多组对策系统非劣 Nash 策略的功效系数算法

王国正，　吕中凯，　李炳杰
(空军工程大学　理学院，陕西　西安　710051)

摘　要：引进多组对策系统组内部合作对策非劣解的线性型功效系数方法，证明最优解是组内部隐含某一权重向量的合作对策的非劣解，由此得到合作对策的单目标规划问题。在组内部该问题的解不仅是非劣的，而且对于所有局中人都优于不合作时的 Nash 平衡策略。利用组与组之间的非劣反应集，构造求解非劣 Nash 策略的迭代算法。该算法在保留文献[3]优点的前提下，克服其缺点，得到的解优于文献[3]对应的解。最后，用实例验证了该算法的有效性和正确性，所得结论丰富了多组对策问题的内容。

关键词：多组对策；非劣 Nash 策略；线性型功效系数法

DOI：10.3969/j.issn.1009－3516.2009.05.017

中图分类号：O225；TP273　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1009－3516(2009)05－0080－05

多组对策非劣 Nash 策略的求解问题是近年来的一个热点，主要涉及组内部的合作和组与组之间不合作的协调问题。文献[1]、[2]通过优化全向量得到适当的策略，但对一般情况，不易求解析解。文献[3]利用多目标问题的最优均衡解[4]思想，研究了非劣 Nash 策略的迭代求解问题，克服了文献[1]、[2]的缺陷。文献[3]未考虑组内部目标函数的数量级问题，容易使小数量级的目标函数在对策过程中失效。本文引进一种新的算法——线性功效系数法，该算法无需寻求组内部的合作权值，且保证了解的非劣优超谈判性。依据各目标函数的特点，组内部局中人的让步各不相同，使满足个体合理性和群体合理性的解不至于使小数量级的目标函数失效。

1　多组对策的非劣 Nash 策略

仅考虑 2 组对策问题，对多于两组的情形，可类似处理。根据文献[3]，2 组对策问题为：

$$\min_{\boldsymbol{x}} f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})=(f_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}),\ f_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}),\cdots,f_n(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})) \tag{1}$$

$$\min_{\boldsymbol{y}} g(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})=(g_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}),\ g_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}),\cdots,g_m(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})) \tag{2}$$

非劣 Nash 策略$(\hat{\boldsymbol{x}},\hat{\boldsymbol{y}})$是非劣理性反应集的交集中的元素，$(\hat{\boldsymbol{x}},\hat{\boldsymbol{y}})$同时满足 $\hat{\boldsymbol{x}}=\psi(\hat{\boldsymbol{y}})$和 $\hat{\boldsymbol{y}}=\varphi(\hat{\boldsymbol{x}})$。

2　组内部合作对策非劣解的线性功效系数法

先考虑组内部合作对策问题，以第 2 组为例，对给定的第 1 组控制变量 $\boldsymbol{x}$(本节始终考虑 $\boldsymbol{x}$ 为固定向量)，定义下列组内部合作对策问题(P)：

$$\min_{y_i} g_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})\qquad i=1,2,\cdots,m \tag{3}$$

定义 1　对每个给定的目标 $g_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$，当可行解$(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})\in D$ 不同时，$g_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$的相应值有好有坏，为了衡量

* **收稿日期**：2008－12－01
基金项目：国家自然科学基金资助项目(60573040)；陕西省自然科学基金资助项目(SJ08F10)
作者简介：王国正(1960－)，男，陕西乾县人，教授，主要从事运筹学与控制论研究．
E－mail：cooky2580@163.com

