

# 随机跳变系统状态估计与控制研究进展

方洋旺, 胡诗国, 伍友利, 李 锐

(空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038)

**摘 要:**回顾了随机跳变系统模型提出以来,特别是近 20 年,关于随机跳变系统状态估计和控制的主要理论和应用研究成果。从系统状态和模态估计 2 个方面,阐述了随机跳变系统滤波理论的发展现状和其在军事领域中的应用;归纳了 Lyapunov 第二方法稳定性定理和比较理论在随机跳变系统稳定性研究中的应用,着重从最优控制、鲁棒控制和容错控制等方面总结了随机跳变系统控制理论和应用研究发展状况。最后,对非高斯型、非线性随机跳变系统的研究以及在军事上武器的攻防对抗、网络控制等应用研究作了展望。

**关键词:**随机跳变系统;状态估计;最优控制;鲁棒控制;容错控制

**DOI:**10.3969/j.issn.1009-3516.2010.04.007

**中图分类号:** TP273 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2010)04-0031-06

在实际工程问题中,存在着大量由随机突变现象引起系统状态及参数跳变的动力学系统,互联子系统的变化、外部环境条件等的突变都可引起系统参数的改变。特别是在军事领域,由于对抗和反对抗的矛盾愈演愈烈,通常人为地使控制系统的结构和参数产生随机突变,以躲避对方的跟踪及干扰。具有上述特征的系统称为随机跳变系统,系统中既包含了连续状态,又包含了离散状态,是同时包含时间演化和事件驱动 2 种动态机制的一类特殊的混杂系统,时间演化动态通常由常规的随机微分方程来表示,事件驱动机制一般由连续时间离散状态的 Markov 过程描述。故此类系统又称为随机 Markov 跳变系统。典型的连续时间 Markov 跳变系统的数学模见式 1,式中  $x(t) \in R^n, u(t) \in R^m$ , 是欧氏向量空间变量,  $f(\cdot): R^n \times R^m \times S \rightarrow R^n, h(\cdot): R^n \times S \rightarrow R^p$ , 且满足一般增长和平滑性条件。记  $\Pi = [\pi_{ij}]$  &  $i, j \in S$  是跳变参数  $r_i$  的状态转移概率速率矩阵, 则  $r_i$  的状态转移概率见式 2, 式中  $\pi_{ij} \geq 0, j \neq i$ , 且  $\pi_{ii} = -\sum_{j=1, j \neq i}^N \pi_{ij}$ :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t), r_i, t) \\ y(t) = h(x(t), r_i, t) \end{cases} \quad (1) \quad P\{r_{(t+\Delta)} = j | r_t = i\} = \begin{cases} \pi_{ij}\Delta + o(\Delta) & i \neq j \\ 1 + \pi_{ij}\Delta + o(\Delta) & i = j \end{cases} \quad (2)$$

1961 年 Kasovskii 和 Lidskii<sup>[1]</sup> 最早作为一个数学分析的算例提出了该类模型,但没有实际的应用背景。真正将其应用于实际控制问题中的是 Swarder<sup>[2]</sup>, 他于 1969 年首次从随机最大值原理的角度讨论了具有 Markov 跳变参数混合系统的最优控制问题,并将其应用于太阳能接收器上,成功地解决了其控制问题。1971 年 Wonham<sup>[3]</sup> 提出了随机控制系统的动态规划问题,并成功地应用到线性跳变系统的最优控制中。在随后的二十年中,连续时间 Markov 跳变系统的随机稳定性问题包括以概率可控、可镇定、可观测以及最优控制策略等都得到了较充分的研究<sup>[4]</sup>。到了 20 世纪 90 年代,该研究形成了比较完整的理论体系<sup>[4]</sup>,并推广到更一般的形式,如离散时间 Markov 跳变系统<sup>[5]</sup>,非线性跳变系统<sup>[6]</sup>等。并且在此过程中 Markov 跳变系统理论得到了广泛的应用,比如太阳能接收器<sup>[2]</sup>、航空航天飞行器的容错控制<sup>[4]</sup>、飞行机动目标跟踪<sup>[7]</sup>以及制造系统中的最优制造<sup>[8]</sup>等等,其研究成果与控制工程中的实际问题密切相关,因而引起了国内外学者的广泛关注。本文从随机跳变系统的状态估计、稳定性及控制 3 个方面进行综述。

