

机载三维纯方位无源定位的可观测性

孙亮¹, 于雷¹, 王凯², 黄俊¹

(1. 空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038; 2. 空军工程大学 导弹学院, 陕西 三原 713800)

摘要:纯方位系统的可观测性,是指系统在纯方位观察条件下,能唯一的求解目标的运动参数。针对三维空间作匀速直线运动的目标,首先建立了观测器与目标之间的矢量图形以及矢量方程;并通过解矢量方程转化为对观测矩阵的分析,最后利用克莱姆法则以及矩阵秩的概念对纯方位系统跟踪的可观测性问题进行了讨论,得到了观测器在匀速直线运动以及匀加速直线运动情况下的观测性结论:匀速直线运动观测器的观测指数恒为常数,目标是不可观测的;匀加速直线运动观测器的观测指数非常数时,目标是可观测的。文中采用的研究方法在机载纯方位目标运动状态的观测性分析中是可行的,对观测载机优化轨迹的生成具有一定的指导意义。

关键词:纯方位量测;三维无源定位;矢量方程;可观测性

中图分类号: TN953 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2008)04-0001-05

单站被动纯方位目标定位,是指通过被动传感器获得的角度信息估计目标状态参数从而确定目标的位置。由于系统方程和/或测量方程呈现出非线性,且仅有角度信息可以利用,目标状态估计的唯一性不能保证。目标运动分析的基本要求就是系统是可观的,即存在唯一定位解,这也是求解目标运动参数的各种滤波方法的基础^[1-5]。系统的可观测性主要依赖两个方面的因素:一是目标与观测器之间的相对位置几何关系^[6];二是本机的机动方式。一些类型的本机机动动作不能确保系统的可观测性,并且还会导致跟踪滤波器的发散^[7]。文献[8]、[9]采用了繁琐的代数方法推导了系统可观测性的充分必要条件;文献[10]推导了更一般的可观测性准则,但是只针对于二维目标定位展开研究。本文研究单传感器在三维环境下的测角无源定位问题,在目标作匀速直线运动的假设下,通过建立观测与目标之间的矢量图形以及求解矢量方程,对纯方位系统跟踪的可观测性问题进行了讨论。

1 系统建模

1.1 坐标系选取

机载测角三维无源定位涉及3个坐标系:载机 NEU(北-东-天)坐标系、载机坐标系和天线坐标系。

载机 NEU 坐标系如图 1 所示,坐标原点 O 在载机中心, X 轴沿该点经线的切线指向北方, Y 轴沿该点纬线的切线指向东方, Z 轴垂直 XOY 面向上。该坐标系称为该点的“北、东、天”地理坐标系。

载机坐标系如图 2 所示,坐标原点取在机轴的中心位置上, X_f 轴为机轴,正向为机头方向, Y_f 轴在机身平面,垂直于机轴, Z_f 轴向上垂直于机身平面。载机坐标系是载机 NEU 坐标系与天线坐标系进行坐标变换的中间系,以载机 NEU 坐标系为参照系测量载机的 3 个姿态角(航向角、俯仰角、横滚角)决定了载机坐标系与载机 NEU 坐标系的变换关系。

天线坐标系如图 3 所示,其坐标原点取在天线的接收中心上, X 轴沿天线轴方向。天线坐标系以载机

收稿日期:2008-03-17

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60601016)

作者简介:孙亮(1982-),男,安徽萧县人,博士生,主要从事机载无源定位技术,航空武器系统总体、仿真与控制研究;E-mail:sunliang1218@163.com

于雷(1962-),男,湖南长沙人,教授,博士生导师,主要从事综合火力与指挥控制、航空电子系统分析和航空武器系统分析等研究。

坐标系为基准坐标系,采用 $Y-X-Z$ 方式转过角度 δ_R-0-0, δ_R 为天线安装角。天线固定安装在载机上,因而安装角是固定的,则天线坐标系与载机坐标系之间有确定的变换关系。各个坐标系之间的转换关系及其转换矩阵可参考文献[11]。

