

基于马尔可夫过程的防空武器目标选择

解武杰¹, 冯锦丽²

(1. 空军工程大学 训练部, 陕西 西安 710051; 2. 中国人民解放军驻430厂军代室, 陕西 西安 710021)

摘要:为对空袭目标进行准确选择,达到最大的射击效率,通过把空袭目标的威胁度作为目标函数制定目标选择策略,提出了基于马尔可夫过程的防空武器目标选择策略。首先定义了各个时刻的火力分配策略矩阵,在此基础上给出了防空武器目标选择过程中的状态转移矩阵以及分配射击一个目标后所能获得的期望效益函数,接着将防空作战系统的平均效益利用火力分配策略表示了出来。该算法能够对来袭目标进行瞬时选择,适应战场作战形势,并且通过算例进行了分析验证,证明了本文方法的可行性。

关键词:马尔可夫过程;目标选择;威胁度

DOI:10.3969/j.issn.1009-3516.2009.03.008

中图分类号: O211.62 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2009)03-0037-06

防空作战中的武器目标选择是指在多平台防空体系中面对来袭的众多空袭目标如何进行动态选择射击,以达到最佳射击效率。目前有数学规划方法,只是算法各异。文献[1]中提出了基于遗传算法的目标分配优化模型;文献[2]中给出了基于 Greedy 算法的防空作战目标分配;文献[3]中给出了火力优化分配的小生境遗传蚂蚁算法;以上算法都是基于静态武器目标分配问题,但是在现代防空作战中,战场是时刻变化的,基于现代战场的特点,本文提出了基于马尔可夫过程的防空武器目标选择决策,能够较好地对接来袭的空中目标进行选择。

1 问题的提出和简化

防空武器目标选择问题可以表述为如下的数学模型:某防空体系由 n 个火力单元组成,发现多批编队目标来袭,不同类别目标具有不同的威胁系数,各火力单元对不同目标的单发杀伤概率也各不相同,怎样合理选择空袭目标进行最有效的拦截。为建立数学模型方便,假设:①所有目标均满足防空火力单元的拦截要求;②射击准则采用单个火力通道“射-看-射”的方案,即进行一次射击后立即观测射击结果,如果目标被击毁,分配给该目标的火力单元立即转向其它目标;如果目标未被击毁,则火力单元继续射击直到该目标被击毁或飞离火力杀伤区;③单通道火力单元射击一个目标所需时间服从参数为 μ 的负指数分布;④目标到达时刻间隔 $\tau_{m+1} - \tau_m$ ($m=0,1,\dots;\tau_0=0$) 是相互独立、同分布的随机变量,其分布函数记为 $A(x)$,目标属于第 k ($1 \leq k \leq m$) 类的概率为 p_k ($p_k > 0$),且 $r_1 \geq r_2 \geq \dots \geq r_m$;⑤武器系统火力杀伤区的纵深很小,从发现并识别目标到目标通过防区的时间间隔很短。当 n 个火力单元都未完成发射时,新到来的目标将突破防区;当有火力单元处于等待发射状态时,指挥系统就要做出火力分配决策。

2 防空武器目标选择决策

2.1 动态目标选择决策

* 收稿日期:2008-06-20

基金项目:国家自然科学基金资助项目(70701029;70433033)

作者简介:解武杰(1967-),男,陕西韩城人,博士生,主要从事系统工程和装备管理研究。

E-mail: xiewjie@pub.xaonline.com

由假设条件描述的作战过程构成了一个具有马尔可夫性决策时,作战过程中的火力分配决策过程就变成了一个马尔可夫决策过程^[4]。建立火力分配的最优决策 f 就是对到来的目标是否分配射击加以控制,使目标群造成的总的威胁程度减到最小,从而使武器系统在整个作战过程中产生的平均效益最大^[5-6]。