\* 收稿日期:2009-12-14

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60874040)

作者简介:方洋旺(1966-),男,安徽安庆人,教授,博士生导师,主要从事导弹制导与控制、导弹作战使用、随机最优控制理论与应用、非线性控制等研究。E-mail:fangyangwang2006@yahoo.com.cn

## 1 随机跳变系统状态估计

Markov 跳变系统的滤波问题既包括对系统状态的估计,又包含对系统结构参数的估计,即模态估计问题。在现实世界中,利用 Markov 跳变系统模型建模的系统可分为 2 类:一类是其结构参数可视为已知或很容易观测,如太阳能热接收器控制问题,此时 Markov 跳变系统的滤波问题只包含对系统状态的估计;一类是其结构参数未知,但可以利用观测器测量,此时既需要对系统状态进行估计,又需要对系统结构参数进行估计,而此类系统又分为 2 种情形:系统状态和结构参数可以分别观测或其信息耦合在一个观测器的测量信息中,后一情形最为复杂。Bayes 方法和最大后验概率法是研究随机跳变系统状态估计问题的基本方法。

对于 Markov 跳变系统的状态估计问题,国内外学者从 20 世纪 70 年代就开始了研究,并且取得了显著的成果<sup>[9-11]</sup>。自 80 年代以来,出现了多种次优估计算法,如检测估计算法、广义伪 Bayes 算法、交互多模型算法(IMM)等等。Blom 与 Barshalom<sup>[12]</sup>于 1988 年提出的 IMM 算法被认为是 Markov 跳变线性系统最有效的次优估计算法,并且出现了多种改进的 IMM 算法。近 10 年来,国内外学者针对不确定 Markov 跳变线性系统及时滞不确定系统,深入研究了其鲁棒 Kalman 滤波及  $H_\infty$  滤波问题<sup>[9]</sup>。Magdi S. Mahmoud<sup>[10]</sup>等研究了一类时滞不确定连续时间 Markov 跳变线性系统的鲁棒 Kalman 滤波问题。方洋旺、王洪强<sup>[13]</sup>对连续时间和离散时间结构随机跳变系统的状态最优估计问题进行研究,使用高斯逼近方法获得随机跳变系统的逼近最优滤波算法,并给出了具体的计算步骤,具有较高的应用价值。

对于 Markov 跳变系统的模态估计<sup>[14]</sup>,是 Markov 跳变系统估计理论要解决的另一个重要问题。R. J. Elliott 对此做了大量的工作<sup>[15]</sup>,将隐 Markov 链的估计方法引入到 Markov 跳变系统的模态估计问题,给出了高斯噪声时系统状态和模态的估计算法,但其所研究的观测方程不包含关于系统模态的项。方洋旺、伍友利<sup>[16]</sup>针对包含模态项的混合观测器情形,研究其滤波问题,给出滤波器的结构,并推导了混合滤波算法。

在应用研究方面,近几年,方洋旺、伍友利和王洪强等<sup>[17-19]</sup>将随机跳变系统的状态估计理论成功地应用到被动系统距离估计领域中,伍友利<sup>[16]</sup>利用飞机测量距地面的高度信息,建立了地面运动目标检测的 Markov 跳变系统性系统(MJLS)模型,提出了一种基于 MJLS 最优滤波理论的地面运动目标检测算法。

## 2 随机跳变系统稳定性

稳定性是控制科学的一个重要基本概念,也是早期 Markov 跳变系统研究的重点之一。对于 Markov 跳变系统稳定性的研究集中在 2 个方面。

1) 将传统的 Lyapunov 稳定性理论扩展到随机 Markov 跳变系统中<sup>[20]</sup>,建立相应的随机 Lyapunov 第二方法稳定性定理。Mariton<sup>[21]</sup>使用随机 Lyapunov 方法分析了线性连续 Markov 跳变系统的均方稳定性,得到了一类充分条件。随后,Feng<sup>[22]</sup>和 Fang<sup>[23]</sup>分别对连续和离散线性 Markov 跳变系统建立了 Lyapunov 第二方法稳定性定理。Boukas 和 Yang<sup>[24]</sup>研究了一类非线性 Markov 跳变系统的确定性问题,给出了 2 种情形(匹配性条件和有界不确定性条件)下的鲁棒稳定性条件。Mao<sup>[25]</sup>研究了一类具有 Markov 跳变的随机微分延迟方程,在某些特殊的条件下,给出了其指数稳定性和渐近稳定性判据。