这种好坏,定义功效系数[5] β,即令 $\beta=\beta[g_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})]$, $(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})\in D$, $i=1,2,\cdots,m$,其中,$0\leqslant\beta\leqslant1$,并规定:对 $g_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}_i)$产生功效最好的$(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$,评分为 $\beta=1$;功效最坏的$(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$,评分为 $\beta=0$;对不是最好也不是最坏的中间状态,评分为 $0<\beta<1$。对问题(P),可取线性功效系数,令$\begin{cases}\min\limits_{y\in D_2} g_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})=\underline{g_i}^*(\boldsymbol{x})\\ \max\limits_{y\in D_2} g_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})=\overline{g_i}^*(\boldsymbol{x})\end{cases}$ $i=1,2,\cdots,m$,则:

$$\beta[g_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})]=1-\frac{g_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})-\underline{g_i}^*(\boldsymbol{x})}{\overline{g_i}^*(\boldsymbol{x})-\underline{g_i}^*(\boldsymbol{x})},\quad i=1,2\cdots,m \tag{4}$$

不同于常见的效用函数,我们取 m 个目标的功效系数的最大者作为效用函数,将问题(P)转化为问题($\overline{P}$):

$$\max_{y\in D_2} u[g(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})]=\max_{1\leqslant i\leqslant m}\beta_i[g_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})] \tag{5}$$

定义2 称 $\boldsymbol{y}^0\in D_2$ 关于问题(P)是非劣的(或弱有效的),即如果不存在 $\boldsymbol{y}\in D_2$,使得对所有 $i=1,2,\cdots,m$,有 $g_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})<g_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}^0)$恒成立。

定理1 假设对固定的 $\boldsymbol{x}$,对一切 $\boldsymbol{y}$ 及 $i=1,2,\cdots,m$ 均有 $\beta_i[g_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}_i)]>0$,且 $\beta[g_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}_i)]$单减,则($\overline{P}$)的任一最优解$(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}^*)$都是($P$)的弱有效解。

证明:若$(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}^*)$不是($P$)的弱有效解,则必存在$(\boldsymbol{x},\overline{\boldsymbol{y}})\in D$,使 $g_i(\boldsymbol{x},\overline{\boldsymbol{y}})<g_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}^*)$,由假设 $\beta[g_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}_i)]$单减有 $\beta[g_i(\boldsymbol{x},\overline{\boldsymbol{y}})]>\beta[g_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}^*)]$,这与$(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}^*)$是($\overline{P}$)的最优解相矛盾,故$(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}^*)$必是($P$)的非劣解。

定理2 设 D_2 是凸紧集合,$g_i(i=1,2,\cdots,m)$关于 $\boldsymbol{y}$ 是连续可微的凸函数,如果 $\boldsymbol{y}^*\in D_2$ 是问题($\overline{P}$)的解,则存在非负单位权向量 $\omega=(\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_m)$,使得 $\boldsymbol{y}^*\in D_2$ 是问题$\min\limits_{y\in D_2}\left\{\sum\limits_{i=1}^{m}\omega_i g_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})\right\}$的解。

证明:功效系数 $\beta[g_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})]=1-\dfrac{g_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})-\underline{g_i}^*(\boldsymbol{x})}{\overline{g_i}^*(\boldsymbol{x})-\underline{g_i}^*(\boldsymbol{x})}=\dfrac{\overline{g_i}^*(\boldsymbol{x})-g_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})}{\overline{g_i}^*(\boldsymbol{x})-\underline{g_i}^*(\boldsymbol{x})}$

令实数 $s\leqslant0$,不难验证问题($\overline{P}$)等价于下列问题:

$$\begin{aligned}&\min_{y\in D_2}\quad s\\ &\text{s.t}\quad \frac{g_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})-\overline{g_i}^*(\boldsymbol{x})}{\overline{g_i}^*(\boldsymbol{x})-\underline{g_i}^*(\boldsymbol{x})}\leqslant s,\quad i=1,2,\cdots,m\end{aligned} \tag{6}$$

