

迎头抢攻飞行轨迹数学建模及评估

姚佩阳, 薛艺莉, 王冬旭

(空军工程大学 电讯工程学院, 陕西 西安 710077)

摘要:为提升飞行员空战对抗训练水平,提出了对迎头抢攻空战训练建模评估。通过对迎头抢攻空战战术基本过程进行分解,建立了迎头抢攻空战战术飞行轨迹数学模型,确定了迎头抢攻空战战术的理想飞行轨迹。利用灰色关联度分析,根据实际轨迹与理想轨迹相似性,对迎头抢攻空战战术飞行轨迹进行评估。结合迎头抢攻战术在关键时刻对飞机轨迹的特定要求,综合得到飞行轨迹评估结果。案例验证该方法符合实际,可以有效反映航空兵空战训练对飞行轨迹的战术要求。

关键词:双机空战;飞行轨迹;数学建模;效能评估

DOI:10.3969/j.issn.1009-3516.2010.02.002

中图分类号: TP391.9;E926.3 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-3516(2010)02-0006-05

中、远距空战已经成为现代战斗机空战的主要样式^[1]。迎头抢攻是中、远距空战中最常用的先敌攻击空战战术^[2]。空战对抗训练是提高飞行员作战水平的有效手段,因此需要对其进行建模评估。空战评估包括飞机的飞行状态、飞行轨迹和武器发射时机等很多方面,本文针对迎头抢攻进行飞行轨迹评估。

1 迎头抢攻空战描述

中、远距空战迎头抢攻的表述见图 1。其基本过程是:利用载机的大速度和正高度差使载机导弹的迎头最大攻击距离大于对方,先敌截获目标并发射导弹;发射导弹后载机降低飞行速度以增加到达对方导弹最大攻击距离的时间,载机在对导弹进行制导的同时还应及时机动,以防止敌机载雷达的稳定跟踪;在到达对方导弹的最大攻击距离前完成制导,同时使航向偏转到敌机载雷达的投影比盲区角度范围内;在航向偏转出投影比盲区角度范围时确保载机与目标的距离大于目标最大尾后攻击距离。

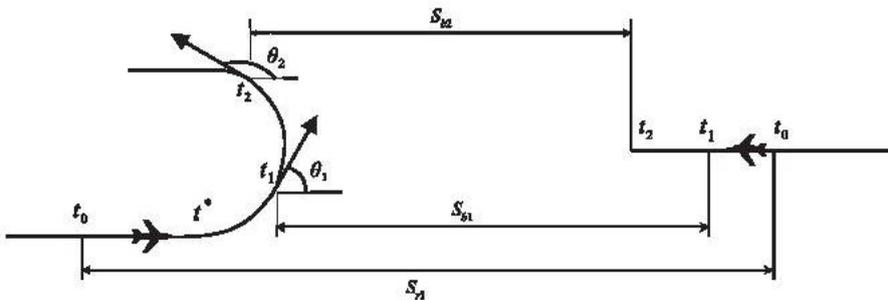


图 1 迎头抢攻战术示意图

Fig. 1 The sketch map of head-on assault tactics

* 收稿日期:2009-09-08

基金项目:国防预研基金资助项目(9140A06070307)

作者简介:姚佩阳(1962-)男,陕西西安人,教授,博士生导师,主要从事指挥信息系统、作战指挥、数据链研究。

E-mail:lijianfeng_83@sohu.com

2 迎头抢攻空战飞行轨迹数学模型

假设:我方攻击导弹为主动寻的制导中距空空导弹,在到达 t_1 时刻前已经完成对己方导弹制导;敌机导弹迎头最大攻击距离 S_{b1} 和导弹尾后最大攻击距离 S_{b2} 为常数;导弹的飞行速度 v_m 和敌机的飞行速度 v_b 为常数;飞机进行匀速转弯, r 为飞机最小转弯半径。