2) 引入比较原理。Luo<sup>[26]</sup>建立了具有 Poisson 跳跃和 Markov 切换时延系统的比较原理,并应用比较原理得到了均方稳定性和指数稳定性判据。Byron 和 Ladde<sup>[27]</sup>运用比较原理研究了一类随机迭代过程的收敛性问题,将系统的随机扰动分解为内部扰动和外部扰动,分别得到了  $p$  阶矩收敛和几乎肯定(Almost sure)收敛定理。伍友利<sup>[16]</sup>将一类非线性 Markov 跳变系统的稳定性问题转化为研究其确定性比较方程解的稳定性问题,运用比较原理推导并证明了 Markov 跳变系统的一系列稳定性判据,并进一步基于  $M$ -矩阵表示推导了 Markov 跳变系统稳定性判据的另一种形式,该形式更易于验证。

## 3 随机跳变系统控制

近 10 年来,在随机跳变系统控制方面取得非常重要的研究成果,主要集中在以下 3 个方面。

### 3.1 最优控制

Krasovskii 等<sup>[1]</sup>第一次研究了 Markov 跳变系统的 LQR 问题,即使二次型代价函数的数学期望最小化的控制问题。Sworder 等<sup>[2]</sup>应用随机最大值原理对有限时间的 LQR 问题进行了讨论。Wonham 等<sup>[3]</sup>提出了一种比较好的动态规划方法,并把它推广到无限时间情形。Ji 等<sup>[28]</sup>给出了在一定的可控性条件下当  $T < +\infty$  时最优状态反馈控制器存在的条件。Manm 等<sup>[29]</sup>在单模态系统的 LQR 问题中引入了具有时间加权的性能指标,期望通过时间因子  $t^k$  加权来补偿随时间增长的误差,从而减少调节时间,提高系统的性能。Boukas 等把具有时间加权的性能指标引入到 Markov 跳变系统的优化控制中来<sup>[30]</sup>,给出了次优控制器存在的必要条件以及设计方法。L. V. Costa<sup>[31]</sup>等针对一类具有乘性噪声的离散 Markov 跳变系统,研究了其最优控制问题。方洋旺、伍友利<sup>[16]</sup>等针对一类同时包含有乘性和加性噪声的离散时间 Markov 线性跳变系统,利用随机 Bellman 动态规划法,研究其在限时间、无限时间和噪声相关情形下的最优控制问题。

### 3.2 鲁棒控制

在实际控制问题中,由于存在建模误差、量测误差、逼近线性化、工作环境的变化等因素,系统中存在不确定性或摄动。因此,人们对 Markov 跳变系统的鲁棒控制进行了研究。邓飞其<sup>[32]</sup>针对具有马尔可夫切换特性的  $H_\infty$  随机系统设计了线性不确定系统的鲁棒镇定控制器。Wang 等<sup>[33]</sup>针对一类双线性的 Markov 跳变系统以一组 Riccati 方程给出了该鲁棒镇定问题可解的充分条件。孙敏慧等<sup>[34]</sup>针对不确定马尔可夫切换系统,研究其鲁棒  $H_\infty$  控制和无记忆状态反馈控制器设计问题。Dong<sup>[35]</sup>等研究了具有多项式参数不确定性的连续时间 MJLS 的鲁棒  $H_2$  状态反馈控制器的设计问题。Boukas<sup>[36]</sup>利用线性矩阵不等式 (Linear Matrix Inequality, LMI) 方法研究了一类奇异 MJLS 的静态输出反馈控制问题。Souzad<sup>[37]</sup>研究了一类具有多项式参数不确定性和转移概率不确定的 MJLS 的稳定性和鲁棒控制问题,利用依赖于系统参数的 Lyapunov 函数给出了较宽松的稳定性条件。Li Li<sup>[38]</sup>等研究了一类不确定 MJLS 的分布式鲁棒可稳定和可控问题,给出了分布式输出反馈鲁棒控制器的设计方法。Xu<sup>[39]</sup>等研究了双线性 Markov 跳变系统的鲁棒  $H_\infty$  控制问题。Shi<sup>[40]</sup>研究了由 MJLS 描述的容错系统的鲁棒控制问题。Liu 和 Sun<sup>[41]</sup>研究了一类奇异扰动 MJLS 的控制问题。

