{10}	3	1	2	3	2	2	2	1	1	1	x_{23}	3	1	1	1	1	2	3	3	2	0
x_{11}	3	1	2	3	2	3	2	1	2	1	x_{24}	3	1	3	3	1	3	3	1	1	0
x_{12}	3	1	3	3	1	3	2	2	2	1	x_{25}	3	1	1	1	1	2	3	2	2	0
x_{13}	1	1	3	3	2	3	2	2	2	1	x_{26}	1	1	1	1	1	1	1	2	2	0

表1中条件属性集 $A = \{T_1^*, T_4^*, N_1, N_2, \alpha_1, \alpha_2, \phi_{PC}, P_M, B\}$, 决策属性 $d = 0, 1$ 分别表示发动机处于故障和正常状态。由于 $R_A \subseteq R_d$, 即定检 Γ 加力状态下的决策信息系统是协调的, 因此 $S = (U, A, \mathcal{R}, R_d)$ 为协调近似表示空间。通过约简得到14个决策约简集:

$$\begin{aligned}
 C_1 &= \{T_1^*, T_4^*, \alpha_1, \phi_{PC}\}, C_2 = \{T_1^*, T_4^*, N_2, \alpha_1, P_M\}, C_3 = \{T_1^*, T_4^*, \alpha_1, \alpha_2, P_M\}, C_4 = \{T_1^*, T_4^*, N_2, \phi_{PC}\}, \\
 C_5 &= \{T_1^*, T_4^*, \alpha_2, \phi_{PC}\}, C_6 = \{T_1^*, T_4^*, \phi_{PC}, B\}, C_7 = \{T_4^*, N_1, \alpha_1, P_M\}, C_8 = \{T_4^*, N_1, \alpha_1, B\}, \\
 C_9 &= \{T_4^*, N_1, \phi_{PC}\}, C_{10} = \{T_4^*, N_2, \alpha_1, B\}, C_{11} = \{T_4^*, N_2, \phi_{PC}, B\}, C_{12} = \{T_4^*, \alpha_1, \phi_{PC}, B\}, \\
 C_{13} &= \{T_4^*, \alpha_1, \alpha_2, B\}, C_{14} = \{T_4^*, \alpha_2, \phi_{PC}, B\}.
 \end{aligned}$$

接下来以实例为背景演示基于证据理论的多约简集决策融合方法的应用, 针对表1的决策信息系统, 首先求取 $U_{a_{kl}}$, 再利用公式 $D(D_j/U_{a_{kl}}) = N(U_{a_{kl}} \cap D_j) / N(U_{a_{kl}})$, 得到属性包含度 $D(D_j/U_{a_{kl}})$ 见表2。

表2 属性包含度

Tab.2 Attribute inclusion degree

$D(D_j/U_{a_{jk}})$	D_1	D_0	$D(D_j/U_{a_{jk}})$	D_1	D_0	$D(D_j/U_{a_{jk}})$	D_1	D_0
$U_{T_1^*1}$	0.5	0.5	U_{N_21}	0	1	$U_{\phi_{PC}1}$	0.5	0.5
$U_{T_1^*2}$	0.5	0.5	U_{N_22}	0	0	$U_{\phi_{PC}2}$	0.73	0.27
$U_{T_1^*3}$	0.5	0.5	U_{N_23}	0.68	0.32	$U_{\phi_{PC}3}$	0	1
$U_{T_4^*1}$	0.6	0.4	U_{α_11}	0.09	0.91	U_{P_M1}	0.67	0.36
$U_{T_4^*2}$	0.33	0.67	U_{α_12}	1	0	U_{P_M2}	0.5	0.5
$U_{T_4^*3}$	0	1	U_{α_13}	0.73	0.27	U_{P_M3}	0	1
U_{N_11}	0	1	U_{α_21}	0	1	U_{B1}	0.56	0.44
U_{N_12}	0.57	0.43	U_{α_22}	0.4	0.6	U_{B2}	0.44	0.56
U_{N_13}	0.69	0.31	U_{α_23}	0.61	0.39	U_{B3}	0.5	0.5

针对表3所给的测试样本, 利用 Dempster 组合规则对基本置信指派 $m_p (p \leq 14)$ 进行合成, 并应用基于基本置信指派的决策方法进行决策其结果见表4, 通过对比得到识别率为 $(7/13) \times 100\% = 53.8\%$ 。

