

# 一种新的多轴疲劳寿命预测模型

乔艳江，赵剑峰，杨尊袍，孙强，李静  
(空军工程大学 理学院, 陕西 西安 710051)

**摘要:** 基于 SAE 1045 中碳钢和 40CrNiMo 合金钢的疲劳试验结果, 分别建立了单轴和多轴疲劳应变 - 寿命模型, 寻求了两种模型的关系, 发现: 就所研究的两种材料而言, 如果假设单轴疲劳应变 - 寿命模型(Manson - Coffin 方程)中的疲劳强度指数和疲劳延性指数不变, 而对疲劳强度系数乘以 1.0937、疲劳延性系数乘以 0.7512, 以 von Mises 等效应变幅取代单轴拉压应变幅, 则修正后的单轴模型等价于多轴模型。修正后的多轴疲劳寿命预测模型中, 弹性线上移, 塑性线下移的事实表明: 对于同样大小的应变幅, 单轴疲劳中的弹性应变分量大于多轴疲劳中的弹性应变分量, 而单轴疲劳中的塑性应变分量小于多轴疲劳中的塑性应变分量。利用修正后的模型可以预测多轴疲劳寿命。

**关键词:** 单轴疲劳; 多轴疲劳; von Mises 等效应变; 寿命预测

**中图分类号:** TH114; O346.2 **文献标识码:**A **文章编号:** 1009-3516(2008)03-0079-04

工程实际中, 大多数机械和工程结构因多轴交变载荷的作用而发生疲劳失效, 由于多轴疲劳理论及试验的复杂性, 许多学者试图寻求单 - 多轴疲劳模型之间的关系, 以便利用单轴疲劳的试验规律预测机械和工程结构的多轴疲劳寿命<sup>[1-3]</sup>。

文献[4]、[5]以 von Mises 等效应变幅取代单轴应变 - 寿命关系中的(拉压)应变幅, 直接利用所得关系预测材料的纯剪切疲劳寿命。文献[6]对单轴应变 - 寿命关系中的疲劳强度系数进行了修正, 并以 von Mises 等效应变幅取代了(拉压)应变幅, 之后, 便以修正后的等效应变 - 寿命关系预测材料的多轴疲劳寿命。后面将看到, 上述两种预测多轴疲劳寿命的方法, 对于 SAE 1045 中碳钢而言, 预测结果与实际试验结果相差甚远, 而对于 40CrNiMo 合金钢来说, 第二种方法在低循环范围内, 高估了材料的多轴疲劳寿命。

鉴于上述, 本文分别利用 SAE 1045 中碳钢和 40CrNiMo 合金钢单 - 多轴疲劳试验结果, 以 Manson - Coffin 方程为基础, 对单轴疲劳寿命的预测模型进行修正, 得到了多轴疲劳寿命的预测模型, 并对所得模型进行了验证。

## 1 传统的多轴疲劳寿命预测模型

在众多的单轴疲劳寿命预测模型中, Manson - Coffin 方程应用最多, 其表达式为<sup>[7]</sup>

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\sigma_f}{E} (2N)^b + \varepsilon'_f (2N)^c \quad (1)$$

式中,  $\Delta \varepsilon$  是应变范围,  $E$  是 Young's 弹性模量,  $N$  是疲劳寿命,  $\sigma_f$  是疲劳强度系数,  $b$  是疲劳强度指数,  $\varepsilon'_f$  是疲劳延性系数,  $c$  是疲劳延性指数。

为利用式(1)估算多轴疲劳寿命, 文献[4-5]以 von Mises 等效应变幅取代(单轴拉压)应变幅, 直接得到多轴疲劳寿命的预测模型为<sup>[4-5]</sup>

收稿日期: 2007-10-30

基金项目: 空军工程大学理学院学术基金资助项目

作者简介: 乔艳江(1982-), 男, 山西交城人, 博士生, 主要从事航空材料及其应用研究。

E-mail: qiaoyanjiang@sina.com.cn

$$\frac{\Delta \varepsilon_{eq}}{2} = \frac{\sigma_f}{E} (2N)^b + \varepsilon'_f (2N)^c \quad (2)$$

文献[6]对式(1)做了修正,得到<sup>[6]</sup>:

$$\frac{\Delta \varepsilon_{eq}}{2} = \frac{0.8667 \sigma_f}{E} (2N)^b + \varepsilon'_f (2N)^c \quad (3)$$

比较式(3)与式(1),可见二者的差别有两点:一是 von Mises 等效应变幅取代了(单轴拉压)应变幅,二是疲劳强度系数由  $\sigma_f$  变为  $0.8667\sigma_f$ ,换句话说,式(3)的本质在于:将单轴疲劳中的弹性线向下平移了 0.1333 个单位,而塑性线没变,从而降低了弹性应变分量对疲劳的影响。