在实际工程应用中,许多控制问题的性能指标常常直观地表现为系统状态稳态方差的上界形式。Wang<sup>[42]</sup>等讨论了具有乘性噪声和方差约束的随机系统的鲁棒  $H_\infty$  控制问题,给出了具有方差约束的鲁棒控制器设计方法。Wang 和 Daniel<sup>[43]</sup>研究了一类不确定系统具有方差约束和 D 稳定的输出反馈控制问题。伍友利、方洋旺<sup>[44]</sup>等研究一类具有乘性噪声和参数不确定性的连续和离散 MJLS 的鲁棒方差控制问题,通过建立一个具有 LMI 约束的凸优化问题,给出最优鲁棒方差控制器的设计方法。

### 3.3 容错控制

容错控制系统 (Fault tolerant control systems, FTCS) 的目标是保证系统在发生故障的情形下仍能完成给定任务。关于 FTCS 的设计问题,有 2 种基本的设计方法:一种是被动容错设计,另一种是主动容错设计<sup>[45]</sup>。Mariton<sup>[4]</sup>建立了具有 Markov 参数的数学模型,该模型包括 2 类随机过程:一类表示系统元件的故障状态;另一类表示故障自动检测和识别结果作用于控制器重构的过程。他在同一框架下考虑故障检测与识别和控制器的重构问题。关于这类容错系统模型的稳定性、参数不确定性、检测错误、检测延迟,执行器饱和控制和  $H_\infty$  性能分析分别由 Aberkane<sup>[46]</sup>, Mahmoud<sup>[47]</sup> 和 Shi<sup>[40]</sup> 等进行了研究。Samir<sup>[48]</sup>等运用依赖于系统参数的 Lyapunov 函数研究了该类系统的稳定性和输出反馈控制问题,给出了具有更弱保守性的均方指数稳定性条件。王子栋<sup>[49]</sup>等研究了不确定容错系统的方差约束控制问题,提出了控制器的设计方法。伍友利、方洋旺等<sup>[16]</sup>建立一类具有乘性噪声和参数不确定性的 MJLS 描述的主动容错系统模型,通过建立一个具有 LMI 约束的凸优化问题,给出最优鲁棒方差控制器的设计方法。

### 3.4 应用研究

随机跳变系统理论的应用十分广泛,本节着重介绍其在军事领域内的应用现状。吴森堂<sup>[50-51]</sup>针对现代战争干扰对抗环境中的信息对抗问题,提出了一种基于结构随机跳变系统理论的反干扰信息处理新方法;针对导弹与反导系统的攻防对抗问题,基于结构随机跳变理论,建立了反舰导弹、导弹拦截器和舰船目标三者攻防对抗体系模型,应用结构随机跳变系统滤波和控制方法,对导弹与反导系统的攻防对抗问题进行仿真分析研究,验证了结构随机跳变系统理论应用的有效性<sup>[52]</sup>。

伍友利、方洋旺等<sup>[16]</sup>在建立导弹运动模型时考虑了系统状态噪声、目标机动干扰和观测噪声等随机因素,建立了导弹运动系统随机模型,基于 Markov 跳变系统最优控制理论,利用视线角速度观测值,在目标最大机动能力条件下,设计一种自寻的最优制导律。