表3 定检 T 加力状态下测试样本的离散化结果

Tab.3 Discrete result of test sample in the fixed-check state

样本	T_1^*	T_4^*	N_1	N_2	α_1	α_2	ϕ_{PC}	P_M	B
1	2	1	2	2	1	1	1	2	1
2	3	1	2	3	2	3	3	2	1
3	3	1	2	3	2	3	3	2	1
4	1	1	2	2	3	3	2	2	1
5	2	1	2	2	1	1	1	2	1
6	3	1	3	3	3	3	2	2	1
7	2	1	3	3	2	3	1	2	1
8	1	1	3	3	3	3	1	2	1
9	2	1	3	3	1	3	3	2	1
10	2	1	3	3	2	3	3	3	1
11	1	2	3	3	2	1	2	2	1
12	1	2	3	3	2	1	2	2	1
13	2	3	2	3	2	1	1	2	1

表4 基于证据理论融合多约简集决策所得结果

Tab.4 Decision from reductions fusion based on evidence theory

样本	$m(D_1)$	$m(D_0)$	所得决策	可信度差
1	0.02	0.98	0	0.96
2	0.85	0.15	1	0.7
3	0.85	0.15	1	0.7
4	1	0	1	1.0
5	0.02	0.98	0	0.96
6	1	0	1	1.0
7	1	0	1	1.0
8	0.99	0.01	1	0.98
9	0	1	0	1.0
10	0.46	0.54	0	0.08
11	0.89	0.11	1	0.78
12	0.89	0.11	1	0.78
13	0.04	0.96	0	0.92

由于 Dempster 组合规则无法处理冲突的单属性决策,如果 1.2 节中的步骤 4) 改为对于任意给定的 $E = (v_i)_{1 \times m}$, 记 $D(D_j/E) = \max_k D(D_j/U_{a_{ki}})$, 若 $D(D_{j_0}/E) = \max_{j \leq r} D(D_j/E)$, 则得到规则: “If $\bigwedge_{l=1}^m (a_k, v_l)$, then $D_{j_0}(D(D_{j_0}/E))$ ”, 此时可以依据单约简集进行决策, 但通过实例分析发现选用不同的约简集进行规则提取, 所得规则的识别率是不稳定的。当选取约简集 $\{T_1^*, T_4^*, \alpha_1, \phi_{PC}\}$ 时, 识别率为 $(4/13) \times 100\% = 30.8\%$ 。选取约简集 $\{T_4^*, N_1, \phi_{PC}\}$ 时, 识别率为 $(7/13) \times 100\% = 53.8\%$ 。同时可以发现步骤 4) 中简单的大小比较是略显粗糙的, 因为归一化后的可信度差可能很小 (例如: $\frac{0.6-0.5}{0.6+0.5} = 0.09$), 使得所得决策牵强。而基于证据理论融合多约简集进行决策, 可以使得识别率较高且稳定, 同时避免了决策的牵强。

此外, 在决策信息系统中决策类很多且决策信息系统不协调 (可能会产生并集决策, 例如 $\{D_i, D_j, D_k\}$) 的情况下必将产生大量的焦元, 此时 Dempster 合成公式的算法实现一直是困扰 D-S 理论的一个重点和难点问题, 这直接关系到其实用性。考虑到实际的工程意义和各种近似计算方法的特点, 可以应用 Tessem 提出的 (k, l, x) 近似算法来完成故障诊断多焦元下的证据合成, 为实现多决策下的故障诊断扫清障碍。

3 结束语

本文考虑到单约简集决策的牵强、各约简集之间识别率的不稳定以及基于各约简集决策之间的低冲突, 提出了利用 D-S 证据理论融合各约简集决策的故障诊断方法, 并以实例佐证了方法的有效性和必要性。

D-S 证据理论是处理不确定性问题的有效工具, 但其依赖专家知识提供证据, 并要求各证据体相互独立, 致使实际应用困难。而由粗糙集方法得到的约简集 (证据体) 对于决策是相互独立的, 并且通过规则融合方法, 得出带有可信度 (基本置信指派) 的决策。D-S 证据理论的引入融合了各约简集所得决策, 使得决策更可信、可靠, 并且不完备信息系统的研究, 可以解决不完整数据的 D-S 证据理论融合问题。因此基于粗糙集和 D-S 证据理论的技术是值得探讨研究的。

参考文献:

- [1] Skowron A. The Relationship between the Rough Sets and the Evidence Theory[J]. Bulletin of the Polish Academy of Science, 1989, 37(1-2): 7-90.
- [2] Skowron A, Grzymala Busse J. From Rough Sets Theory to Evidence Theory[M]//Advances in the Dempster-Shafer Theory of Evidence. NY: John Wiley Press, 1994: 193-235.
- [3] 耿俊豹, 邱伟, 孔祥纯, 等. 基于粗糙集和 D-S 证据理论的设备技术状态评估[J]. 系统工程与电子技术, 2008, 30(1): 112-115.

