

基于多参数轴流压缩系统的非线性流动性分析

邓 涛, 姚 宏, 张广军

(空军工程大学 理学院, 陕西 西安 710051)

摘 要:为了探索轴流压缩系统的流动机理,定性分析了多参数轴流压缩系统的非线性流动行为。基于多参数轴流压缩系统 Moore - Greitzer 简化模型,应用非线性动力学理论,分析了轴对称流动时的平衡点稳定性和 Hopf 分岔行为,以及旋转失速流动时的平衡点稳定性和分岔行为。由此,在 $\gamma - \beta$ 参数空间中划分了轴对称流动、旋转失速流动时轴流压缩系统稳定、不稳定流动区域分布图。结果表明:非线性动力学的稳定性分析方法可以简便地分析分岔参数作用下平衡点稳定性的变化情况;分岔分析方法可以准确地判断轴流压缩系统中过失速流动行为的起始时机; $\gamma - \beta$ 参数空间的压缩系统流动状态图可以定性判断轴流压缩系统流动状态。

关键词:轴流压缩系统;非线性流动;Moore - Greitzer 简化模型;稳定性;分岔;过失速

DOI:10.3969/j.issn.1009-3516.2010.02.007

中图分类号: V211.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2010)02-0029-04

喘振和旋转失速是轴流压气机系统复杂的三维非定常流动,会导致压气机性能急剧恶化,可能造成压气机叶片振动断裂等严重故障,引起发动机熄火停车,危及飞行安全。因此,在各种使用条件下,应避免压气机进入这种不稳定工作状态。Moore - Greitzer 非线性轴流压缩系统模型^[1]是描述压缩系统失速动态性能的旋转失速和喘振的统一模型,是目前低速压气机稳定性分析的主要工具之一,并已发展成多种形式^[2-4]。近年来,众多学者对该模型的动力学特性与控制策略进行了大量的研究^[5-9],而对其非线性流动性的定性研究甚少。因此,本文在文献[8]的基础上,通过定性分析轴流压缩系统简化模型的稳定性和分岔行为,揭示了压缩系统非线性流动性机理。

1 轴流压缩系统动力学模型

多参数轴流压缩系统 Moore - Greitzer 简化模型为^[7]:

$$\begin{cases} \dot{\Phi} = -\Psi + \Psi_c(\Phi) \\ \dot{\Psi} = \beta^{-2}(\Phi - \Phi_T(\Psi)) \\ \dot{R} = \sigma R(1 - R - \Phi^2) \end{cases} \quad (1)$$

式中: Ψ 为压升系数; Φ 为流量系数; R 为在压气机环面上传播的旋转波一次谐波振幅的平方; $\Psi_c(\Phi)$ 为压气机的稳态特性线,假定 $\Psi_c(\Phi) = \psi_{c0} + 1.5\Phi - 0.5\Phi^3$, 其中 ψ_{c0} 是系统的关闭压头。节流阀处的压升系数为: $\Psi = \frac{(\Phi_T + 1)^2}{\gamma}$, Φ_T 代表流经节流阀的流量系数, γ 代表节流阀处控制流量的参数。 β 参数表征转子叶片转速 U , 取值不能过大^[10]。 σ 参数主要与压气机的管道惯性长度有关。 Ψ 、 Φ 、 R 、 ψ_{c0} 、 γ 、 β 、 σ 取值皆为正。

* 收稿日期:2009-09-27

基金项目:陕西省自然科学基金资助项目(2007014)

作者简介:邓 涛(1984-),男,江西宜春人,硕士生,主要从事非线性动力学研究;E-mail:376677818@qq.com

姚 宏(1963-),女,安徽六安人,教授,博士生导师,主要从事非线性动力学研究。

2 轴流压缩系统轴对称流动时非线性流动性分析

当 $R=0$ 时,模型(1)描述了轴流压缩系统的轴对称流动情况,简化为:

$$\begin{cases} \dot{\Phi} = -\Psi + \Psi_c(\Phi) \\ \dot{\Psi} = \beta^{-2}(\Phi - \Phi_r(\Psi)) \end{cases} \quad (2)$$