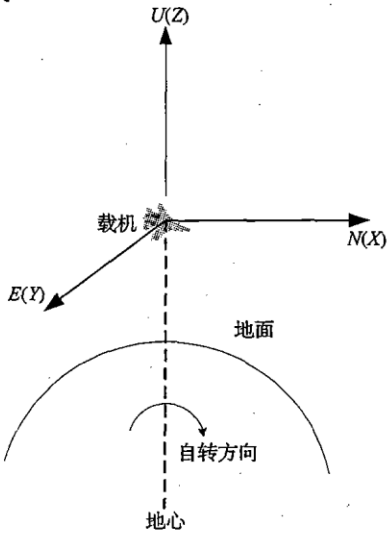


图1 载机 NEU 坐标系
Fig. 1 Plane NEU Coordinate

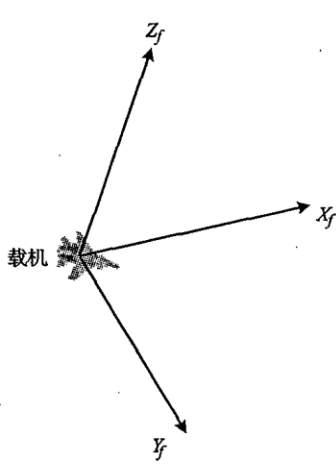


图2 载机坐标系
Fig. 2 Plane Coordinate

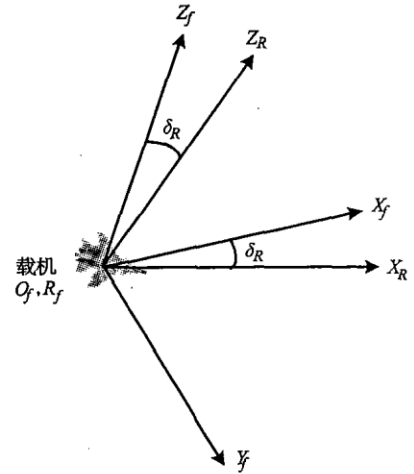


图3 天线坐标系
Fig. 3 Antenna Coordinate

1.2 观测器和目标的三维运动矢量方程建立

图4给出了观测器和目标的三维运动态势。假设目标作匀速直线运动,机载系统的测量量有:由载机导航设备测量的载机地速 V_0 、航迹角 K_0 (航迹角与航向角的关系见文献[11])、载机海拔高度 H_0 和天线坐标系中测量的目标方位角 $\mu'(k)$ 和俯仰角 $\gamma'(k)$ 。观测器和目标的三维运动矢量关系如图5所示。

O_1O_2 段内观测器和目标之间的矢量关系在载机 NEU 坐标系 O_2XYZ 中描述如图(6)。

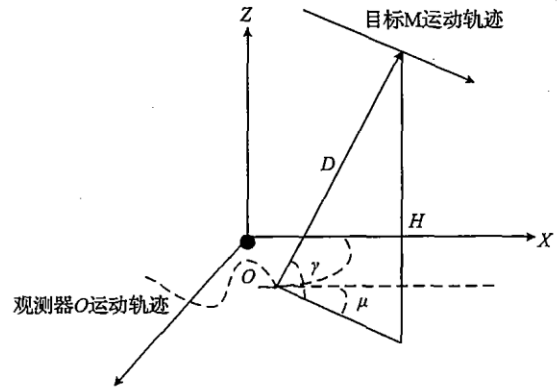


图4 观测器和目标的三维运动关系示意图
Fig. 4 Motion relation between observer and target in three dimension scene