火力分配策略 f 定义为:

$$f = [f_0 \quad f_1 \quad \cdots \quad f_n] \quad (1)$$

式中决策 f_i 是当系统处于状态 i 时(i 个火力单元正在射击)进行分配的目标类型的集合,对第 k 类目标进行分配的充要条件是 $k \in f_i$ 。

令第 k 个目标到达时,决策系统已将 $n_t (t=1, 2, \dots)$ 个火力单元分配出去。若对防区内的目标采用策略 f , 则对新到来的目标进行分配的条件是该目标的种类 $k \in f_{n_t}$, 下一时刻系统的状态为:

$$n_{t+1} = \begin{cases} n_t + 1 - l_t & k_t \in f_{n_t} \\ n_t - l_t & k_t \notin f_{n_t} \end{cases} \quad (2)$$

式中: k_t 为第 t 个目标的类型; l_t 为第 t 与第 $t+1$ 个目标到达时刻间隔内完成射击的火力单元数。取 $n_t (t=1, 2, \dots)$ 为马尔可夫决策过程中的动态系统,其状态转移矩阵为:

$$P(t) = \begin{bmatrix} p_{00}(f_0) & p_{01}(f_0) & \cdots & p_{0n}(f_0) \\ p_{10}(f_1) & p_{11}(f_1) & \cdots & p_{1n}(f_1) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ p_{n0}(f_n) & p_{n1}(f_n) & \cdots & p_{nn}(f_n) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$P_{ij}(f_i) = \begin{cases} \sum_{k \in f_i} p_k \int_0^\infty c_{i+1}^j (1 - e^{-\mu})^{i+1-j} e^{-j\mu} dA(t) + \sum_{k \notin f_i} p_k \int_0^\infty c_i^j (1 - e^{-\mu})^{i-j} e^{-j\mu} dA(t) & j \leq i \leq n \\ \sum_{k \in f_i} p_k \int_0^\infty e^{-(i+1)\mu} dA(t) & j = i+1, i < n \\ 0 & j > i+1, i < n \\ \int_0^\infty c_n^j (1 - e^{-\mu})^{n-j} e^{-j\mu} dA(t) & j \leq i = n \end{cases}$$

在选择决策 f_i 的条件下,分配射击一个目标后所能获得的期望效益为:

$$r(f_i) = \sum_{k \in f_i} p_k r_k \quad (4)$$

那么,整个战斗过程中系统的平均效益可用下式给出:

$$\begin{aligned} \Phi(i, f) &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N E(R_k(i, f) | n_1 = i, f) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sum_{j=0}^n E(R_k(i, f) | n_1 = i, n_k = j, f) P\{n_k = j | n_1 = i, f\} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sum_{j=0}^n r(f_i) P\{n_k = j | n_1 = i, f\} \end{aligned} \quad (5)$$

式中: $R_k(i, f)$ 为按决策 f 第 k 个目标到达后获得的效益; $P\{n_k = j | n_1 = i, f\}$ 为矩阵 $[P(f)]^{k-1}$ 的第 i 行第 j 列的元素,记为:

$$\Phi(f) = \begin{bmatrix} \Phi(0, f) \\ \cdots \\ \Phi(n, f) \end{bmatrix} \quad \gamma(f) = \begin{bmatrix} \gamma(f_0) \\ \cdots \\ \gamma(f_n) \end{bmatrix}$$

于是在整个防空作战过程中,系统的平均效益可以写成下列矩阵形式:

$$\Phi(f) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [P(f)]^{k-1} \gamma(f) \quad (6)$$

式中 $\Phi(f)$ 就是我们选取的目标函数。优化火力分配就变成选择一个最优策略 f , 使系统长期平均效益的期望值 $\Phi(f)$ 的所有分量均达到最大值的马尔可夫动态系统输入过程的最优控制问题。

2.2 多批编队目标选择步骤

多批编队目标选择的过程如下:首先利用层次分析法对于进入火力杀伤区的空袭目标计算其威胁度,然后利用动态选择方法选择要分配的空袭目标,射击的方案采用“射-看-射”的方案,当目标被击落以后,重

新确定系统状态,进行下一轮的武器目标选择。

1) 指挥控制系统根据火力杀伤区内目标的数量、种类和威胁程度以及武器系统各火力单元当前的状态进行目标的动态选择,确定需要射击的目标类型;

2) 检查是否有新的目标到来,当没有新的目标到来,就将已经射击完的高精度武器分配给其它低精度武器正在射击的目标;