## 2 多轴疲劳寿命预测的新模型

文献[8]对 SAE1045 中碳钢进行了单轴与多轴疲劳试验,试验过程中,单轴疲劳采用光滑试件,多轴疲劳采用含横向中心圆孔的实心圆柱试件,多轴疲劳试验过程中,给试件同步施加扭转和拉伸载荷,并以  $\lambda$  表示扭转名义应力幅与拉伸名义应力幅的比值,在  $\lambda$  分别等于 0、0.5、2 和  $\infty$  的情形下进行了试验,试验结果见图 1—图 2<sup>[8]</sup>。图 2 中的符号:○、□、△、× 分别对应于  $\lambda$  等于 0、0.5、2 和  $\infty$ ,图中的纵坐标 von Mises 等效应变幅是利用有限元方法计算得到的<sup>[8]</sup>。现在,以 Manson-Coffin 方程(1)为基础,对图 1 中的单轴疲劳试验数据进行函数拟合,得到:

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = 0.0046 (2N)^{-0.14} + 0.3897 (2N)^{-0.5235} \quad (4)$$

式(4)就是 SAE1045 中碳钢的单轴疲劳应变-寿命方程,相应的曲线如图 1 所示,对于确定的应变幅,利用式(4)或图 1,就可以预测材料的单轴应变疲劳寿命。

为了预测 SAE1045 中碳钢的多轴疲劳寿命,假设多轴疲劳应变-寿命方程的形式与式(4)相同,而且,方程中的疲劳强度指数  $b$  和疲劳延性指数  $c$  仍然分别是 -0.14 和 -0.5235,以 von Mises 等效应变幅取代式(4)中的应变幅,对图 2 中的所有试验数据进行函数拟合,得到:

$$\frac{\Delta \varepsilon_{eq}}{2} = 0.0050 (2N)^{-0.14} + 0.2928 (2N)^{-0.5235} \quad (5)$$

式(5)就是 SAE1045 中碳钢的多轴疲劳应变-寿命方程,相应的曲线如图 2 所示,对于确定的 von Mises 等效应变幅,无论比值  $\lambda$  等于多少,利用式(5)或图 2,就可以预测材料的多轴应变疲劳寿命。

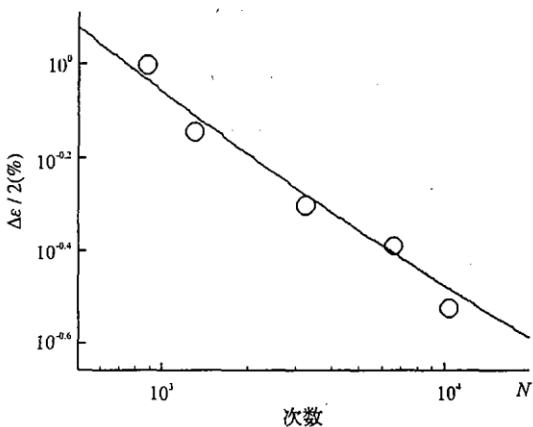


图 1 SAE1045 中碳钢的单轴疲劳试验结果

Fig. 1  $\Delta\varepsilon/2 - N$  curve for SAE 1045 steel

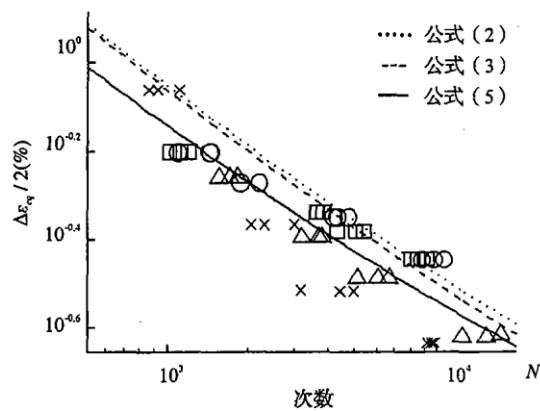


图 2 SAE1045 中碳钢的多轴疲劳试验结果

Fig. 2  $\Delta\varepsilon_{eq}/2 - N$  curve for SAE 1045 steel

比较式(4)、(5)可见,多-单轴疲劳强度系数的比值是 1.087,疲劳延性系数的比值是 0.7513,因此,式(5)等价于:

$$\frac{\Delta \varepsilon_{eq}}{2} = \frac{1.087 \sigma_f'}{E} (2N)^b + 0.7513 \varepsilon'_f (2N)^c \quad (6)$$