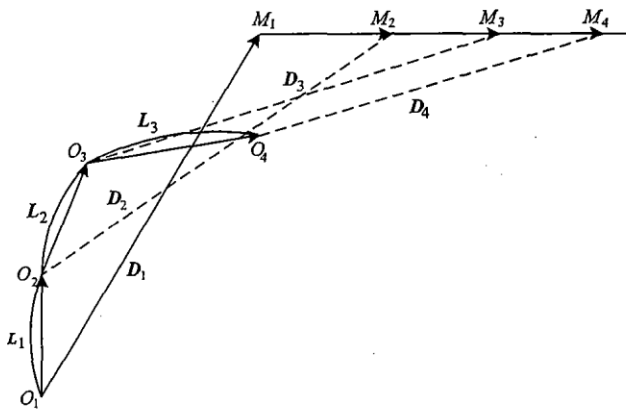


图5 观测器和目标的三维运动矢量关系图
Fig. 5 Three - dimensional motion vectorgraph

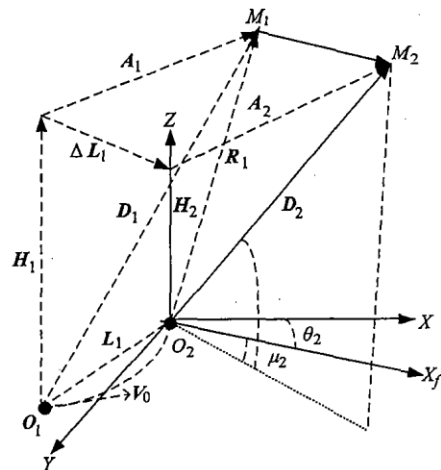


图6 O_1O_2 段内观测器和目标之间的矢量关系
Fig. 6 vector relationship in O_1O_2

1.2.1 O_1O_2 段内的矢量方程

$$O_1 \text{点:} \begin{cases} H_1 + A_1 = D_1 \\ L_1 + R_1 = D_1 \\ L_1 = \int_{t_1}^{t_2} V_o(t) dt \end{cases} \quad (1) \quad O_2 \text{点:} \begin{cases} R_1 + V_m t_{12} = D_2 \\ H_2 + A_2 = D_2 \\ \Delta L_1 + A_2 = A_1 + V_m t_{12} \end{cases} \quad (2)$$

$$D_2 - D_1 = V_m t_{12} - L_1 \quad (3) \quad \text{即:} D_1 - D_2 + V_m t_{12} = L_1 \quad (4)$$

式中: L_1 为观测器从 t_1 时刻 O_1 点机动到 t_2 时刻 O_2 点之间的直线距离; V_o 为观测器的速度大小; V_m 为目标的速度大小; D_1 为 t_1 时刻观测器和目标之间的距离; D_2 为 t_2 时刻观测器和目标之间的距离; H_1, H_2 为 t_1, t_2 时刻观测器和目标之间的相对高度; $t_{12} = t_2 - t_1$ 。

1.2.2 载机 NEU 坐标系 O_2XYZ 中投影

已知 μ_1, γ_1 为 O_1 处目标点 M_1 的方位角和俯仰角; θ_1 为 O_1 点机轴方向 X_f 与载机 NEU 坐标系北向之间的夹角; $\mu_2, \gamma_2, \theta_2$ 分别为载机在 O_2 时刻各个对应角。则 D_1, D_2, L_1, V_m 在载机 NEU 坐标系 O_2XYZ 中的投影为

$$D_1 = D_{1x}i + D_{1y}j + D_{1z}k = D_1 \cos\gamma_1 \cos(\theta_1 + \mu_1)i + D_1 \cos\gamma_1 \sin(\theta_1 + \mu_1)j + D_1 \sin\gamma_1 k \quad (5)$$

$$D_2 = D_{2x}i + D_{2y}j + D_{2z}k = D_2 \cos\gamma_2 \cos(\theta_2 + \mu_2)i + D_2 \cos\gamma_2 \sin(\theta_2 + \mu_2)j + D_2 \sin\gamma_2 k \quad (6)$$

$$L_1 = L_{1x}i + L_{1y}j + L_{1z}k \quad (7) \quad V_m = V_{mx}i + V_{my}j + V_{mz}k \quad (8)$$

式中: i, j, k 为对应 3 个轴的单位矢量。

由此列方程组:

$$\begin{cases} D_1 \cos\gamma_1 \cos(\theta_1 + \mu_1) - D_2 \cos\gamma_2 \cos(\theta_2 + \mu_2) + V_{mx}t_{12} = L_{1x} \\ D_1 \cos\gamma_1 \sin(\theta_1 + \mu_1) - D_2 \cos\gamma_2 \sin(\theta_2 + \mu_2) + V_{my}t_{12} = L_{1y} \\ D_1 \sin\gamma_1 - D_2 \sin\gamma_2 + V_{mz}t_{12} = L_{1z} \end{cases} \quad (9)$$

已知量: $\mu_1, \gamma_1, \theta_1, \mu_2, \gamma_2, \theta_2, L_{1x}, L_{1y}, L_{1z}, t_{12}$; 未知量: $D_1, D_2, V_{mx}, V_{my}, V_{mz}$ 。由此可见该方程组不可解。

