## 基于关机点状态的战术弹道导弹落点估计

刘仁,王爱华,郭桂治1

(1. 空军工程大学 导弹学院,陕西 三原 713800;2. 93436 部队,北京 102604)

摘 要:如何准确快速地预报 TBM 的落点是反 TBM 部署以及提高拦截概率的关键步骤。首先介绍了反导作战中的常用坐标系;在适当假设的前提下,建立了基于关机点状态的弹道导弹落点估计数学模型,模型简单、精确,克服了现有估计方法的弊端;并对落点估计误差用概率圆的方法进行了分析。利用所构建的模型进行了 Monte Carlo 仿真,从仿真结果看出:仿真所得出的TBM 落点估计值与真实值之间存在偏差,这主要是由于模型误差以及再入段没有考虑大气阻力影响等原因造成的,但偏差量较小,说明了该模型具有很好的可靠性及实用性,对 TBM 落点估计具有一定的实际意义。

关键词: 反导:关机点:落点估计

**DOI**:10. 3969/j. issn. 1009 – 3516. 2010. 01. 007

中图分类号: TP391.1 文献标识码:A 文章编号:1009-3516(2010)01-0027-04

战术弹道导弹(Tactical Ballistic Missile,TBM)具有射程远、再入速度快、精度高、雷达散射截面小(低于 0.1 m²)等特点,被探测发现的概率小,成功拦截概率低。为了有效防御战术弹道导弹攻击,当今世界各国都十分注重发展弹道导弹防御技术。能够有效地预警是反战术弹道导弹的前提和基础,对于预警系统而言,准确快速地预报 TBM 的落点是反 TBM 部署以及提高拦截概率的关键步骤<sup>[1-2]</sup>。

目前,对弹道导弹落点的计算通常是直接利用椭圆参数<sup>[3]</sup>,计算量大而且结果较粗糙;或者充分考虑大气密度的影响,使计算复杂度大大增加。本文在适当假设前提下,建立了对弹道导弹落点估计的数学模型,模型比考虑大气密度简单。

### 1 常用坐标系

- 1)发射坐标系 $(o_f x_f y_f z_f)^{[3-4]}$ 。坐标原点  $o_f$  位于导弹发射点 $,o_f y_f$  轴沿地心到发射点的连线指向外 $,o_f x_f$  轴沿发射点地面切线指向瞄准方向 $,o_f z_f$  垂直于另外两轴并与它们构成随地球旋转的右手直角坐标系。
- 2)地心大地直角坐标系(ECF) $(o_d x_d y_d z_d)^{[3-4]}$ 。坐标原点位于地球中心 $o_d$ , $o_d z_d$  轴沿地球自转轴指向北极, $o_d x_d$  轴指向 0°经线与赤道之交点, $o_d y_d$  轴指向东经 90°经线与赤道之交点,构成随地球转动的右手直角坐标系。
- 3) 地心惯性坐标系(ECI)  $(o_s x_s y_s z_s)^{[3-4]}$ 。惯性坐标系与零时刻的地心大地直角坐标系重合,在惯性空间内保持静止,是不随地球转动的右手直角坐标系。
- 4) UEN 参考作标系<sup>[3-4]</sup>。以敏感器 S 的中心位置 o'为坐标原点,以地心 o 与 o'连线的延长线为 U 轴, N 轴指向正北方, E 轴指向正东方。

<sup>\*</sup> 收稿日期:2008-07-10

基金项目:陕西省自然科学基金资助项目(2007F19)

#### 2 弹道导弹落点估计模型

由于弹道导弹靠惯性飞行,一旦关机,其弹道就不能改变(有些再入段机动的战术弹道导弹除外)。因此,可以根据导弹运动参数确定其弹道椭圆参数及当时导弹在椭圆弹道中的位置,进而确定导弹落地时间,再根据地球自转规律确定落点<sup>[5-7]</sup>。但实际上,再入后空气阻力会影响飞行轨道,导致落点预报精度较低<sup>[8-9]</sup>。

本文在对导弹落点进行计算时做近似处理,假设落点到再入点弹下点的球面距离和发射点到关机点弹下点的球面距离相等,且具有相同的地心角,即:

$$\theta_d = \theta_f \tag{1}$$

此外,假设再入点的速度也未受影响。这样近似处理比考虑大气密度对弹道参数的影响计算上要简单 得多。

落点的计算需要利用在地心惯性坐标系 ECI 下关机点状态,此时的 ECI 坐标系定义为,在关机时刻  $T_f$  与 ECF 坐标系重合,但不随地球旋转,且 3 轴指向不变。因此,关机时刻目标位置参数在 2 个坐标系下是相同的,即关机点的经纬度在 2 个坐标系下是相同的。但速度相差一个由地球自转引起的牵连速度。在 ECI 坐标系中,由于地球自转有一个 Y 向的牵连速度  $v_e$ ,且:

$$v_e = r_f \omega_e \cos \phi_f \tag{2}$$

式中:  $\omega_e$  为地球自转角速度; $r_f$  为关机点导弹距地心的距离; $\phi_f$  为关机点的纬度。

将关机点速度  $v_f$  在 ECF 坐标系分解为 3 个分量  $v_{f^{\pm}}$  ,  $v_{f^{\pm}}$  , 牵连速度  $v_e$  可以加到 Y 向分量上,即在 ECI 坐标系下关机点速度  $v_f$  各分量为:

$$v_{flx} = v_{fx}; \quad v_{fly} = v_{fy} + v_e; \quad v_{flz} = v_{fz}$$
 (3)