设其有限远平衡点为 (φ_0, ψ_0) , 则在该点处线性化矩阵为 $\begin{bmatrix} 1.5(1-\varphi_0^2) & -1 \\ \beta^{-2} & -0.5\gamma\beta^{-2}(\varphi_0+1)^{-1} \end{bmatrix}$, 该矩阵特征方程为:

$$\lambda^2 - \left[\frac{3}{2}(1-\varphi_0^2) - \frac{\gamma}{2\beta^2(1+\varphi_0)} \right] \lambda - \frac{3\gamma(1-\varphi_0)}{4\beta^2} + \frac{1}{\beta^2} = 0 \quad (3)$$

设方程(3)的2个特征根为 $\lambda_{1,2}$, 满足 $\lambda_1 + \lambda_2 = \frac{3}{2}(1-\varphi_0^2) - \frac{\gamma}{2\beta^2(1+\varphi_0)}$, $\lambda_1\lambda_2 = \frac{4-3\gamma(1-\varphi_0)}{4\beta^2}$ 。假设 $\psi_{c,0} < 5^{[11]}$, 一般来说, $\lambda_1\lambda_2 > 0$, 平衡点稳定性取决于 $\lambda_1 + \lambda_2$ 的值。据 Hopf 分岔理论^[12]判断关于 β 参数的分岔类型: $a = \frac{1}{16} \left[3 + \frac{3\varphi_0^{-5/2}\sqrt{\gamma}}{8\beta^2} \right] > 0$, $c_1 = \frac{\gamma}{4\beta^3(1+\varphi_0)} > 0$, 在 $\beta = \beta_{cr}$ 处发生亚临界 Hopf 分岔, 极限环不稳定; 关于 γ 参数的分岔类型: a 同前, $c_2 = -1/2\beta^2(1+\varphi_0) < 0$, 在 $\gamma = \gamma_{cr}$ 处发生超临界 Hopf 分岔, 极限环不稳定。 a, c_1, c_2 的意义参见文献[12]。

给定 $\psi_{c,0} = 1.71875$, 数值仿真 $\lambda_1 + \lambda_2 = 0$, 得到图1($\gamma_c = 1.47$)。 $\lambda_1 + \lambda_2 < 0$, 对应图中稳定流动参数区域 B , 表示实际轴流压缩系统的稳定轴对称流动; $\lambda_1 + \lambda_2 > 0$, 对应图中不稳定流动参数区域 A 。轴对称流动时, 这种不稳定流动会引起压缩系统喘振, 这种情况称为“深度喘振”^[6]。图中曲线表示轴流压缩系统发生“深度喘振”的临界状态。由图可知: $\beta_{cr} < \beta < \beta_{cr1}$, 轴对称平衡点随 γ 增大发生2次超临界 Hopf 分岔; $\beta_{cr1} < \beta$, 轴对称平衡点随 γ 增大发生1次超临界 Hopf 分岔; $\beta < \beta_{cr}$, 轴对称平衡点随 γ 增大无分岔现象; 给定 γ 值, 轴对称平衡点随 β 增大发生1次亚临界 Hopf 分岔。

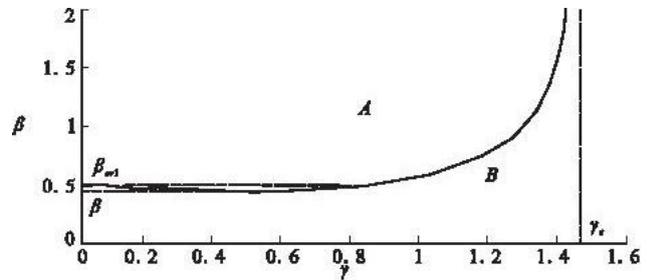


图1 当 $R=0, \psi_{c,0} = 1.71875$ 时

$\gamma - \beta$ 参数空间流动状态图

Fig. 1 Compressor flow status in $\gamma - \beta$ phase plane when $R=0, \psi_{c,0} = 1.71875$