同理, 分析 O_2O_3 段矢量关系, 在载机 NEU 坐标系 O_3XYZ 中, $\mu_3, \gamma_3, \theta_3$ 分别为载机在 O_3 时刻各个对应角。对应式(9)可列写标量方程:

$$\begin{cases} D_2 \cos\gamma_2 \cos(\theta_2 + \mu_2) - D_3 \cos\gamma_3 \cos(\theta_3 + \mu_3) + V_{mx}t_{23} = L_{2x} \\ D_2 \cos\gamma_2 \sin(\theta_2 + \mu_2) - D_3 \cos\gamma_3 \sin(\theta_3 + \mu_3) + V_{my}t_{23} = L_{2y} \\ D_2 \sin\gamma_2 - D_3 \sin\gamma_3 + V_{mz}t_{23} = L_{2z} \end{cases} \quad (10)$$

已知量: $\mu_2, \gamma_2, \theta_2, \mu_3, \gamma_3, \theta_3, L_{2x}, L_{2y}, L_{2z}, t_{23}$; 未知量: $D_2, D_3, V_{mx}, V_{my}, V_{mz}$ 。

由式(9)、(10)联立并写成矩阵形式得:

$$\begin{bmatrix} \cos\gamma_1 \cos(\theta_1 + \mu_1) & -\cos\gamma_2 \cos(\theta_2 + \mu_2) & 0 & t_{12} & 0 & 0 \\ \cos\gamma_1 \sin(\theta_1 + \mu_1) & -\cos\gamma_2 \sin(\theta_2 + \mu_2) & 0 & 0 & t_{12} & 0 \\ \sin\gamma_1 & -\sin\gamma_2 & 0 & 0 & 0 & t_{12} \\ 0 & \cos\gamma_2 \cos(\theta_2 + \mu_2) & -\cos\gamma_3 \cos(\theta_3 + \mu_3) & t_{23} & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma_2 \sin(\theta_2 + \mu_2) & -\cos\gamma_3 \sin(\theta_3 + \mu_3) & 0 & t_{23} & 0 \\ 0 & \sin\gamma_2 & -\sin\gamma_3 & 0 & 0 & t_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ V_{mx} \\ V_{my} \\ V_{mz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{1x} \\ L_{1y} \\ L_{1z} \\ L_{2x} \\ L_{2y} \\ L_{2z} \end{bmatrix} \quad (11)$$

2 可观测性分析

记式(11)的系数矩阵为 F , 下面分别讨论观测器作匀速直线运动与匀加速直线运动的观测性问题。

2.1 观测器作匀速直线运动

$$\text{记: } F_1 = \begin{bmatrix} L_{1x} & -\cos\gamma_2 \cos(\theta_2 + \mu_2) & 0 & t_{12} & 0 & 0 \\ L_{1y} & -\cos\gamma_2 \sin(\theta_2 + \mu_2) & 0 & 0 & t_{12} & 0 \\ L_{1z} & -\sin\gamma_2 & 0 & 0 & 0 & t_{12} \\ L_{2x} & \cos\gamma_2 \cos(\theta_2 + \mu_2) & -\cos\gamma_3 \cos(\theta_3 + \mu_3) & t_{23} & 0 & 0 \\ L_{2y} & \cos\gamma_2 \sin(\theta_2 + \mu_2) & -\cos\gamma_3 \sin(\theta_3 + \mu_3) & 0 & t_{23} & 0 \\ L_{2z} & \sin\gamma_2 & -\sin\gamma_3 & 0 & 0 & t_{23} \end{bmatrix}$$

观测器速度在载机 NEU 坐标系中 3 个分量 V_{ox}, V_{oy}, V_{oz} 为已知量,且: $L_{1x} = V_{ox}t_{12}, L_{1y} = V_{oy}t_{12}, L_{1z} = V_{oz}t_{12},$
 $L_{2x} = V_{ox}t_{23}, L_{2y} = V_{oy}t_{23}, L_{2z} = V_{oz}t_{23}$

定义向量

$$a_1 = \begin{bmatrix} L_{1x} \\ L_{1y} \\ L_{1z} \\ L_{2x} \\ L_{2y} \\ L_{2z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{ox}t_{12} \\ V_{oy}t_{12} \\ V_{oz}t_{12} \\ V_{ox}t_{23} \\ V_{oy}t_{23} \\ V_{oz}t_{23} \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -\cos\gamma_2 \cos(\theta_2 + \mu_2) \\ -\cos\gamma_2 \sin(\theta_2 + \mu_2) \\ -\sin\gamma_2 \\ \cos\gamma_2 \cos(\theta_2 + \mu_2) \\ \cos\gamma_2 \sin(\theta_2 + \mu_2) \\ \sin\gamma_2 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\cos\gamma_3 \cos(\theta_3 + \mu_3) \\ -\cos\gamma_3 \sin(\theta_3 + \mu_3) \\ -\sin\gamma_3 \end{bmatrix}, a_4 = \begin{bmatrix} t_{12} \\ 0 \\ 0 \\ t_{23} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, a_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ t_{12} \\ 0 \\ 0 \\ t_{23} \\ 0 \end{bmatrix}, a_6 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ t_{12} \\ 0 \\ 0 \\ t_{23} \end{bmatrix}$$