将 ECI 坐标系下的关机点速度  $v_{fl}(v_{flx}, v_{fly}, v_{flz})$ 转换到 UEN 坐标系中为  $v_{fl}(v_{flu}, v_{flu}, v_{flu}, v_{flu})$ ,则关机点射向 角  $\alpha_{fl}$ 和  $\gamma_{fl}$ (速度矢量与其在 EN 平面上的投影之间的夹角) 为:

$$\alpha_{fl} = \arctan\left(\frac{v_{fle}}{v_{flln}}\right); \gamma_{fl} = \arcsin\left(\frac{v_{flln}}{\parallel v_{fl} \parallel}\right)$$

$$\tag{4}$$

计算落点时要利用在惯性坐标系 ECI 下关机点状态参数  $r_f$ ,  $v_f$ ,  $\lambda_f$ ,  $\varphi_f$ ,  $\alpha_n$ ,  $\gamma_n$ 。首先求出目标由关机点沿椭圆轨道飞行至落点所对应的射程角  $\psi$ , 见图 1。定义一个无量纲的系数 C 为:

$$C = v_{fl}^2 r_f / \mu \tag{5}$$

式中: $\mu$ 是地球重力参数,且  $\mu$  = 398 601.2 km³/s²; C 称为动能参数。那么椭圆轨道的偏心率为:

$$e = \sqrt{1 + C(C - 2)\cos^2 \gamma_a} \tag{6}$$

则目标由关机点沿椭圆轨道飞行至落点所对应的射程 角  $\psi$  为:

$$\psi = 2\arccos(1 - C\cos^2\gamma_{\ell})/e \tag{7}$$

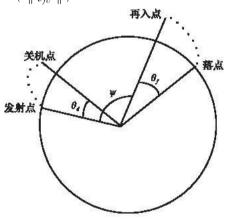


图 1 射程角示意图

Fig. 1 Sketch map of range angle

由此得到椭圆弹道的偏近点角 E 和半长轴 a 为:

$$E = \arccos\left(e - \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) / (1 - e\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right), a = r_f / (2 - C)$$
(8)

假设再入段目标的速度未受到空气阻力影响,且关机点到落点的飞行时间 $t_{ff}$ 为:

$$t_{ff} = 2\sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \left[ \pi - E + e\sin(E) \right]$$
 (9)

发射点到落点的飞行时间为:

$$t_{\rm FL} = t_f + t_{ff} \tag{10}$$

式中 $t_f$ 为发射点到关机点的时间。

(17)

则导弹落下的时刻为:

$$T_{LK} = T_0 + t_{FL} (11)$$

式中To为弹道导弹发射时刻。

所以由三角公式解得落点纬度(ECI坐标系下)为:

$$\phi_{\text{LWE}} = \arcsin(\sin\phi_t \cos\psi + \cos\phi_t \sin\psi \cos\alpha_d) \tag{12}$$

同样的,落点经度(ECI 坐标系下)为:

$$\lambda_{LJE} = \lambda_f + \Delta\lambda \tag{13}$$

$$\phi_{\text{LWE}} \sin(\Delta \lambda) = \sin \psi \sin \alpha_{fl} / \cos \phi_f \tag{14}$$

则:

$$\Delta \lambda = \arcsin(\sin\psi\sin\alpha_{f}/\cos\phi_{f}) \tag{15}$$

再转换到 ECF 坐标系下,可得到落点的纬度  $\phi_{LW}$ 、经度  $\lambda_{LI}$ 分别为:

$$\phi_{LW} = \phi_{LWE} \qquad (16) \qquad \lambda_{LJ} = \lambda_{LJE} - \omega_e t_{ff}$$

#### 3 弹道导弹落点误差分析

#### 4 仿真试验与结果分析

仿真实验采用单星观测,位于东经的地球同步轨道上。假设数据采样间隔为6s,测量噪声均方根为10dB。设导弹发射点为北纬35°,东经45°,朝东北方向发射,射向角为30°,发射倾角为0°。主动段飞行时间约320s。进行100次 Monte Carlo 仿真[11]。结果见图2。