3) 检查射击的结果,如果杀伤区内仍有目标,则返回过程 1),若无,则进入等待状态。重复上述过程,当火力杀伤区内的目标全部被击毁或者目标飞离火力杀伤区时,系统返回过程 3) 并处于循环等待状态。

3 算例描述

在一次保卫要地的防空作战中,某地空导弹营的探测雷达发现空中有 4 批敌目标对我保卫要地构成了威胁。已识别出 4 批目标的类型分别为战术弹道导弹、巡航导弹、歼轰机、武装直升机,且已测得各批目标当前时刻的飞行速度、航路捷径及到达发射区时间。分别利用 x_1, x_2, x_3 来表示飞行速度、航路捷径和到达发射区的时间。各个因素的数量指标见表 1^[7-8]。假设某防空体系的单通道火力单元数 $n = 3$,各火力单元的一次射击时间相互独立且服从参数为 $\mu = 1$ 的负指数分布;通过该系统火力杀伤区的目标类型为 $m = 2$, I 型战术弹道导弹有 3 个, II 型目标有 2 个,目标到达时刻间隔的分布为 $A(t) = 1 - e^{-3t}$,怎样合理选择空袭目标才能进行最有效的拦截。

3.1 空袭目标威胁度的计算

在某一地空导弹指挥模型中,通过对目标类型,飞行速度,航路捷径,到达发射区的时间特征 3 个因素进行两两比较^[9],利用层次分析法得到 3 个因素的权重向量 $W = (0.6, 0.1, 0.15, 0.15)$ 。

表 1 各批相关数据

Tab. 1 A block of correlative datas

因素	目标			
	战术弹道导弹	巡航导弹	歼轰机	武装直升机
$x_1/(m \cdot s^{-1})$	1 680	150	230	180
x_2/km	5	10	15	4
x_3/s	100	150	80	120

计算威胁度最大的目标以及其余各个目标的威胁系数,具体步骤如下:

1) 写出因素特征矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 25 & 15 & 10 & 5 \\ 1\ 680 & 150 & 230 & 180 \\ 5 & 10 & 15 & 4 \\ 100 & 150 & 80 & 120 \end{bmatrix}$$

2) 将特征矩阵规范化得到决策矩阵如下:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0.6 & 0.4 & 0.2 \\ 1 & 0.09 & 0.14 & 0.11 \\ 0.8 & 0.4 & 0.27 & 1 \\ 0.8 & 0.53 & 1 & 0.67 \end{bmatrix}$$

3) 求出综合决策向量即:

$$D = WR = (0.6, 0.1, 0.15, 0.15) \begin{bmatrix} 1 & 0.6 & 0.4 & 0.2 \\ 1 & 0.09 & 0.14 & 0.11 \\ 0.8 & 0.4 & 0.27 & 1 \\ 0.8 & 0.53 & 1 & 0.67 \end{bmatrix} = 0.94, 0.508\ 5, 0.15, 0.445, 0.381\ 5$$

从而可以得到:战术弹道导弹的威胁度最大,其次是巡航导弹,歼轰机,武装直升机。

下面来看一下利用最小隶属度带权平均偏差法来对目标的威胁度进行排序的方法^[10-11]。按照前面给出

的方法来对上面的威胁度进行排序。利用前面的方法可以得出:

$$\begin{aligned} f_1 &= w_1(g_1 - r_{11}) + w_2(g_2 - r_{21}) + w_3(g_3 - r_{31}) + w_4(g_4 - r_{41}) = 0.06 \\ f_2 &= w_1(g_1 - r_{12}) + w_2(g_2 - r_{22}) + w_3(g_3 - r_{32}) + w_4(g_4 - r_{42}) = 0.4915 \\ f_3 &= w_1(g_1 - r_{13}) + w_2(g_2 - r_{23}) + w_3(g_3 - r_{33}) + w_4(g_4 - r_{43}) = 0.5555 \\ f_4 &= w_1(g_1 - r_{14}) + w_2(g_2 - r_{24}) + w_3(g_3 - r_{34}) + w_4(g_4 - r_{44}) = 0.6185 \end{aligned}$$