定义两机之间的距离为:

$$d(t) = \sqrt{(x_r(t) - x_b(t))^2 + (y_r(t) - y_b(t))^2 + (z_r(t) - z_b(t))^2} \quad (1)$$

敌我双方投影比盲区的范围为^[3]: $v_b \cos\theta \leq 210 \text{ m}$

根据图 1 可得如下关系:

$$t_e = t_1 - t_0; \quad \theta_1 = \int_{t^*}^{t_1} \frac{v_r}{r} dt; \quad \theta_2 - \theta_1 = \int_{t_1}^{t_2} \frac{v_r}{r} dt \quad (2)$$

式中: θ_1 为机载雷达投影比盲区的下边界角度, θ_2 为上边界角度; t_0 为载机进入攻击位置发射导弹的时刻; t_e 为导弹发射后所需的制导时间; t^* 为载机转弯时刻; t_1 为完成导弹制导同时使载机航向偏转到 θ_1 的时刻, t_2 为载机航向偏转到 θ_2 的时刻。

由空战战术要求可以得到如下距离关系:

$$d(t_0) = S_{r1} \geq S_{r1}^l; \quad d(t_1) \geq S_{b1}; \quad d(t_2) \geq S_{b2} \quad (3)$$

式中: S_{r1} 为载机导弹迎头最大攻击距离; S_{r1}^l 为载机完成战术动作所需导弹迎头最大攻击距离最小限度值; S_{b1} 为敌机导弹迎头最大攻击距离, S_{b2} 为敌机导弹尾后最大攻击距离。

2.1 载机进入速度 v_r 和高度差 Δh 求解

当导弹的可到达区域和双方之间运动状态确定时,导弹固有最大攻击距离为常数^[4-7]。 S_{r1} 与载机速度 v_r 和高度差 Δh 之间的关系为:

$$S_{r1} = S_1 + S_1 v_r / v_m + \sqrt{2\Delta h / g} (v_m + v_r) \quad (4)$$

式中 S_1 为导弹固有最大发射距离,其制导时间 $t_e = S_{r1} / v_m$ (5)

设转弯的时刻为 t^* ,则有:

$$t_1 - t^* = \theta_1 r / v_r \quad (6)$$

由图 1 可以得到如下表达式:

$$S_{r1} = r \sin\theta_1 + v_r (t^* - t_0) + S_{b1} + v_b (t_1 - t_0) \quad (7)$$

联立式(2)、式(5)、式(6)和式(7)可以得到:

$$t_e = (r \sin\theta_1 - \theta_1 r + S_{b1}) / (v_m - v_b - v_r); \quad S_{r1} = r \sin\theta_1 - \theta_1 r + (v_r + v_b) t_e + S_{b1} \quad (8)$$

取 v_r 为最小允许速度, r 为最小转弯半径,可以得到 S_{r1}^l , 并由此可以确定 v_r 和 Δh 。

2.2 时刻 t_1 和 t_2 的求解

根据 v_r 和 Δh , 由式(4)和式(5)分别计算出 S_{r1} 和 t_e , 进而由式(2)求出 t_1 。

假设飞机进行匀速圆周转弯,根据图 1 可以得到如下关系。取 r 为最小转弯半径,可以求得 t_2 的值:

$$(t_2 - t_1) v_b + S_{b2} = S_{b1} + r \sin\theta_1 - r \sin(\pi - \theta_2) \quad (9)$$

3 迎头抢攻空战飞行轨迹的评估方法

综合上述关于空战过程的数学建模,首先确定已知条件下飞机的理想飞行轨迹,然后通过各个时刻实际飞行轨迹和理想轨迹的相对关系进行评估。由于空战战术在若干关键时刻对飞机位置有特殊的要求,需要对其进行专门评估。因此,先对大多数时刻位置进行灰色关联分析,再根据战术要求对每个关键时刻位置进行专门评估的方法。下面介绍该评估方法。