不妨设 $D_1\times D_2=\{h_j(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})\leqslant0,j=1,2,\cdots,l\}$,其中 $h_j(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$是关于 $\boldsymbol{y}$ 的连续可微函数,引入 Lagrange 乘子 $\lambda_0,\lambda_1,\cdots,\lambda_m;\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_l$ 以及 Lagrange 函数:

$$L(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\lambda,\alpha)=s+\lambda_0 s+\sum_{i=1}^{m}\lambda_i\left(\frac{g_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})-\overline{g_i}^*(\boldsymbol{x})}{\overline{g_i}^*(\boldsymbol{x})-\underline{g_i}^*(\boldsymbol{x})}-s\right)+\sum_{j=1}^{l}\alpha_j h_j(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) \tag{7}$$

由定理条件,$\boldsymbol{y}^*$ 满足 Kuhn-Tucker[6] 条件:

$$\begin{cases}1+\lambda_0-\sum\limits_{i=1}^{m}\lambda_i=0;\\ \lambda_0 s=0;\lambda_0\geqslant0;\\ \nabla_y L(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\lambda,\alpha)=0;\\ \lambda_i\left(\dfrac{g_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})-\overline{g_i}^*(\boldsymbol{x})}{\overline{g_i}^*(\boldsymbol{x})-\underline{g_i}^*(\boldsymbol{x})}\right)=0;\qquad \lambda_i\geqslant0,i=1,2,\cdots,m\\ \alpha_j h_j(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})=0;\qquad \alpha_j\geqslant0,j=1,2,\cdots,l\end{cases} \tag{8}$$

假设 $s<0$(如果 $s=0$,则问题存在绝对最优解),因此 $\lambda_0=0$,故$\sum\limits_{i=1}^{m}\lambda_i=1$,又由 $\nabla_y L(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\lambda,\alpha)=0$,可得:

$$\sum_{i=1}^{m}\frac{\lambda_i}{\overline{g_i}^*(\boldsymbol{x})-\underline{g_i}^*(\boldsymbol{x})}\nabla_y g_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})+\sum_{j=1}^{l}\alpha_j\nabla_y h_j(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})=0 \tag{9}$$

令 $\gamma_i=\dfrac{\lambda_i}{\overline{g_i}^*(\boldsymbol{x})-\underline{g_i}^*(\boldsymbol{x})}$, $\overline{\gamma}_i=\dfrac{\gamma_i}{\sum\limits_{i=1}^{m}\gamma_i}$, $\overline{\alpha}_j=\dfrac{\alpha_j}{\sum\limits_{i=1}^{m}\gamma_i}$。则就有:

$$\sum_{i=1}^{m}\overline{\gamma}_i\nabla_y g_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})+\sum_{j=1}^{l}\overline{\alpha}_j\nabla_y h_j(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})=0,\overline{\alpha}_j h_j(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})=0,\overline{\alpha}_j\geqslant0,j=1,2,\cdots,l \tag{10}$$

显然式(10)是问题$\min\limits_{y\in D_2}\sum\limits_{i=1}^{m}\bar{\gamma}_i g_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$的 Kuhn－Tucker 条件，由定理的条件，令 $\omega=(\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_m)=(\bar{\gamma}_1,\bar{\gamma}_2,\cdots,\bar{\gamma}_m)$，显然 $\boldsymbol{y}^*$ 是问题$\min\limits_{y\in D_2}\sum\limits_{i=1}^{m}\omega_i g_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$的最优解。

注 1：**定理** 2 表明，求解问题(6)(或问题(5))得到的弱有效解等价于某个权问题的解，该权就是$(\bar{\gamma}_1,\bar{\gamma}_2,\cdots,\bar{\gamma}_m)$，它是隐含的权值，只依赖于目标函数和约束函数，不依赖于人为的设定。

注 2：线性效用函数显然是目标函数的量纲统一化处理，不会使小数量级的目标函数失效，这也是本文方法的特点之一。

3 迭代算法

定义 3 设 $\boldsymbol{y}^0\in D_2$，$\boldsymbol{y}^1\in D_2$，如果对所有 $i=1,2,\cdots,m$，有 $g_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}^1)\leqslant g_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}^0)$，且对某一 $k\in\{1,2,\cdots,m\}$ 有 $g_k(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}^1)< g_k(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}^0)$，则称策略 $\boldsymbol{y}^1$ 优超策略 $\boldsymbol{y}^0$ 或 $\boldsymbol{y}^1$ 不劣于 $\boldsymbol{y}^0$，称所有优超于 $\boldsymbol{y}^0$ 的策略集合为 $\boldsymbol{y}^0$ 的严格优超策略集。