## 4 展望

### 4.1 相关型结构随机跳变系统的研究

相关型结构随机跳变系统,即系统结构参数和状态向量之间存在相互影响和相关的关系。对于此类系统,通常又根据状态向量对结构参数施加的影响不同分为分布式跳变系统和集中式跳变系统。目前,有关此类系统的状态估计、控制器设计等方面虽然已取得一些理论成果,但由于计算太复杂和太抽象,仅具有理论价值,与实际应用还有较大差距。另外,对于上述问题的稳定性分析和具体解析结构的控制器设计等问题还没有相关的研究结果。

### 4.2 非高斯型非线性随机跳变系统的滤波研究

关于随机跳变系统的滤波研究,目前大多针对高斯型分布的系统,而对于非高斯型系统的滤波很少涉及,此类问题更复杂,也是实际工程中必须解决的问题。

线性随机跳变系统理论发展比较成熟,理论成果和实际应用都比较多,而非线性随机跳变系统理论的研究还很不完善,在非线性和非线性随机跳变系统稳定性分析、滤波及控制器设计等方面存在非常复杂和困难的问题。然而,非线性是许多实际物理系统中普遍存在的现象。因此,非高斯、非线性是未来随机跳变系统理论的研究热点和难点。

### 4.3 基于随机跳变系统的制导与控制研究

在军事应用方面,目前对于各种飞行器采取随机机动飞行以躲避对方武器的拦截、导弹在目标机动并施放干扰的同时如何制导及控制、传感器在干扰环境下对目标的探测识别和跟踪等问题的研究还仅停留在针对简单模型进行理论分析和数字仿真阶段,与工程应用还存在较大差距,因此,建立比较接近实际的结构随机跳变系统模型,并将相关的信息处理、控制等理论应用到此模型中以解决军事上的各种武器平台的攻防对抗问题将是一个重要的研究方向。

### 4.4 网络控制研究

网络化的控制模式由于具有信息资源共享、连接线数大大减少、易于扩展、易于维护、高效率、高可靠性及灵活等优点,正成为未来控制系统的发展模式。但网络条件下信息传输中出现的网络诱导时延和数据丢包等问题为网络控制系统分析和设计带来新的挑战。目前,人们利用 Markov 跳变随机系统建立了具有多步随机传输延迟的网络控制系统的数学模型<sup>[53]</sup>,充分利用了网络诱导时滞和数据丢包的统计特性,得到了最优控制器的解析表达式,成功解决了在事件驱动模式下对这类网络控制系统无法获得其控制器解析表达式的难题。但缺点是考虑的模型简单,算法简化,与实际网络的运行情况不符。因此,在基于时滞 Markov 跳变模型的网络控制系统建模、稳定性分析和控制器设计等方面有待深入研究。

### 参考文献:

- [1] Kasovskii N N, Lidskii E A. Analytical Design of Controllers in Systems with Random Attributes[J]. Automation and Remote Control, 1961, 22: 1021 - 1025.
- [2] Sworder D D. Feedback Control of A Class of Lnear Systems with Jump Parameters[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1969, 14(2): 9 - 14.
- [3] Wonham W M. Random Differential Equations in Control Theory[J]. Probabilistic Methods in Applied Mathamatics, 1971, 2: 131 - 213.
- [4] Mariton M. Jump Linear Systems in Automatic Control[M]. New York: Marcel Dekker, 1990.
- [5] Boukas E K. Stochastic Switching Systems: Alalysis and Design[M]. Boston: Springer, 2005.
- [6] Mahmoud M S, Peng Shi. Robust Control for Markovian Jump Linear Discrete - time Systems with Unknown Nonlinearities[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems, 2002, 49(4): 538 - 542.
- [7] Sang Jin Shin, Taek Lyul Song. Input Estimation with Multiple Model for Maneuvering Target Tracking[J]. Control Engineering Practice, 2002, 10: 1385 - 1391.
- [8] Boukas E K, Liu Z K. Production and Maintenance Control for Manufacturing Systems[J]. IEEE Trans Automat Contr, 2001, 46(9): 1455 - 1460.
- [9] Zidong Wang, Lam J, Xiaohui Liu. Exponential Filtering for Uncertain Markovian Jump Time - delay Systems with Nonlinear Distrebances[J]. IEEE Trans Circuits and Systems - II: Express Briefs, 2004, 51(5): 262 - 268.
- [10] Mahmoud Magdi S, Peng Shi. Robust Kalman Filtering for Continuous Time - lag Systems with Markovian Jump Parameters[J]. IEEE Trans Circuits and Systems, 2003, 50(1): 98 - 105.
- [11] Shengyuan Xu, Tongwen Chen, James Lam. Robus  $H_{\infty}$  Filtering for Uncertain Markovian Jump Systems with Mode - dependent Time Delays[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 48(2): 205 - 211.