3.1 灰色关联度分析

灰色关联度分析是系统态势的量化比较分析,其实质就是比较若干数列所构成的曲线列与理想(标准)数列所构成的曲线几何形状的接近程度,几何形状越接近,其关联度越大。因此可以利用它对空战中的飞行

轨迹进行评估,其越接近理想飞行轨迹,其关联度就越大。

设参考序列为 $x_0 = \{x_0(k) | k = 1, 2, \dots, n\}$, 比较序列为 $x_i = \{x_i(k) | k = 1, 2, \dots, n\}$, $i = 1, 2, \dots, m$, 则灰色关联系数定义为^[6]下式,其中 ζ 称为分辨系数。

$$\xi_i(k) = \frac{\min_i \min_k |x_0(k) - x_i(k)| + \zeta \max_i \max_k |x_0(k) - x_i(k)|}{|x_0(k) - x_i(k)| + \zeta \max_i \max_k |x_0(k) - x_i(k)|} \quad (10)$$

3.2 对关键时刻位置的评估

根据战术要求对迎头抢攻3个关键时刻位置进行专门评估。

3.2.1 对进入的速度和高度差的评估

已知目标速度 v_0, v_r 取最小允许速度,求得 S_{r1}^1 。再取高度差 $\Delta h, v_r$ 为载机实际速度,通过式(4)计算出 S_{r1} 。若 $S_{r1} \geq S_{r1}^1$,判定为载机的进入速度和高度差符合要求;若 $S_{r1} < S_{r1}^1$,判定为不符合要求。

根据 t_0 时刻飞机实际位置到理想位置的距离建立函数关系,并把相应的函数值作为 t_0 时刻飞机实际位置的得分。取正态曲线 $N(0, \sigma_1)$ 作为飞机 t_0 时刻理想相对距离的评分函数,将其归一化除以最大值得:

$$\xi_i(t_0) = \begin{cases} \exp\left\{-\frac{1}{2} \frac{(\Delta S_i(t_0))^2}{\sigma_1^2}\right\} & , S_{r1} < S_{r1}^1 \\ 1 & , S_{r1} \geq S_{r1}^1 \end{cases} \quad (11)$$

式中 $\Delta S_i(t_0) = |S_{r1}^1(t_0) - S_{r1}(t_0)|$ 。正态分布 $N(0, \sigma_1)$ 中的 σ_1 取值应根据具体情况确定。

3.2.2 对 t_1 时刻飞机位置的评估

根据图1所示 t_1 时刻飞机理想相对距离为 S_{b1} 。当 $d(t_1) \leq S_{b1}$ 时,载机进入敌导弹迎头最大攻击范围,严重威胁到载机的安全,应被视为击中,所以评估函数曲线前半段斜率应较大;当若 $d(t_1) > S_{b1}$ 时,缩短了载机对导弹的制导时间,影响导弹命中精度,但对载机安全影响不大,因此评估函数曲线后半段斜率较小。

根据上述分析,爱尔兰分布(见图2)比较适合作为飞机在 t_1 时刻理想相对位置的评分函数,其最大值为 $\frac{\mu k (k-1)^{k-1}}{(k-1)!} e^{-(k-1)}$ 。将其除以最大值归一化得到评分函数表达式如下:

$$\xi_i(t_1) = \begin{cases} 0 & , d(t_1) \leq S_{b1} - \frac{(k-1)}{\mu k} \\ \frac{\left(\mu k \left(\Delta S_i(t_1) + \frac{(k-1)}{\mu k}\right)\right)^{k-1}}{(k-1)^{k-1}} \exp\left\{-\mu k \left(\Delta S_i(t_1) + \frac{(k-1)}{\mu k}\right) + (k-1)\right\} & , d(t_1) > S_{b1} - \frac{(k-1)}{\mu k} \end{cases} \quad (12)$$