有 $a_1 = V_{ox}a_4 + V_{oy}a_5 + V_{oz}a_6$ 。因此,由行列式的性质可得到: $|F_1| = 0$ 。

若 $|F| \neq 0$,根据克莱姆法则,方程组有唯一解。

当 $|F| \neq 0$,有 $D_1 = \frac{|F_1|}{|F|} = 0$ 。而实际上,总是存在 $D_1 > 0$ 。这与求解的 $D_1 = 0$ 矛盾,故在 $|F| \neq 0$ 时,不存在目标运动参数的唯一解。

若 $|F| = 0$,方程组无解或有无穷多解,则不存在目标运动参数的唯一解。

因此,在观测器作匀速直线运动条件下,目标运动状态是不可观测的。

2.2 观测器作匀加速直线运动

$$L_{1x} = V_{ox}t_{12} + \frac{1}{2}a_{ox}t_{12}^2, L_{1y} = V_{oy}t_{12} + \frac{1}{2}a_{oy}t_{12}^2, L_{1z} = V_{oz}t_{12} + \frac{1}{2}a_{oz}t_{12}^2,$$

$$L_{2x} = V_{ox}t_{23} + \frac{1}{2}a_{ox}t_{23}^2, L_{2y} = V_{oy}t_{23} + \frac{1}{2}a_{oy}t_{23}^2, L_{2z} = V_{oz}t_{23} + \frac{1}{2}a_{oz}t_{23}^2$$

满足可观测的条件为: $|F| \neq 0; |F_1| \neq 0, |F_2| \neq 0, |F_3| \neq 0, |F_4| \neq 0, |F_5| \neq 0, |F_6| \neq 0$ 。($F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6$ 为对应的替代矩阵)

同理,若 $|F| = 0$,则方程组无解或有无穷多解,不存在目标运动参数的唯一解。

考察 $|F| = 0$,即:

$$\begin{vmatrix} \cos\gamma_1 \cos(\theta_1 + \mu_1) & -\cos\gamma_2 \cos(\theta_2 + \mu_2) & 0 & t_{12} & 0 & 0 \\ \cos\gamma_1 \sin(\theta_1 + \mu_1) & -\cos\gamma_2 \sin(\theta_2 + \mu_2) & 0 & 0 & t_{12} & 0 \\ \sin\gamma_1 & -\sin\gamma_2 & 0 & 0 & 0 & t_{12} \\ 0 & \cos\gamma_2 \cos(\theta_2 + \mu_2) & -\cos\gamma_3 \cos(\theta_3 + \mu_3) & t_{23} & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma_2 \sin(\theta_2 + \mu_2) & -\cos\gamma_3 \sin(\theta_3 + \mu_3) & 0 & t_{23} & 0 \\ 0 & \sin\gamma_2 & -\sin\gamma_3 & 0 & 0 & t_{23} \end{vmatrix} = 0 \quad (12)$$

经计算并简化得到:

$$\tan\gamma_1 \sin[(\theta_2 - \theta_3) + (\mu_2 - \mu_3)] + \tan\gamma_2 \sin[(\theta_3 - \theta_1) + (\mu_3 - \mu_1)] + \tan\gamma_3 \sin[(\theta_1 - \theta_2) + (\mu_1 - \mu_2)] = 0 \quad (13)$$

解得: $\frac{\tan\gamma_i}{\sin(\theta_i + \mu_i)} = C$ (常数) 或 $\frac{\tan\gamma_i}{\cos(\theta_i + \mu_i)} = C$ (常数)。

则 $|F| \neq 0$ 的条件为 $\frac{\tan\gamma_i}{\sin(\theta_i + \mu_i)} \neq C$ (常数) 且 $\frac{\tan\gamma_i}{\cos(\theta_i + \mu_i)} \neq C$ (常数)。

此时,经计算可验证 $|F_1| \neq 0, |F_2| \neq 0, |F_3| \neq 0, |F_4| \neq 0, |F_5| \neq 0, |F_6| \neq 0$ 。