定义 4 令 $\boldsymbol{y}^0$ 为组内部不合作对策的 Nash 平衡策略，则称严格优超于 $\boldsymbol{y}^0$ 的策略为优超谈判策略。如果该策略又是非劣的，则称该策略为非劣优超谈判策略[7-8]。

问题$(\bar{P})$的解是非劣的，但不一定是优超谈判策略，类似于文献[3]可对(P)做进一步改进。引进未知变量 $\bar{\boldsymbol{y}}$，可得求解优超谈判策略的单目标规划$(\bar{P}')$：

$$\begin{cases}\min\ s\\ \text{s.t.}\quad \dfrac{g_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})-\overline{g_i^*}(\boldsymbol{x})}{\overline{g_i^*}(\boldsymbol{x})-\underline{g_i}^*(\boldsymbol{x})}\leqslant s,\ i=1,2,\cdots,m\\ \dfrac{\partial g_i(\boldsymbol{x},\bar{\boldsymbol{y}})}{\partial y_i}=0,\ i=1,2,\cdots,m\\ g_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})-g_i(\boldsymbol{x},\bar{\boldsymbol{y}})\leqslant 0,\ i=1,2,\cdots,m\\ s\leqslant 0\end{cases}\tag{12}$$

然而，值得强调的是，如果不能确定 Nash 平衡策略位于 D_2 的内部，则不得不先求 Nash 平衡策略对应的支付值 $\bar{g}_i$，此时，求解问题$(\bar{P}')$归结为求解问题(P)。

以上对组 1 给出的任一策略 $\boldsymbol{x}\in D_1$，构造了组 2 内部合作情形下寻求非劣优超谈判策略的单目标规划$(\bar{P}')$。同理，对组 2 给出的任一策略 $\boldsymbol{y}\in D_2$，对组 1 也可做类似处理。

对任意给定策略 $\boldsymbol{y}\in D_2$，引进未知变量 $\bar{\boldsymbol{x}}$，可得求解优超谈判策略的单目标规划$(\bar{P}'')$：

$$\begin{cases}\min\ z\\ \text{s.t.}\quad \dfrac{f_j(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})-\overline{f_j^*}(\boldsymbol{y})}{\overline{f_j^*}(\boldsymbol{y})-\underline{f_j}^*(\boldsymbol{y})}\leqslant z,\ j=1,2,\cdots,n\\ \dfrac{\partial f_j(\bar{\boldsymbol{x}},\boldsymbol{y})}{\partial x_j}=0,\ j=1,2,\cdots,n\\ f_j(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})-f_j(\bar{\boldsymbol{x}},\boldsymbol{y})\leqslant 0,\ j=1,2,\cdots,n\\ z\leqslant 0\end{cases}\tag{12}$$

假设对任意 $\boldsymbol{y}\in D_2$，构造组 1 寻求非劣优超谈判策略的单目标规划为$(\bar{P}'')$，对任意 $\boldsymbol{y}\in D_1$，构造组 2 对应的单目标规划为$(\bar{P}')$。由于组与组之间是不合作的，可利用组与组之间非劣理性反应集构造求解 2 组对策问题非劣 Nash 策略的交互式迭代算法[3,9]。

步骤 1： 任意给定初始对策 $\boldsymbol{x}^{(1)}\in D_1$，$\boldsymbol{y}^{(1)}\in D_2$，数值精度 $\varepsilon\geqslant 0$，$k:=1$。

步骤 2：对给定对策 $\boldsymbol{x}^{(k)}\in D_1$，求解问题$(\bar{P}')$得到最优解 $\boldsymbol{y}^{(k+1)}\in D_2$。对给定对策 $\boldsymbol{y}^{(k+1)}\in D_2$，求解问题$(\bar{P}'')$得到最优解 $\boldsymbol{x}^{(k+1)}\in D_1$。