于是可以得出战术弹道导弹的威胁度最大。

3.2 多批空袭目标动态选择计算步骤

由前面给出的假设条件描述的作战过程构成了一个具有马尔可夫性的动态系统^[12-14],已知进入火力杀伤区的来袭目标属于战术弹道导弹和巡航导弹的概率分别为: $p_1 = 0.3, p_2 = 0.7$,利用马尔可夫过程的动态选择方法进行目标的选择:

1) 首先任意选取一初始策略:

$$\pi = [\pi_0 \quad \pi_1 \quad \pi_2 \quad \pi_3]^T = [\{1,2\} \quad \{1,2\} \quad \{2\} \quad \{1\}]^T$$

此处1,2分别代表战术弹道导弹和巡航导弹。

2) 利用式(3)可以计算出转移概率矩阵为:

$$P(\pi) = \begin{bmatrix} p_{00}(\pi_0) & p_{01}(\pi_0) & p_{02}(\pi_0) & p_{03}(\pi_0) \\ p_{10}(\pi_1) & p_{11}(\pi_1) & p_{12}(\pi_1) & p_{13}(\pi_1) \\ p_{20}(\pi_2) & p_{21}(\pi_2) & p_{22}(\pi_2) & p_{23}(\pi_2) \\ p_{30}(\pi_3) & p_{31}(\pi_3) & p_{32}(\pi_3) & p_{33}(\pi_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.8 & 0 & 0 \\ 0.3 & 0.4 & 0.3 & 0 \\ 0.4 & 0.1 & 0.3 & 0.2 \\ 0.5 & 0.1 & 0.3 & 0.3 \end{bmatrix}$$

利用前面给出的战术弹道导弹和巡航导弹的威胁度以及它们进入火力杀伤区的概率可以求出:

$$t(\pi_0) = \sum_{k \in \pi_0} p_k r_k = p_1 r_1 + p_2 r_2 = 0.63795;$$

$$t(\pi_1) = \sum_{k \in \pi_1} p_k r_k = p_1 r_1 + p_2 r_2 = 0.63795;$$

$$t(\pi_2) = \sum_{k \in \pi_2} p_k r_k = p_2 r_2 = 0.35595;$$

$$t(\pi_3) = \sum_{k \in \pi_3} p_k r_k = p_1 r_1 = 0.282$$

接着将给出的参数代入式(3)可以得到下面的方程:

$$\begin{cases} p_{01}(\pi_0)(l_1(\pi) - l_0(\pi)) = u(\pi) - t(\pi_0) \\ (p_{11}(\pi_1) - 1)(l_1(\pi) - l_0(\pi)) + (p_{12}(\pi_1) - 1)(l_2(\pi) - l_0(\pi)) = u(\pi) - t(\pi_1) \\ p_{21}(\pi_2)(l_1(\pi) - l_0(\pi)) + (p_{22}(\pi_2) - 1)(l_2(\pi) - l_0(\pi)) + p_{23}(\pi_2)(l_3(\pi) - l_0(\pi)) = u(\pi) - t(\pi_2) \\ p_{31}(\pi_3)(l_1(\pi) - l_0(\pi)) + (p_{32}(\pi_3) - 1)(l_2(\pi) - l_0(\pi)) + p_{33}(\pi_3)(l_3(\pi) - l_0(\pi)) = u(\pi) - t(\pi_3) \end{cases}$$

从而可以得到:

$$\begin{cases} 0.8(l_1(\pi) - l_0(\pi)) = u(\pi) - 0.63795 \\ (0.4 - 1)(l_1(\pi) - l_0(\pi)) + 0.3(l_2(\pi) - l_0(\pi)) = u(\pi) - 0.63795 \\ 0.1(l_1(\pi) - l_0(\pi)) - 0.7(l_2(\pi) - l_0(\pi)) + 0.2(l_3(\pi) - l_0(\pi)) = u(\pi) - 0.35595 \\ 0.1(l_1(\pi) - l_0(\pi)) + 0.1(l_2(\pi) - l_0(\pi)) + (0.3 - 1)(l_3(\pi) - l_0(\pi)) = u(\pi) - 0.282 \end{cases}$$