- GENG Junbao, QIU Wei, KONG Xiangchun, et al. Technical Condition Evaluation for Devices Based on Rough Set Theory and D - S Evidence Theory[J]. Systems Engineering and Electronics, 2008, 30(1): 112 - 115. (in Chinese)
- [4] 宋立军, 胡政, 杨拥民, 等. 基于证据理论与粗糙集集成推理策略的内燃机故障诊断[J]. 内燃机学报, 2007, 25(1): 90 - 95
SONG Lijun, HU Zheng, YANG Yongmin, et al. Fault Diagnosis Based on Reasoning Integration of Rough Sets and Evidence Theory[J]. Transactions of CSICE, 2007, 25(1): 90 - 95. (in Chinese)
- [5] 宋立军, 胡政, 杨拥民, 等. Chu 空间下的粗糙集与证据理论结合进行内燃机诊断[J]. 内燃机学报, 2007, 25(3): 271 - 276
SONG Lijun, HU Zheng, YANG Yongmin, et al. Fault Diagnosis of Diesel Engine by Integrating Rough Sets and Evidence Theory of Chu Spaces[J]. Transactions of CSICE, 2007, 25(3): 271 - 276. (in Chinese)
- [6] 余嘉元, 汪存友. 基于 VPRS 和证据理论的毕业论文综合评价研究[J]. 计算机工程与应用, 2007, 43(14): 230 - 232.
YU Jiayuan, WANG Cunyou. Research of Synthetical Assessment of Dissertation Based on VPRS and Evidence Theory[J]. Computer Engineering and Applications, 2007, 43(14): 230 - 232. (in Chinese)
- [7] 姜元春, 刘业政, 林文龙, 等. 基于粗糙集与证据理论的决策规则合成[J]. 系统仿真学报, 2008, 20(4): 951 - 955.
JIANG Yuanchun, LIU Yezheng, LIN Wenlong, et al. Rough Sets and Evidence Theory - based Method to Combine Decision rules[J]. Journal of System Simulation, 2008, 20(4): 951 - 955. (in Chinese)
- [8] 张文修, 仇国芳. 基于粗糙集的不确定决策[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.
ZHANG Wenxiu, QIU Guofang. Uncertain Decision Making Based on Rough Sets[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006. (in Chinese)
- [9] Dempster A P. A Generalization of Bayesian Inference[J]. Journal of the Royal Statistical Society Series B, 1968, 30(2): 205 - 247.
- [10] Shafer G A. Mathematical Theory of Evidence [M]. Princeton: Princeton University Press, 1976.
- [11] 何友, 王国宏, 陆大金, 等. 多传感器信息融合及应用[M]. 北京: 电子工业出版社, 2000: 38 - 45.
HE You, WANG Guohong, LU Dajin, et al. Multisensor Data Fusion and Its Application[M]. Beijing: Electronic Industry Press, 2000: 38 - 45. (in Chinese)
- [12] 张文修, 梁怡, 徐萍. 基于包含度的不确定推理[M]. 北京: 清华大学出版社, 2007.
ZHANG Wenxiu, LIANG Yi, XU Ping. Uncertainty Reasoning Based on Inclusion Degree[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2007. (in Chinese)
- [13] 胡金海. 航空发动机智能监控诊断的方法研究与体系构建[D]. 西安: 空军工程大学, 2007.
HU Jinhai. The Methods Research and System Construction of Aeroengine Artificial Monitoring and Diagnosis[D]. Xi'an: Air Force Engineering University, 2007. (in Chinese)

(编辑: 徐敏)

The Method of Rule Fusion Based on Evidence Theory and Its Application

CHENG Si - yi¹, SUO Zhong - ying¹, ZHANG Jin²

(1. Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China; 2. Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, Shaanxi, China)

Abstract: Considering the limitation of the existing methods and the problems to arise when evidence theory is introduced to rule fusion, a method of fusing the decisions of multi - reduction sets based on evidence theory is proposed, the concrete procedures of the method are described and the application analysis of the method is done on the aero - engine fault diagnosis samples. The result shows that by using the method the problems of reluctant decision of single reduction set, of the instability of identification - rate between all the reduction sets and of the high conflict of the single attribute decision are eluded. This provides a scientific decision foundation theoretically for aero - engine fault diagnosis. The dominance of the method is summarized in the conclusion.

Key words: rough set; evidence theory; reduction set; rule fusion; including degree; consistent - approximate denoted space