步骤 3：判断是否 $\|(\boldsymbol{x}^{(k)},\boldsymbol{y}^{(k)})-(\boldsymbol{x}^{(k+1)},\boldsymbol{y}^{(k+1)})\|_\infty\leqslant\varepsilon$，如果是，则$(\boldsymbol{x}^{(k+1)},\boldsymbol{y}^{(k+1)})$是二组对策问题的非劣 Nash 策略，否则，$k:=k+1$，转**步骤** 2。

4　算例

考虑与文献[3]同样的分组对策算例,组 1 有 3 个目标,决策变量为 $\boldsymbol{x}=(x_1, x_2, x_3)$,组 2 有 2 个目标,决策变量为 $\boldsymbol{y}=(y_1, y_2)$,目标函数和约束条件分别为:

$$\min_{x} -f_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})=-(px_1-a_1x_1^2)$$
$$\min_{x} -f_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})=-(px_2-a_2x_2)$$
$$\min_{x} -f_3(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})=-(px_3-a_3x_3^2+c_3x_3)$$
$$\min_{y} -g_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})=-(py_1-b_1y_1^2)$$
$$\min_{y} -g_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})=-(py_2-b_2y_2)$$

其中,$0<x_1, x_2, x_3, y_1, y_2<50$,$p=p_0-(x_1+x_2+x_3+y_1+y_2)$,$p_0=240$,$a_1=1$,$a_2=50$,$a_3=1$,$b_1=1.5$,$b_2=60$,$c_3=20$。

取初始值 $\boldsymbol{x}^{(1)}=(25,25,25)$,$\boldsymbol{y}^{(1)}=(25,25)$,以初始值 $\boldsymbol{x}^{(1)}=(25,25,25)$开始执行算法 1,将迭代结果记录于表 1。

表 1　算法 1 的迭代结果记录

Tab.1　Records of iterative results for algorithm 1

k	$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{y}$	z	s
1	(25.00, 25.00, 25.00)	(25.00, 25.00)		
2	(19.685 8, 28.839 3, 24.379 5)	(18.896 0, 34.170 5)	0.500 0	0.354 7
3	(19.496 0, 28.653 7, 24.440 4)	(19.555 5, 34.231 2)	0.497 5	0.360 8
4	(19.467 1, 28.627 2, 24.449 0)	(19.654 7, 34.236 8)	0.497 2	0.361 7
5	(19.463 1, 28.623 3, 24.451 1)	(19.669 2, 34.237 6)	0.497 1	0.361 8
6	(19.462 4, 28.623 3, 24.451 4)	(19.670 3, 34.237 6)	0.497 1	0.361 8
7	(19.462 4, 28.623 3, 24.451 4)	(19.670 3, 34.237 6)	0.497 1	0.361 8

经过 7 次迭代,计算精度已达到 10^{-4},问题的解为:

组 1:$(x_1, x_2, x_3)=(19.262\ 4, 28.623\ 3, 24.451\ 5)$,目标函数值分别为:−4 328.71,−4 304.52,−5 304.52。组 2:$(y_1, y_2)=(19.670\ 3, 34.237\ 6)$,目标函数值分别为:−2 804.37,−2 873.13。而文献[3]对同样的问题,利用最优均衡解方法[10]得到的解为:组 1:$(x_1, x_2, x_3)=(22.21, 31.06, 14.97)$,目标函数值分别为:−2 095.2,−2 066.3,−1 221.3。组 2:$(y_1, y_2)=(21.10, 34.12)$,目标函数值分别为:−1 792.00,−1 930.00。显然本文方法比文献[3]的方法更加具有优势。

5　结论

本文对多组对策系统非劣 Nash 策略问题,引入了线性型功效系数的概念。利用此方法,不设权重便可得到组内部合作对策的非劣优超谈判策略,克服了文献[1]的缺点,在保留文献[3]优点的前提下,改进了其容易使小数量级的目标函数在对策过程中失效的缺陷,且结果更优于文献[3]。

参考文献:

[1] Lin Y, Simaan M A. Non-inferior Nash Strategies for Multi-team Systems [J]. Journal of Optimization Theory and Application, 2004, 120 (1): 29-51.