式中 $\Delta S_i(t_1) = d(t_1) - S_{b1}$ 。当 $d(t_1) \leq S_{b1} - \frac{(k-1)}{\mu k}$ 时,载机被视为击中。

3.2.3 对 t_2 时刻飞机位置的评估

如图1所示, t_2 时刻飞机理想相对距离为 S_{b2} 。当 $d(t_2) \leq S_{b2}$ 时,载机进入敌导弹尾后最大攻击范围;当 $d(t_2) > S_{b2}$ 时,对飞机攻击行动无影响,载机安全。

根据上述分析取正态曲线 $N(0, \sigma_2)$ 作为在 t_2 时刻飞机实际位置到理想位置相对距离的函数关系。将函数除以最大值归一化得到如下评分函数表达式:

$$\xi_i(t_2) = \begin{cases} \exp\left\{-\frac{1}{2} \frac{(\Delta S_i(t_2))^2}{\sigma_2^2}\right\} & , d(t_2) \leq S_{b2} \\ 1 & , d(t_2) > S_{b2} \end{cases} \quad (13)$$

式中 $\Delta S_i(t_2) = |S_{b2} - d(t_2)|$ 。正态分布 $N(0, \sigma_2)$ 中的 σ_2 取值应根据具体情况确定。

3.3 灰色综合评判

灰色综合评判主要依据以下模型: $R = EW$ 。 $R = [r_1, r_2, \dots, r_m]^T$ 为 m 个被评对象的综合评判结果向量,

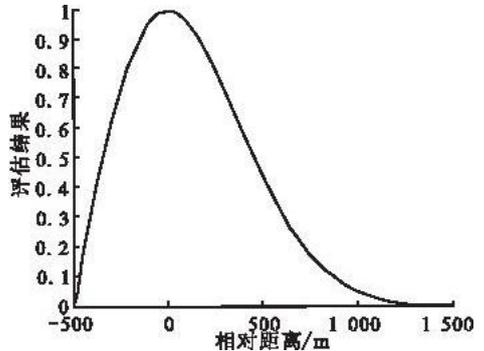


图2 爱尔兰分布曲线示意图

Fig.2 Irish distribution curve diagram

$\mathbf{W} = [w_1, w_2, \dots, w_n]^T$ 为 n 个评估指标的权重分配向量, 其中 $\sum_{j=1}^n w_j = 1$; \mathbf{E} 为各指标的评判矩阵^[6]:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \xi_1(1) & \dots & \xi_1(n) \\ \dots & & \dots \\ \xi_m(1) & \dots & \xi_m(n) \end{bmatrix} \quad (14)$$

式中 $\xi_i(k)$ 为第 i 种方案第 k 个指标与第 k 个最优指标的关系系数。根据 \mathbf{R} 的数值进行评估。

4 案例评估及结果分析

假设空战过程条件如下: 敌机速度 $v_b = 250$ m/s, 载机速度 $v_r = 420$ m/s, 载机最小允许速度 $v_r = 150$ m/s, 两机高度差 $\Delta h = 1\ 000$ m, 载机导弹固有迎头最大攻击距离 $S_1 = 35$ km, $S_{b1} = 35$ km, $S_{b2} = 20$ km, 导弹的飞行速度 $v_m = 1\ 400$ m/s, 载机最小转弯半径 $r = 2\ 500$ m。图3为空战过程的飞行轨迹。