3 轴流压缩系统旋转失速时非线性流动性分析

当 $R = 1 - \Phi^2$ ($|\phi| < 1$) 时,模型(1)描述轴流压缩系统旋转失速流动情况。此时,设模型(1)的有限远平衡点为 (ϕ, Ψ_0, R_0) , 则在平衡点处线性化矩阵为:

$$\begin{bmatrix} -1.5(1-\phi^2) & -1 & -3\phi \\ \beta^{-2} & -0.5\gamma\beta^{-2}(1+\phi)^{-1} & 0 \\ -2\sigma(1-\phi^2)\phi & 0 & -\sigma(1-\phi^2) \end{bmatrix}$$

其特征方程为:

$$\lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3 = 0 \quad (4)$$

式中: $a_1 = \sigma(1-\phi^2) + 1.5(1-\phi^2) + 0.5\gamma\beta^{-2}(1+\phi)^{-1}$;

$a_2 = \sigma(1-\phi^2)[1.5(1-\phi^2) + 0.5\gamma\beta^{-2}(1+\phi)^{-1}] + 0.25(3\gamma(1-\phi) + 4)\beta^{-2} - 6\sigma(1-\phi^2)\phi^2$;

$a_3 = \sigma(1-\phi^2)\beta^{-2}[0.25(3\gamma(1-\phi) + 4) - 3\gamma\phi^2(1+\phi)^{-1}]$ 。

经过计算可得特征方程(4)单实根与多实根的分界方程:

$$C = 12a_2^3 - 3a_2^2 a_1^2 - 54a_1 a_2 a_3 + 81a_3^2 + 12a_1^3 a_3 \quad (5)$$

由 Routh - Hurwitz 判据,系统平衡点处稳定的条件是: $a_1 > 0, a_2 > 0, a_3 > 0, a_4 = a_1 a_2 - a_3 > 0$ ^[13]。显然, $a_1 > 0$ 。为便于分析,取 $\psi_{c0} = 1.71875, \sigma = 4$ 进行数值仿真。经过计算随 γ 变大时模型(1)连续性变化的 3 个平衡点值,可知:一个平衡点恒满足 $\phi < 0$,无物理意义;一个平衡点恒满足 $a_3 < 0$,不稳定;一个平衡点恒满足 $a_3 > 0$ 。分析最后一个平衡点,数值仿真出 $a_2 = 0, a_4 = 0, C = 0$ 在 $\gamma - \beta$ 参数空间的相应曲线,见图 2。图中 $C = 0$,对应粗黑点曲线;其下方对应 $C > 0, L$ 只有一个实特征根;其上方对应 $C < 0$,此时 L 有 3 个实特征根。 $a_2 = 0$,对应虚曲线, $a_2 > 0$ 对应两虚曲线之间区域, $a_2 < 0$ 对应两虚曲线外区域; $a_4 = 0$ 对间断点曲线, $a_4 > 0$ 对应两间断点曲线之间区域, $a_4 < 0$ 对应两间断点曲线之外区域。由此,可以确定旋转失速不稳定流动参数区域 A、Y、Z,剩下的区域为旋转失速稳定流动参数区域。轴不对称流动时,这种不稳定流动会引起压缩系统喘振,即“经典型喘振”^[7]。

现有研究已知: $\gamma = \gamma_s$ 处发生鞍结分岔, $\gamma = \gamma_c$ 处发生叉形分岔^[7]。分析图 2($\gamma_c = 1.47, \gamma_s = 1.91$),把 β 参数空间分为 3 个部分, $\beta < \beta_1, \beta_1 < \beta < \beta_2, \beta_2 < \beta$ 。当 $\beta < \beta_1$,存在临界值 β_{11} ^[7]。当 $\beta < \beta_{11}$,旋转失速平衡点随 γ 连续性变大时无 Hopf 分岔现象,在 $\gamma = \gamma_s$ 处出现鞍结分岔,轴流压缩系统在 $0 < \gamma < \gamma_s$ 区间为稳定的旋转失速流动。当 $\beta_{11} < \beta < \beta_1$,旋转失速平衡点随 γ 从小连续性变大时存在 $\gamma = \gamma_a$,发生亚临界 Hopf 分岔后变得不稳定。当 $\beta_1 < \beta < \beta_2$,旋转失速平衡点随 γ 从小连续性变大时历经 $a_4 = a; a_2 = 0$ 后,进入稳定区,此时发生亚临界 Hopf 分岔,产生了不稳定的极限环;继续增大进入不稳定区,此时发生超临界 Hopf 分岔,产生了稳定的极限环。当 $\beta_2 < \beta$,旋转失速平衡点随 γ 连续性变大历经 $a_4 = 0, a_2 = 0$ 后,平衡点处产生了不稳定极限环,此时发生亚临界 Hopf 分岔; γ 继续增大至 $\gamma = \gamma_s$ 处,发生鞍结分岔。