式(6)实际上就是 SAE1045 中碳钢单轴疲劳应变-寿命方程的修正,它表明,只要知道了单轴疲劳的试

验结果,就可预测多轴应变疲劳寿命。甚至,如果没有单轴疲劳试验结果,利用文献[9]的公式可以理论估算 $\sigma'_f$ 、 $b$ 、 $\varepsilon'_f$ 和 $b$ ,进而可以理论估算材料的多轴疲劳寿命。

与传统的多轴疲劳寿命预测模型式(2)、式(3)不同,新的模型式(6)将单轴疲劳中的弹性线向上平移了0.087个单位,而将塑性线又向下平移了0.2487个单位,从而,增大了弹性应变分量对疲劳的影响,降低了塑性应变分量的影响。

图2表明,对于SAE1045中碳钢来说,传统模型式(2)、式(3)没有多大差别,它们都没能反映材料多轴疲劳的本质,在绝大多数情况下它们高估了材料的多轴疲劳寿命,相比之下,新的模型式(6)较好地反映了材料的多轴疲劳性能,利用该模型,能够较为准确地预测材料的多轴疲劳寿命。

文献[10]以第一主应变应变幅替代式(1)中的单轴拉压应变幅,得到了多轴疲劳寿命预测的统一模型,其中的修正系数分别是1.5435和0.6713,与式(6)中的修正系数1.087、0.7513相比,可见多轴疲劳寿命预测模型中,不同的应变量(第一主应变或von Mises等效应变)导致模型中弹性线上移、塑性线下移不同的量。

### 3 模型验证

文献[4]、[5]对40CrNiMo合金钢分别进行了轴向和剪切疲劳试验,函数拟合试验结果后,对轴向疲劳有

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = 0.0052(2N)^{-0.07767} + 0.8312(2N)^{-0.7320} \quad (7)$$

为了预测纯剪切疲劳寿命,文献[4]、[5]利用如下关系:

$$\frac{\Delta\varepsilon_{eq}}{2} = 0.0052(2N)^{-0.07767} + 0.8312(2N)^{-0.7320} \quad (8)$$

式(8)对应于式(2),相应的曲线如图3所示,对该曲线或式(8),正如文献[4]、[5]指出的那样,在低循环范围内,它高估了材料的疲劳寿命。然而,如果利用式(6)来修正式(7),则预测纯剪切疲劳寿命的模型是

$$\frac{\Delta\varepsilon_{eq}}{2} = 0.0057(2N)^{-0.07767} + 0.6245(2N)^{-0.7320} \quad (9)$$

与式(9)对应的曲线见图3,同时,为便于比较,图3还绘出了式(3)对应的曲线。可见,3条曲线中,式(3)与式(9)对应的曲线都能够较为精确地预测40CrNiMo合金钢的纯剪切疲劳寿命。

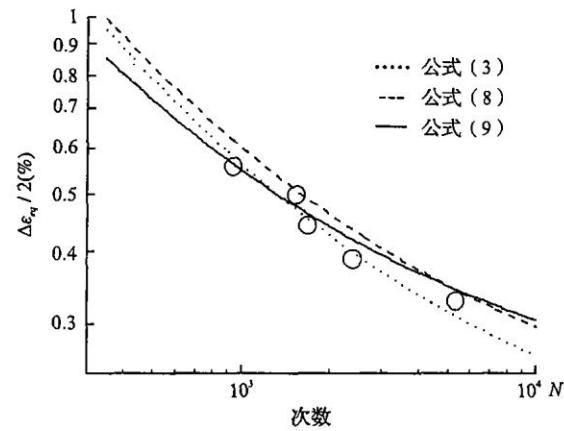


图3 40CrNiMo合金钢的应变-寿命曲线

Fig. 3  $\Delta\varepsilon_{eq}/2 - N$  curve for 40CrNiMo steel

### 4 结论

新的多轴疲劳寿命预测模型是 $\frac{\Delta\varepsilon_{eq}}{2} = \frac{1.087\sigma'_f}{E}(2N)^b + 0.7513\varepsilon'_f(2N)^c$ 。该模型中, $\sigma'_f$ 、 $b$ 、 $\varepsilon'_f$ 和 $c$ 是单轴疲劳常数。只要知道了单轴疲劳的试验结果,就可以预测多轴应变疲劳寿命。甚至,如果没有单轴疲劳试验结果,利用文献[9]的公式可以理论估算 $\sigma'_f$ 、 $b$ 、 $\varepsilon'_f$ 和 $c$ ,进而可以理论估算材料的多轴疲劳寿命。

多轴疲劳寿命预测模型中,弹性线上移塑性线下移的事实似乎表明:对于同样大小的应变幅,单轴疲劳中的弹性应变分量大于多轴疲劳中的弹性应变分量,而单轴疲劳中的塑性应变分量小于多轴疲劳中的塑性应变分量。