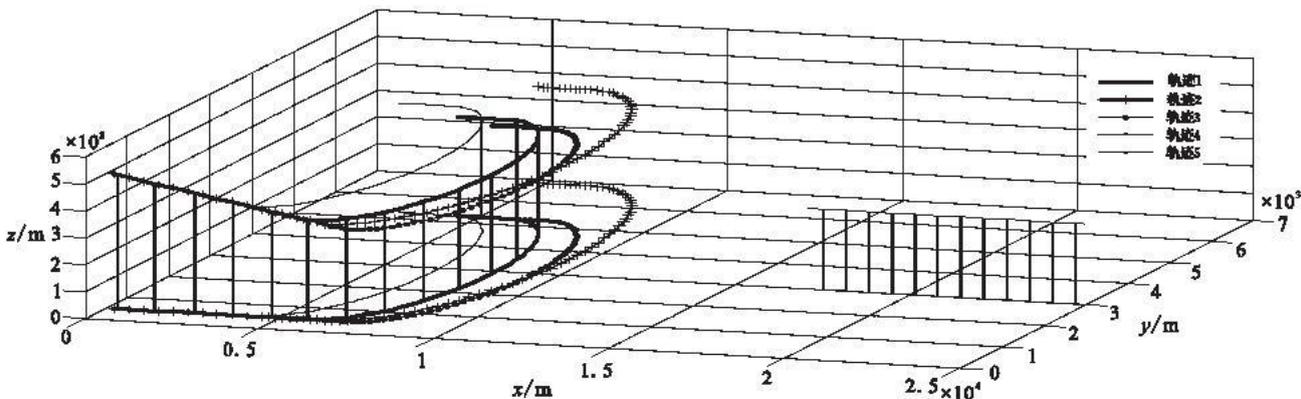


图3 模拟空战飞行轨迹

Fig. 3 Simulation trajectory

轨迹1是通过条件得出的理想飞行轨迹; 轨迹5为敌机飞行轨迹; 轨迹2-轨迹4为载机不同情况的实际轨迹。情况1(轨迹2): t_0 时刻载机速度为 $v_r = 420$ m/s, 减速到 t_1 时刻实施转弯, 轨迹线速度 $v_r = 200$ m/s, 角速度 $\omega_r = 6.28$ rad/s; 情况2(轨迹3)中, t_0 时刻载机速度不变, 减速到 $t_1 + 4$ s时刻转弯, 线速度 $v_r = 150$ m/s, 角速度 $\omega_r = 6.28$ rad/s; 情况3(轨迹4)中: t_0 时刻载机进入速度 $v_r = 420$ m/s, 经减速到 $t_1 - 4$ s时刻转弯, 此时转弯线速度 $v_r = 150$ m/s, 角速度 $\omega_r = 6.28$ rad/s。

取灰色关联系数的分辨系数 $\zeta = 0.5$, 3个时刻评估函数中正态分布曲线为 $N(0, 1\ 000)$, 爱尔兰分布曲线参数 $k = 2$, $\mu = 0.000\ 4$ 。由空战模型可以计算得到最小限度的载机迎头最大攻击距离 $S_{r1}^1 = 48\ 347$ m; 载机完成转弯角度 θ_1 进入雷达盲区的时刻 $t_1 = 47.3$ s, 完成转弯角度 θ_2 出雷达盲区的时刻 $t_2 = 107.3$ s。

根据 t_0 、 t_1 、 t_2 时刻评估函数的计算公式可以得到评估结果, 见表1。

表1 各轨迹关键时刻的评估值

Tab. 1 Evaluation of critical moment

	t_0 时刻	t_1 时刻	t_2 时刻
轨迹2	1	0	0.269 2
轨迹3	1	0.237 1	0.558 1
轨迹4	1	0.642 5	1

取权重分配向量 $\mathbf{W} = [w_1, w_2, \dots, w_n]^T$ 中 $w(t_0) = 0.2$, $w(t_1) = 0.3$, $w(t_2) = 0.2$, 其它时刻的权重值为 $w_i = 0.3/n$, n 为剩余时刻个数, 则加权后的评估结果分别为 0.462 8, 0.535 8, 0.709 4。