- [12] Blom H A P, Bar Shalom Y. The Interacting Multiple Model Algorithm for Systems with Markovian Switching Coefficients [J]. IEEE Trans Automat Contr, 1998, 43(8): 780 - 783.
- [13] 王洪强. 基于随机变结构控制的导弹制导关键技术研究[D]. 西安:空军工程大学, 2009.  
Wang Hongqiang. Research on Key Technical of Missile Guidance and Control Based on Stochastic Variable Structure Control [D]. Xi'an: Air Force Engineering University, 2009. (in Chinese)
- [14] Yang C, Bar Shalom Y, Lin C F. Discrete - time Point Process Filter for Mode Estimation [J]. IEEE Transaction Automate Control, 1992, 37(11): 1812 - 1816
- [15] Elliott R J, Dufour F, Malcolm W P. On the Performance of Gaussian Mixture Estimation Techniques for Discrete - time Jump Markov Linear Systems [C] // Proceedings of 45th IEEE Conference on Decision & Control. San Diego: IEEE Press, 2006, 314 - 319.
- [16] 伍友利. Markov 跳变系统理论及其在导弹制导中的应用研究[D]. 西安:空军工程大学, 2009.  
WU Youli. Research on Markov Jumping Systems Theory and Its Application in Missile Guidance [D]. Xi'an: Air Force Engineering University, 2009. (in Chinese)
- [17] 王洪强, 方洋旺, 伍友利, 等. 基于随机跳变最优滤波器的被动雷达距离估计算法研究[J]. 电光与控制, 2008, 15(4): 39 - 43.  
WANG Hongqiang, FANG Yangwang, WU Youli, et al. A Study of Distance Estimation Algorithm about Passiveness Radar Based on Structure Stochastic Jump Optimal Filter [J]. Electronics Optics & Control, 2008, 15(4): 39 - 43. (in Chinese)
- [18] 伍友利, 方洋旺, 王洪强. 一种新的红外系统距离估计算法研究[J]. 系统仿真学报, 2008, 20(20): 5610 - 5612.  
WU Youli, FANG Yangwang, WANG Hongqiang. A New Infrared System Distance Estimation Algorithm Research [J]. Journal of System Simulation, 2008, 20(20): 5610 - 5612. (in Chinese)
- [19] 伍友利, 方洋旺. 弹载被动系统测距算法研究[J], 系统工程与电子技术, 2009, 31(7): 1684 - 1688.  
WU Youli, FANG Yangwang. A Study of Distance Estimation Algorithm About Passiveness System on Missile [J]. Systems Engineering and Electronics, 2009, 31(7): 1684 - 1688. (in Chinese)
- [20] 高丽君. 具有 Markov 切换的跳跃系统稳定性分析[D]. 曲阜:曲阜师范大学, 2007.  
GAO Lijun. Stability Analysis on Jumping System with Markov Switch [D]. Qufu: Normal University of Qufu, 2007. (in Chinese)
- [21] Mariton M. Jump Linear Quadratic Control with Random State Discontinuities [J]. Automatic, 1987, 23(2): 237 - 240.
- [22] Feng X, Loparo K A, Ji Y, et al. Stochastic Stability Properties of Jump Linear Systems [J]. IEEE Trans Automate Control, 1992, 37(1): 38 - 45.
- [23] Fang Yuguang. A New General Sufficient Condition for Almost Sure Stability of Jump Linear Systems [J]. IEEE Transaction Automate Control, 1997, 42(3): 378 - 382.