结合 2、3 节的分析结果,可以在 $\gamma - \beta$ 参数空间中进行压缩系统流动状态预测。根据流动行为的不同,在图 2 中划分出 A - W 17 个区域。这些区域的流动状态如下:A:深度喘振和经典型喘振均有可能;B、C、D、E、F、G:旋转失速流动和深度喘振均有可能;H、I、J:旋转失速流动;K、M、N、X:稳定的轴对称流动和旋转失速流动均有可能;Y、Z:稳定的轴对称流动和经典型喘振均有可能;W:稳定的轴对称流动。

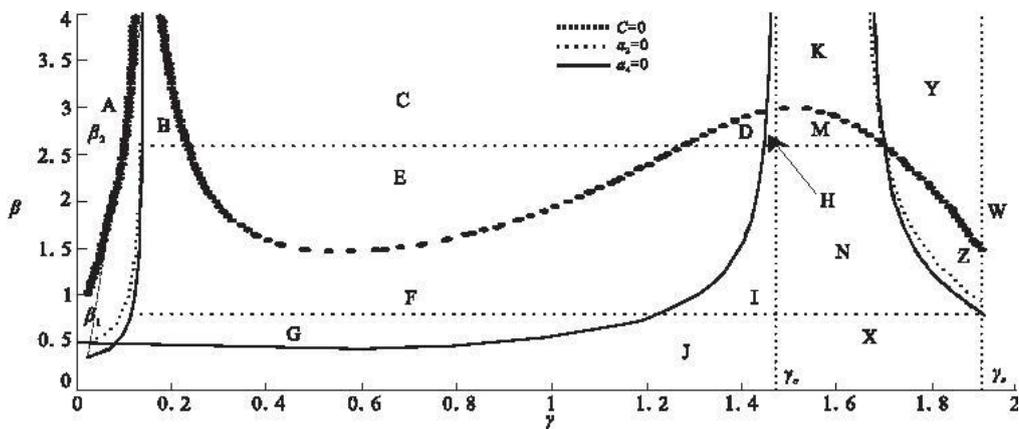


图 2 当 $\psi_{c0} = 1.71875, \sigma = 4$ 时, $\gamma - \beta$ 参数空间的压缩系统流动状态图

Fig. 2 Compressor flow status in $\gamma - \beta$ parametric space when $\psi_{c0} = 1.71875, \sigma = 4$

4 结论

在多参数 Moore - Greitzer 简化模型的基础上,分析了轴流压缩系统轴对称流动时的平衡点稳定性和 Hopf 分岔行为,以及旋转失速流动时平衡点随参数变化的稳定性变化情况和分岔行为。根据分析结果,在 $\gamma - \beta$ 参数空间中划分了不同的流动状态区域。在该图基础上,可以根据分岔参数的匹配,对轴流压缩系统的非线性流动状态作简便的预测。这有助于解释压缩系统中出现的现象,预测、控制不稳定现象。

参考文献:

[1] Moore F K. A Theory of Post - stall Transients in Axial Compression Systems, Part I & Part II[J]. ASME J of Engineering for Gas Turbines and Power, 1986, 108:68 - 97.
 [2] Fink D A, Cumpsty N A, Greitzer E M. Surge Dynamics in A free - spool Centrifugal Compressor System[J]. Turbomachinery, 1992, 114:321 - 332.