解此方程组可以得到:

$$l_1(\pi) - l_0(\pi) = 0.005, \quad l_2(\pi) - l_0(\pi) = 0.023$$

$$l_3(\pi) - l_0(\pi) = 0.0975, \quad u(\pi) = 0.64195$$

3) $I_0(\pi) \equiv 0$

首先计算式子:

$$I_0(\pi) \equiv \int_0^{\infty} \sum_{i=0}^1 C_1^i (1 - e^{-3t})^{1-i} e^{-3it} (l_i(\pi) - l_0(\pi)) d(1 - e^{-3t}) \equiv 0.9$$

$$I_2(\pi) \equiv \int_0^{\infty} \sum_{i=0}^2 C_2^i (1 - e^{-3t})^{2-i} e^{-3it} (l_i(\pi) - l_0(\pi)) d(1 - e^{-3t}) \equiv 0.75$$

$$I_3(\pi) \equiv \int_0^{\infty} \sum_{i=0}^3 C_3^i (1 - e^{-3t})^{3-i} e^{-3it} (l_i(\pi) - l_0(\pi)) d(1 - e^{-3t}) \equiv 0.54$$

求出以后,则可以得到:

$$\nabla I_j(\pi) \equiv I_j(\pi) - I_{j+1}(\pi), \quad j < m$$

下面检查式子:

$$G(j, \pi) \equiv \left\{ b: \sum_{k \in b} p_k [t_k - \nabla I_j(\pi)] > \sum_{k \in \pi_j} p_k [t_k - \nabla I_j(\pi)] \right\}$$

此处的 b 为 $\{f_0, f_1, f_2, f_3\}$ 集合中任何一个元素。下面计算:

$$\sum_{k \in b} p_k [r_k - \nabla I_j(\pi)] \quad , \quad \sum_{k \in \pi_j} p_k [r_k - \nabla I_j(\pi)]$$

经计算比较大小,可以得出:当 b 为 π_0, π_1 时,均不成立,当 b 为其它元素时,把参数代入后进行计算:

$$\sum_{k \in b} p_k [r_k - \nabla I_j(\pi)] > \sum_{k \in \pi_j} p_k [r_k - \nabla I_j(\pi)]$$

并非全部不成立,于是可以得到:

$$\pi_0 = \{1, 2\}$$

为0状态时的最优值。其余的 π_1, π_2, π_3 都不是此状态的最优值,于是在接下来的选择中需要重新进行选择。

只要重复上面的1)到2)步骤,就可以得出最优策略 π 。经过循环计算以后,可以求出最优策略为:

$$\pi_0 = \{1, 2\}, \pi_1 = \{1, 2\}, \pi_2 = \{1\}, \pi_3 = \emptyset$$

防空作战决策中,通过对空袭目标进行选择,提出了基于马尔可夫过程的防空武器目标选择,使得对武器目标的选择。

4 结束语

在防空作战中,探求防空武器目标的选择问题具有重要的军事意义,本文在对现代防空作战分析的基础上,针对不同空袭目标具有不同的威胁度,在空袭目标的选择过程中,综合考虑不同武器对于不同目标的杀伤概率,提出了基于马尔可夫过程的动态武器目标选择的数学模型和算法,给出了算例并进行了求解,进行了有益的尝试。

参考文献:

- [1] 陶英歌,郭乃林. 基于遗传算法的目标分配优化模型研究[J]. 现代防御技术,2003,31(1):21-24.
TAO Yingge, GUO Nailin. Research on the Optimization Model of Target Assignment Based on GA [J]. Modern Defence Technology, 2003, 31(1):21-24. (in Chinese)
- [2] 刘海峰,王君,刘付显. 基于 Greedy 算法的防空作战目标分配[J]. 空军工程大学学报:自然科学版,2004,5(2):48-50.
LIU Haifeng, WANG Jun, LIU Fuxian. Research on the Optimization Model of Target Assignment Based on Greedy [J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2004, 5(2):48-50. (in Chinese)
- [3] 陈云飞,刘玉树,范洁,等. 火力优化分配问题的小生境遗传蚂蚁算法[J]. 计算机应用,2005,25(1):206-209.
CHEN Yunfei, LIU Yushu, FAN Jie, et al. Niche-based Genetic & Ant Colony Optimization Algorithm for Generalized Assignment Problem [J]. Computer Application, 2005, 25(1):206-209. (in Chinese)
- [4] 胡英奇,刘建庸. 马尔可夫决策过程引论[M]. 西安:西安科技大学出版社,2000.
HU Yingqi, LIU Jianyong. The Quote Theory of Markvo Decision-making Process [M]. Xi'an: Xi'an University of Science and Technology Press, 2000. (in Chinese)
- [5] 陈宝林. 最优化理论和算法[M]. 北京:清华大学出版社,1989.
CHEN Baolin. The Optimization of Theory and Algorithm [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1989. (in Chinese)
- [6] 张冠杰. 如何对付多目标攻击[J]. 火控雷达技术,2004,10(2):5-6.
ZHANG Guanjie. How to Deal with Multi Goals Attack [J]. Fire Control and Rader Technology, 2004, 10(2):5-6. (in Chi-

nese)

- [7] 刘 健,王献峰,聂 成. 空袭目标威胁程度评估及排序[J]. 系统工程理论与实践,2001,18(3):18-19.
LIU Jian, WANG Xianfeng, NIE Cheng. Threaten Degree of Air Attack Objective Evaluate and Rank [J]. Theory and Practice of System Engineering, 2001, 18(3): 18-19. (in Chinese)
- [8] 范春彦,韩晓明. 基于最大隶属度的目标威胁评估和排序[J]. 系统工程和电子技术,2005,14(5):23-25.
FAN Chunyan, HAN Xiaoming. Evaluation and Compositor of Goals Threaten Degree Based on Subject Degree [J]. System Engineering and Electron Technology, 2005, 14(5): 23-25. (in Chinese)
- [9] 牛 宏. 防空导弹作战单元在空防对抗中的目标分配研究[D]. 西安:空军工程大学,2006.
NIU Hong. The Study on Target Assignment of Antiaircraft Missile Battle Cell in the Air Defence Confront [D]. Xi'an: Air Force Engineering University, 2006. (in Chinese)
- [10] Locander W B, Scamell R W, Sparkman R M, et al. Media Allocation Model Using Nonlinear Benefit Curves [J]. Journal of Business Research, 1978, 6: 273-293.
- [11] Storms P P A. A Multidimensional Assignment Approach to Multitarget Tracking [D]. Masstrich: Masstricht University, 1998.
- [12] Ayoun A, Smets P. Data Association in Multi-target Detection Using the Transferable Belief Model [J]. Int J Intell Syst, 2001, 16(10): 1167-1182.
- [13] Jeffery D A, Bogyo M. Chemical Proteomic; Enzyme Chemistry Retux [J]. Curr Opi on Chem Biol, 2003, 1(7): 78-83.
- [14] Wacholdere. A Neural Network-based Optimization Algorithm for the Static Weapon-target Assignment Problem [J]. ORSA Journal on Computing, 1989, 5(4): 232-246.

(编辑:田新华)

Anti-aircraft Weapons Target Choice Based on Markov Process

XIE Wu-jie¹, FENG Jin-li²

(1. Department of Training, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China; 2. Office of Air Force Representatives in Factory 430, Xi'an 710021, China)

Abstract: To accurately choose the air attack target and obtain the maximum fire effectiveness, an anti-aircraft weapons target selection strategy based on the Markov process is proposed, which is formulated by looking on the threat degree of the air attack target as the target function. First, the strategic matrix of firepower assignment is defined, then, the state transfer matrix in the target selection process and anticipant benefit function after firing a object are given. Finally the average benefit of anti-air warfare system is expressed by using the firepower assignment strategy. Using this method the objective can be selected instantaneously to adapt battlefield campaign position. Simultaneously an analysis and verification have been done through an example, the results show that this method is feasible and can satisfy the battlefield operational requirement.

Key words: Markvo process; target choice; threat degree