- [24] Boukas E K, Yang H. Exponential Stabilizability of Stochastic Systems with Markovian Jumping Parameters [J]. Automatica, 1999, 35: 1437 - 1441.
- [25] Yuan C, Mao X. A Symptotic Stability in Distribution of Stochastic Differential Equations with Markovian switching [J]. Stochastic Processes Appl, 2003, 103: 277 - 291.
- [26] Luo J. Comparison Principle and Stability of Ito Stochastic Differential Delay Equations with Poisson Jump and Markovian Switching [J]. Nonlinear Analysis, 2006, 64: 253 - 262.
- [27] Griffin Byron L, Ladde G S. Qualitative Properties of Stochastic Iterative Processes under Random Structural Perturbations [J]. Mathematics and Computers in Simulation, 2004, 67: 181 - 200.
- [28] Ji Y, Chizech H J. Controllability, Stabilizability, and Continuous - time Markovian Jump Linear Quadratic Control [J]. Transaction on Automatic Control, 1990, 35(7): 777 - 788.
- [29] Manm F T, Smith H W. Design of Linear Regulator Optimal for Time - multiplied Performance Indices [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1969, 14(5): 527 - 529.
- [30] Boukas E K, Liu Z K. Suboptimal Regulators for A Jump Linear System with Time - multiplied Cost [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2001, 46(3): 301 - 305.
- [31] Oswaldo L V, Wanderlei L. Indefinite Quadratic with Linear Costs Optimal Control of Markov Jump with Multiplicative Noise Systems [J]. Automatica, 2007, 43: 587 - 597.
- [32] 邓飞其, 陈金堂, 刘永清. 多模态 Ito 随机系统的均方稳定性与鲁棒镇定 [J]. 控制理论与应用, 2000, 17(4): 569 - 572.  
DENG Feiqi, CHEN Jintang, LIU Yongqing. Mean - Square Stability and Robust Stabilization of Multi - Model Ito Stochastic System [J]. Control Theory and Application, 2000, 17(4): 569 - 572. (in Chinese)
- [33] Wang Z, Qiao H, Burham K J. On Stabilization of Bilinear Uncertain Time - delay Stochastic Systems with Markovian Jumping Parameters [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2002, 47(4): 640 - 646.
- [34] 孙敏慧, 邹云, 徐胜元. 马尔可夫切换系统的鲁棒  $H_{\infty}$  控制 [J]. 控制与决策, 2005, 20(12): 1370 - 1375.  
SUN Minhui, ZOU Yun, XU Shengyuan. Robust  $H_{\infty}$  Control for Markov Jump Linear Systems [J]. Control and Decision, 2005, 20(12): 1370 - 1375. (in Chinese)
- [35] Jiuxiang Dong, Guanghong Yang. Robust  $H_2$  Control of Continuous - time Markov Jump Linear Systems [J]. Automatica, 2008, 44: 1431 - 1436.
- [36] Boukas E K. Static Output Feedback Control for Stochastic Hybrid Systems; LMI Approach [J]. Automatica, 2006, 42: 183 - 88.
- [37] Carlos E. Robust Stability and Stabilization of Uncertain Discrete - Time Markovian Jump Linear Systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2006, 51(8): 836 - 841.