定义 $\lambda_1 = \frac{\tan\gamma_i}{\sin(\theta_i + \mu_i)}, \lambda_2 = \frac{\tan\gamma_i}{\cos(\theta_i + \mu_i)}$ 为观测器的观测指数。由此可见:

若 $\lambda_1 = C$ 或 $\lambda_2 = C$ (常数),目标是不可观测的;对匀速直线运动的观测器同样成立。

则观测器作匀加速直线运动时,目标可观测的条件为 $\lambda_1 \neq C$ 且 $\lambda_2 \neq C$ (常数)。

3 结论

针对机载测角三维无源定位的可观测性问题,本文从观测与目标之间的矢量图形以及矢量方程入手,对

纯方位系统跟踪的可观测性问题进行了讨论。给出了系统可观测性需求的数学说明。在实际情况中为了提高系统的可观测性,本机所应该采取的实时最佳机动是必须解决的课题,这也是下一步的研究方向。

参考文献:

- [1] Song T L. Observability of Target Tracking with Bearing - only Measurements[J]. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, 1996, 32(4): 1468 - 1472.
- [2] Petridis V. A Method for Bearing - only Velocity and Position Estimation [J]. IEEE Trans on AC, 1981, 26(2): 488 - 493.
- [3] Mangzuo S. Range Information Extraction from Tracking Data Using Object Kinematic Parameters [J]. SPIE, 1995, 2561: 484 - 488.
- [4] 何友, 关欣, 衣晓. 纯方位二维运动目标的不可观测性问题研究[J]. 系统工程与电子技术, 2003, 25(1): 11 - 14.
HE You, GUAN Xin, YI Xiao. Research on the Unobservability Problem for Two - dimensional Tracking Based on Bearings - only Measurements[J]. Systems Engineering and Electronics, 2003, 25(1): 11 - 14. (in Chinese)
- [5] Krohann T R. Bearings - Only Target Motion Analysis Based on A Multi - hypothesis Kalman Filter and Adaptive Ownship Motion Control[J]. IEEE Proc Radar, Sonar Navigation, 1998, 154(4): 247 - 252.
- [6] Ferdowsi M H. Observability Conditions for Target States with Bearing - only Measurements in Three - dimensional Case[C]//IEEE International Conference on Control Applications, 2006: 1444 - 1449.
- [7] Mounir Ben Ghalia, Ali T Alouani. Observability Requirements for Passive Target Tracking[C]//IEEE System Theory, 25th Southeastern Symposium, 1993: 253 - 257.
- [8] Nardone S C, Aidala V J. Observability Criteria for Bearings - only Target Motion Analysis [J]. IEEE Trans On Aerospace and Electronic Systems, 1981, 17(2): 162 - 166.
- [9] Hammel S E, Aidala V J. Observability Requirement for Three - dimensional Tracking Via Angle Measurements [J]. IEEE Trans On Aerospace and Electronic Systems, 1985, 21(2): 200 - 207.
- [10] Payne A N. Observability Problem for Bearings - Only Tracking [J]. Int Journal of Control, 1989, 49(3): 761 - 768.
- [11] 张安, 周志刚. 航空综合火力控制原理[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1997.
ZHANG An, ZHOU Zhigang. Theory on Integrated Aerial Fire Control [M]. Xi'an: Northwesten Polytechnical University Press, 1997. (in Chinese)

(编辑: 姚树峰)

Research on the Observability Problem for Three - dimensional Bearings - Only Location of Aircraft

SUN Liang¹, YU Lei¹, WANG Kai², HUANG Jun¹

(1. Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 713800, China; 2. Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, Shaanxi, China)

Abstract: A bearings - only system is considered to be observable if, and only if, the target motion parameters can be uniquely determined by bearings - only observations. The problem of observability for bearings - only target location is discussed in this paper based on the target traveling in the three - dimensional space at a uniform velocity. The vector - graph between target and observer is drawn and vector equations are founded, by utilizing Gramme rule and rank of matrix, the observability of the observer with a uniform velocity and a uniform acceleration is obtained. It is shown that the target is unobservable toward observer with a uniform velocity as the observability index is a constant; the target is observable if the observability index is not a constant toward observer with a uniform acceleration. The study done in this paper is valuable to solving the bearings - only target observability analysis and it is of constructive sense to producing optimal trajectory of the observer.

Key words: bearings - only; three - dimensional target location; vector equations; observability