- [3] 王云辉,刘敏,孙聿峰,等. 湿压缩对压缩系统失速后瞬态响应的影响分析[J]. 热能动力工程, 2003, 18(1):67-70.
WANG Yunhui, LIU Min, SUN Yufeng, et al. An Analysis of the Influence of Wet Compressor on the Post-stall Transient Response of A Compression System[J]. Journal of Engineering for Thermal Energy and Power, 2003, 18(1):67-70. (in Chinese)
- [4] Birnir Björn, Hou Songming, Wellander Niklas. Derivation of the Viscous Moore-greitzer Equation for Aeroengine Flow[J]. Journal of Mathematical Physics, 2007, 48:065209.
- [5] Hos C, Champneys A, Kullmann L. Bifurcation Analysis of Surge and Rotating Stall in the Moore-greitzer Compression System [R]. Budapest: Budapest University of Technology and Economics, 2002.
- [6] 陈策,李军. 基于 B 参数的轴流压气机过失速稳定性分析[J]. 航空动力学报, 2004, 19(5):678-683.
CHEN Ce, LI Jun. Stability Analysis of Axial-flow Compressor Post-stall Transients Based on Parameter B [J]. Journal of Aerospace Power, 2004, 19(5):678-683. (in Chinese)
- [7] 陈策,聂超群,李军. 轴流压气机过失速的非线性动力学分析[J]. 航空动力学报, 2007, 22(9):1461-1467.
CHEN Ce, NIE Chaoqun, LI Jun. Nonlinear Dynamic Analysis on Post-stall Transients of Axial-flow Compressor [J]. Journal of Aerospace Power, 2007, 22(9):1461-1467. (in Chinese)
- [8] 姚宏,邓涛,张广军. 非线性航空压气机系统全局稳定域[J]. 空军工程大学学报:自然科学版, 2009, 10(1):1-4.
YAO Hong, DENG Tao, ZHANG Guangjun. Global Stable Region Analysis to Nonlinear Axial Flow Compressor [J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2009, 10(1):1-4. (in Chinese)
- [9] 王健,李应红,张东方,等. 基于分岔理论的轴流式压气机旋转失速主动控制技术[J]. 航空动力学报, 2007, 22(7):1179-1183.
WANG Jian, LI Yinghong, ZHANG Dongfang, et al. Investigation on Active Control of Rotating Stall in Axial Flow Compressors via Bifurcation Theory [J]. Journal of Aerospace Power, 2007, 22(7):1179-1183. (in Chinese)
- [10] Guoxiang Gu, Andrew Sparks. Modal Analysis for Axial Flow Compressors via the Projection Method [C] // Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision & Control. Florida: IEEE Press, 1998:2552-2556.
- [11] Guoxiang Gu, Andrew Sparks, Banda Siva S. An Overview of Rotating Stall and Surge Control for axial Flow Compressor [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 1999, 7(6):639-647.
- [12] 张琪昌,王洪礼,竺致文,等. 分岔与混沌理论及应用[M]. 天津:天津大学出版社, 2005.
ZHANG Qichang, WANG Hongli, ZHU Zhiwen, et al. Bifurcation and Chaos [M]. Tianjin: Tianjin University Press, 2005. (in Chinese)
- [13] 陆启韶. 常微分方程的定性方法与分叉[M]. 北京:北京航空航天大学出版社, 1989.
LU Qishao. Qualitative Methods and Bifurcation of Ordinary Differential Equations [M]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press, 1989. (in Chinese)

(编辑:徐敏)

The Analysis of Nonlinear Flow Characteristics Based on the Multiparameter Model of Axial-flow Compressor

DENG Tao, YAO Hong, ZHANG Guang-jun

(Science Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract: In order to probe into the flow mechanism in the axial-flow compressor, the nonlinear flow characteristics of the axial-flow compressor are qualitatively analyzed in this paper. Based on the multiparameter Moore-Greitzer brief model in compression systems, both stability and bifurcation of system equilibriums under bifurcation parameters can be achieved conveniently by applying the nonlinear dynamic theory. According to the analysis, the sketch maps for steady and unsteady flow of compressor are plotted in the bifurcation parameters space in both the symmetrical and asymmetrical flow states. The results show that the nonlinear bifurcation analysis can accurately capture typical post-stall transients under bifurcation parameters. In addition, the stability analysis can be easily used for analyzing the change of stability of system equilibriums. The sketch map can be used in determining the state of axial compressor qualitatively.

Key words: axial-flow compressor; the nonlinear flow characteristics; Moore-Greitzer brief model; stability; bifurcation; post-stall