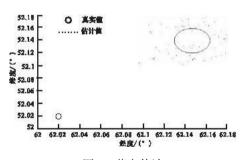


图 2 落点估计

Fig. 2 Impact point estimation

图 3 中大圆是 CEP 圆(p = 0.2),小圆为真实值,点为仿真估计落点值。由图 2 可以看出,落点估计存在常值偏差,落点估计的经纬度为(62.105°,52.132°),而真实落点的经纬度为(62.020°,52.015°),偏差为(0.085°,0.017°),这主要是由于模型误差以及再入段没有考虑大气阻力影响等原因造成的,但偏差较小。

#### 5 结束语

文章在适当假设下,建立对 TBM 落点估计的数学模型,并进行了仿真。从仿真结果可以看出,导弹落点估计存在常值偏差,这主要是由于模型误差以及再入段没有考虑大气阻力影响等原因造成的,但偏差较小。

#### 参考文献:

[1] 甘楚雄,刘冀湘. 弹道导弹与运载火箭总体设计[M]. 北京:国防工业出版社,1996.

GAN Chuxiong, LIU Jixiang. Whole Design of Ballistic Missile and Carrier Rocket[M] Beijing: National Defense Industry Press, 1996. (in Chinese)

- [2] 龙乐豪. 导弹与航天丛书:总体设计(上)[M]. 北京:宇航出版社,1991.

  LONG Lehao. Series of Missile and Spaceflight: Whole Design(Upper)[M]. Beijing:Space Navigation Press,1991. (in Chinese)
- [ 3 ] Beaulieu M. Launch Detection Satellite System Engineering Error Analysis [D]. California: Master Thesis Naval Postgraduate School, 1996.
- [4] 钟建业,魏雯. 美国预警卫星探测器及其相关技术[J]. 中国航天,2005,6:22 30.

  ZHONG Jianye, WEI Wen. US Forecast Warning Satellite Detector as Well as Its Interrelated Techniques[J]. China Space-flight,2005,6:22 30. (in Chinese)
- [ 5 ] Tang Yuyan, Huang Peikang. Boost phase Ballistic Missile Trajectory Estimation with Ground Based Radar [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2006,17(4):705-708.
- [ 6 ] Wang T C, Varshney P K. A Tracking Algorithm for Maneuvering Targets [ J ]. IEEE Trans on AES, 1993,29(3):910 924.
- [7] Yicong Li, Thiagalingam Kirubarajan, Yaakov Bar Shalom, et al. Trajectory and Launch Point Estimation for Ballistic Missiles from Boost Phase LOS Measurements [C]//Proceeding of the 7th Mediterranean Conference on Control and Automation. Haifa: [s. n], 1998; 28-30.
- [8] 曹贺. 基于天基预警系统的导弹主动段弹道估计算法研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2006.
  CAO He. Research of Missile Active Ballistic Trajectory Estimative Arithmetic on Sky Flat Warning System[D]. Harbin: Industrial College of Harbin, 2006. (in Chinese)
- [ 9 ] Simon J Julier, Jeffrey K Uhlmann. A New Method for the Nonlinear Transformation of Means and Covariances in Filters and Estimators [ J ]. IEEE Trans On AC, 2000,45(3):477 482.
- [ 10] 程光显,张士峰. 导弹落点精度的鉴定方法——概率圆方法[J]. 国防科技大学学报,2001,23(5): 13-16. CHENG Guangxian, ZHANG Shifeng. An Identify Way of Missile Impact Point Precision: CEP[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2001,23(5):13-16. (in Chinese)
- [ 11] Mahapatra P R, Kishore Mehrotra. Mixed Coordinate Tracking of Generalized Maneuvering Targets Acceleration and Jerk[J]. IEEE Trans on AES, 2000, 36(3):992 1000.

(编辑,田新华)

# Impact Point Estimation of Tactical Ballistic Missile Based on the State of Burnout Point

LIU Ren<sup>1</sup>, WANG Ai – hua<sup>2</sup>, GUO Gui – zhi<sup>1</sup>

(1. Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, Shaanxi, China; 2. Unit 93436 of PLA, Beijing 102604, China)

Abstract: How to truly and quickly forecast the TBM impact point is a critical and decisive step in ATBM deployment and in raising the intercept probability. This paper introduces the reference frame in the process of anti – Tactical Ballistic Missile, builds up a mathematic model of impact point estimation based on the state of burnout point under proper assumption. The model is simple and precise, and the application of it can get over the shortage and abuse of the existing method. And simultaneously the error of impact point is analyzed by using the method of CEP, and then Monte Carlo simulation is done by using the model. The simulating results show that there is a small windage between the estimating value and the true value in the impact point estimation, which is actually caused by the model error and air resistance, etc., the model mentioned in this paper has a less error in impact point estimation. This just shows that the model is bettering reliability and practicality, and is of some practical meaning in TBM impact point estimation.

Key words: anti - tactical ballistic missile; burnout point; impact point estimation