## 参考文献:

- [1] Camilla A. Goncalves, Jose A. Araujo, Edgar N. Mamiya. Multiaxial fatigue: a Stress Based Criterion for Hard Metals [J]. International Journal Fatigue. 2005, 27: 177 – 187.
- [2] Liu Yongming, Sankaran Mahadevan. Multiaxial High – cycle Fatigue Criterion and Life Prediction [J]. International Journal Fatigue. 2005, 27: 790 – 800.
- [3] Shang Deguang, Wang Dejun. A New Multiaxial Fatigue Damage Model Based on the Critical Plane Approach [J]. International Journal Fatigue. 1998, 20(3): 241 – 245.
- [4] 蒲泽林, 刘宗德, 杨昆, 等. 汽轮机联轴器螺栓剪切疲劳试验研究[J]. 机械强度. 2002, 24(4): 588 – 590.  
PU Zelin, LIU Zongde, YANG Kun, et al. Experimental Study on Torsional Fatigue Behavior of Coupling Bolt for the Steam Turbine [J]. Journal of Mechanical Strength. 2002, 24(4): 588 – 590. (in Chinese)
- [5] 蒲泽林, 杨昆, 刘宗德, 等. 汽轮机联轴器螺栓疲劳特性及寿命预测模型的研究[J]. 中国电机工程学报, 2002, 22(7): 90 – 94.  
PU Zelin, YANG Kun, LIU Zongde, et al. An Experimental Study on Fatigue Behavior and Life Prediction Model of Coupling Bolt for the Steam Turbine [J]. Proceedings of the CSEE, 2002, 22(7): 90 – 94. (in Chinese)
- [6] 赵少汴. 多轴疲劳的应变 – 寿命曲线[J]. 机械强度, 1999, 21(4): 305 – 306.  
ZHAO Shaobian. Strain life Curve in Multiaxial Fatigue [J]. Journal of Mechanical Strength. 1999, 21(4): 305 – 306. (in Chinese)
- [7] Coffin L F. A Study of the Effects of Cyclic Thermal Stresses on a Ductile Metal[J]. ASME J Engineering Mater Tech, 1954, 76: 931 – 950.
- [8] Yip Ming – Chuen, Jen Yi – Ming. Baxial Fatigue Crack Initiation Life Prediction of Solid Cylindrical Specimens With Transverse Circular Holes[J]. International Journal Fatigue. 1996, 18(2): 111 – 117.
- [9] Manson S S, Hirschberg M H. Fatigue Behavior in Strain Cycling in the Low and Inter – mediate Cycle Range [C]. Fatigue – An interdisciplinary approach, Proceedings of The 10th Sagamore Army Materials Research Conference Burke J J and Weiss Volker. Syracuse, New York: Syracuse University Press, 1964. 133 – 178.
- [10] 张忠平, 李静, 张春山, 等. 一种多轴疲劳寿命预测的统一模型[J]. 空军工程大学学报: 自然科学版, 2007, 8(4): 12 – 14.  
ZHANG Zhongping, LI Jing, ZHANG Chunshan, et al. A Unified Model for Prediction Multi – axial Fatigue Life [J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2007, 8(4): 12 – 14. (in Chinese)

(编辑:姚树峰)

## A New Predication Model for Multi – Axial Fatigue Life

QIAO Yan – jiang, ZHAO Jian – feng, YANG Zun – pao, SUN Qiang, Li Jing  
(Science Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, 710051, China)

**Abstract:** Based on the fatigue test results of SAE 1045 medium carbon steel and 40CrNiMo alloy steel, the axial and multi – axial fatigue life predication models are founded respectively. Relationship between the two kinds of models is studied. It is found that, so far as the two kinds materials are concerned, if the fatigue strength exponent and the fatigue ductility exponent are constant, while the fatigue strength coefficient times 1.0937 and the fatigue ductility coefficient times 0.7512, the von Mises equivalent strain amplitude replaces the axial push – pull strain amplitude, then the modified axial fatigue life predication model is equivalent to the multi – axial fatigue life predication model. In the modified prediction model of multi – axial fatigue, the fact that the elastic line shifts up while the plastic line down indicates that given the same strain amplitude, the elastic strain component in uni – axial fatigue is larger than that in multi – axial fatigue while the plastic strain component in uni – axial fatigue is smaller than that in multi – axial fatigue. Therefore the revised axial fatigue life predication model can be used to predict the multi – axial fatigue life.

**Keywords:** axial fatigue; multi – axial fatigue; von Mises equivalent strain; fatigue life predication