- [38] Li Li, Ugrinovskii Valery A, Robert Orsi. Decentralized Robust Control of Uncertain Markov Jump Parameter Systems via Output Feedback [J]. *Automatica*, 2007, 43: 1932 – 1944.
- [39] Shengyuan Xu, Tonwen Chen. Robust  $H_\infty$  Control for Uncertain Discrete – time Stochastic Bilinear Systems with Markovian Switching [J]. *Int J Robust control*, 2005, 15: 201 – 217.
- [40] Peng Shi, El Kebir Boukas, Sing Kiong Nguang. Optim Robust Disturbance Attenuation for Discrete – time Active Fault Tolerant Control Systems with Uncertainties [J]. *Control Appl Meth*, 2003, 24: 85 – 101.
- [41] Huaping Liu, Fuchun Sun, Daniel W C. Robust Control for Singularly Perturbed Markov Jumping Linear Systems [C]//2007 IEEE International Conference on Control and Automation. Guangzhou: IEEE Press, 2007, 830 – 834.
- [42] Zidong Wang, Fuwen Yang, Daniel W C, et al. Robust Variance – constrained  $H_\infty$  Vontrol for Stochastic Systems with Multiplicative Noises [J]. *J Math Anal Appl*, 2007, 328: 487 – 502.
- [43] Zidong Wang, Daniel W C. Output Feedback Robust Control with D – stability and Variance Constraints: Parametrization Approach [J]. *Journal of Dynamical and Control Systems*, 2005, 11(2): 263 – 280.
- [44] WU Youli, FANG Yangwang. Robust Variance – contrained Control of A Class of Stochastic Hybrid Systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2010, 36(2): 337 – 342. (in Chinese).
- [45] Patton R J, Frank P M, Clark R N. *Fault Diagnosis in Dynamic Systems: Theory and Applications* [M]. London: Prentice Hall, 1989.
- [46] Aberkane S, Ponsart J C, Sauter D. Output Feedback  $H_\infty$  Control of A Class of Stochastic Hybrid Systems with Winner Process via Convex Analysis [J]. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 2006, 2: 123 – 126.
- [47] Mahmoud M, Jiang J, Zhang Y. *Active Fault Tolerant Control Systems: Stochastic Analysis and Synthesis* [M]. Berlin: Springer Press, 2003.
- [48] Aberkane Samir, Christophe Ponsart Jean, Mickael Rodrigues, et al. Output Feedback Control of A class of Stochastic Hybrid Systems [J]. *Automatica*, 2008, 44: 1325 – 1332.
- [49] 王子栋, 孙翔, 孙金生, 等. 不确定线性系统的鲁棒容错控制设计 [J]. *航空学报*, 1996, 17(1): 112 – 115  
WANG Zidong, SUN Xiang, SUN Jinsheng, et al. Design of Robust Fault – Tolerant Control of Uncertain Linear Systems [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 1996, 17(1): 112 – 115. (in Chinese)
- [50] 吴森堂, 徐广飞, 汤勇. 基于结构随机跳变系统的反干扰信息处理方法 [J]. *北京航空航天大学学报*, 1999, 25(4): 410 – 413.  
WU Sentang, XU Guangfei, TANG Yong. Method of Anti – interference Information Processing Based on System with Random Changing Structure [J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 1999, 25(4): 410 – 413. (in Chinese)
- [51] 吴森堂, 张水祥, 张森. 非线性 Gauss – Hermite 滤波与机动目标的反干扰跟踪方法 [J]. *控制与决策*, 2002, 17(5): 559 – 562.  
WU Sentang, ZHANG Shuixiang, ZHANG Miao. Anti – interfere Tracking Method of Nonlinear Gauss – Hermite filter and Maneuvering Target [J]. *Control and Decision*, 2002, 17(5): 559 – 562. (in Chinese)
- [52] 吴森堂. 结构随机跳变系统理论及其应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2007: 221 – 229.  
WU Sentang. *Theory and Application of Systems with Random Changing Structure* [M]. Beijing: Science Press, 2007: 221 – 229. (in Chinese)
- [53] Xiao L, Hassibi A, How J P. Control with Random Communication Delay via A Discrete – Time Jump System Approach [C]//In Proceedings of American Control Conference. Chicago: [s. n.], 2000: 2199 – 2204.

(编辑: 徐敏)

## Progress of State Estimate and Control of Stochastic Jump System

FANG Yang – wang, HU Shi – guo, WU You – li, LI Rui

(Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

**Abstract:** The main theoretical and applicational results on state estimate and control theories of stochastic jump system are reviewed since it proposed, especially the last two decades. Firstly, the development status of the estimation theory of stochastic jump system (SJS) and its applications are presented on two main aspects, which are system variables estimation and system model estimation. Secondly, the applications of the lyapunov stability theory and compare theory in the research of the stabilization of SJS are concluded. Finally, the control theories of the SJS are summarized mainly on optimal control, robust control and fault – tolerant control. For the trend of recent study, The paper points out that the state estimate and control of non – gauss, nonlinear stochastic jump system and applications on offence & defence in military operations and network control will be the focus and difficulty of the after-ward study in this area.

**Key words:** stochastic jump system; state estimate; optimal control; robust control; fault tolerant control