从评估结果可以看出, 根据所建立的评估方法, 轨迹2得分最低, 轨迹3得分最高。图3说明其与实际的空战效果相同, 即评估方法符合实际。

5 结束语

本文通过分析迎头抢攻空战战术要求建立理想轨迹求解模型, 得到理想飞行轨迹, 并利用灰色关联度方

法计算理想轨迹与实际轨迹之间的相似度,并结合重点时刻的专门评估,得出迎头抢攻的最终评估结果。该分析方法经案例分析证明符合实际。

空战过程包括很多方面,本文只进行了针对飞行轨迹的相关评估。下一步研究将结合各个方面进行综合评估,使空战过程评估更加全面,有效提高航空兵部队战斗力。

参考文献:

- [1] 朱宝鏊,朱荣昌,熊笑非. 作战飞机效能评估[M]. 北京:航空工业出版社,2006:128-149.
ZHU Baoliu, ZHU Rongchang, XIONG Xiaofei. Performance Evaluation of Combat Aircraft [M]. Beijing: Aviation Industry Press, 2006:128-149. (in Chinese)
- [2] 徐浩军,魏贤智,华玉光. 作战航空综合体及其效能[M]. 北京:国防工业出版社,2006:80-119.
XU Haojun, WEI Xianzhi, HUA Yuguang. Combat Aviation Complexes and Their Performance [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2006:80-119. (in Chinese)
- [3] 李正国,张义瑚,滕仪奎,等. 苏二七飞机分队战术[M]. 北京:空军指挥学院,2004:126-128.
LI Zhengguo, ZHANG Yihu, TENG Yikui, et al. Su-27 Tactical [M]. Beijing: Air Force Command College, 2004:126-128. (in Chinese)
- [4] 杨晓红,姜玉宪. 远程空空导弹发射问题的研究[J]. 电光与控制,2005,12(1):12-17.
YANG Xiaohong, JIANG Yuxian. Study on Launching of Long-range Air-to-air Missile [J]. Electronics Optics & Control, 2005,12(1):12-17. (in Chinese)
- [5] 谢希权,李伟仁. 单机多目标攻击逻辑的对策型决策[J]. 系统工程与电子技术,2000,22(17):28-31.
XIE Xiquan, LI Weiren. Game Form Decision for Air Combat Logic of Multi-target Attack System [J]. Systems Engineering and Electronics, 2000,22(17):28-31. (in Chinese)
- [6] Allen Patrick D. Air Combat Model Engagement and Attrition Processes High Level Design[R]. Santa Monica:RAND Corporation, 1993.
- [7] Gaines Stockton R, Naslund Willard E, Strauch Ralph. Combat Operations Decision Making in Tactical Air Command and Control [R]. Santa Monica:RAND Corporation, 1980.
- [8] 杜栋,庞庆华,吴炎. 现代综合评估方法与案例精选[M]. 北京:清华大学出版社,2008:111-139.
DU Dong, PANG Qinghua, WU Yan. Modern Integrated Assessment Methods and Case Selection [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2008:111-139. (in Chinese)

(编辑:徐敏)

Research on Aviation Track Model and Efficiency Evaluating Method for Head-on Assault

YAO Pei-yang, XUE Yi-li, WANG Dong-xu

(Telecommunication Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

Abstract: For the purpose of improving the training level of one to one air combat and effect of aviation combat, an evaluation of head-on assault tactics in air combat by mathematic modeling is advanced. Via analyzing and decomposing the basic process of head-on assault tactics in air combat, the mathematic model of head-on assault tactics aviation track of air combat is built up and the optimization aviation track of head-on assault tactics in air combat is defined. Using the analysis of grey relation analysis, based on the similarity of the practical aviation track and the optimization aviation track, and integrating the specific requirement of head-on assault tactics for aviation track at critical moment, the evaluation of aviation track of head-on assault tactics in air combat is gained. This method is verified by an example, the result shows that the method can reflect the tactic requirement for the aviation track effectively in the training of air combat and corresponds to reality.

Key words: air combat of two fighters; aviation track; mathematic modelling; efficiency evaluation