[2] Salent S W, Shaffer G. Optimal Asymmetric Strategies in Research Joint Ventures [J]. International Journal of Industrial Organization, 1998, 16 (2): 195-208.

[3] 李炳杰. 多组对策系统非劣 Nash 策略的最优均衡解算法 [J]. 控制理论与应用, 2007, 24 (5): 285-289.
LI Bingjie. Optimal Equilibrium Solution Algorithm for Non-inferior Nash Strategies in Multi-Team Game Systems [J]. Journal of Control Theory and Applications, 2007, 24 (5): 285-289. (in Chinese)

[4] 李炳杰,周宏安,迟晓妮.多目标分层规划问题的最优均衡宽容值序列算法[J].空军工程大学学报:自然科学版,2005,6(1):83-87.
LI Bingjie, ZHOU Hongan, CHI Xiaoni. Tolerance Payment Sequence Algorithm of Optimal Equilibrium for Multi-objective Stratified Programming Problems [J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2005, 6(1):83-87. (in Chinese)

[5] 林锉云,董加礼.多目标最优化理论[M].长春:吉林教育出版社,1992.
LIN Cuoyun, DONG Jiali. Multi-objective Optimization Theory [M]. Changchun: Jilin Education Press, 1992. (in Chinese)

[6] 袁亚湘,孙文瑜.最优化理论与方法[M].北京:科学出版社,2001.
YUAN Yaxiang, SUN Wenyu. Optimization Theory and Method [M]. Beijing: Science Press, 2001. (in Chinese)

[7] Yu J, Xiang S W. On Essential Components of the Nash Equilibrium Points [J]. Nonlinear Analysis TMA, 1999, 38(2): 259-264.

[8] Yang H, Yu J. On Essential Components of the Set of Weakly Pareto-Nash Equilibrium Points [J]. Applied Mathematic Letter, 2002, 15(3): 553-560.

[9] Bard J F. Convex Two Level Optimization [J]. Mathematical Programming, 1988, 40(1): 15-27.

[10] 孟志青,胡奇英,胡毓达.群体决策问题的一种最优均衡解[J].系统科学与数学,2004,24(1):28-33.
MENG Zhiqing, HU Qiying, HU Yuda. An Optimal Equilibrium Solution for Group Decision Making Problem [J]. Journal of Systems Science and Mathematical Science, 2004, 24(1):28-33. (in Chinese)

(编辑:徐楠楠)

Efficiency Coefficient Algorithm for Non-inferior Nash Strategy in Multi-team Game Systems

WANG Guo-zheng, LÜ Zhong-kai, LI Bing-jie
(Science Institute, Air Force Engineering University, Xi′an 710051, China)

Abstract: The algorithm called linear efficiency coefficient for cooperative games within each team in multi-team game systems is introduced to prove that the optimal solution is a non-inferior solution for cooperative game which implies a certain weight vector within each team. By this result, a single objective parameter programming for the cooperative games within each team is developed. The solution of this programming is not only a non-inferior solution but also a strategy superior to Nash equilibrium strategies for all the players within each team. An iterative algorithm for solving non-inferior Nash strategies between the teams is proposed using the non-inferior reaction sets of the teams. The algorithm contains the advantages from literature [3], and simultaneously overcomes its disadvantages. The solution derived from this algorithm is superior to that from literature [3]. Finally, an example is taken to verify the effectiveness and the correctness of the algorithm, and the results obtained in the paper will enrich the multi-team game theory.

Key words: multi-team games; non-inferior Nash strategy; linear efficiency coefficient algorithm