

一种预测高阶 PIM 电平的数学模型

梁建刚, 王积勤, 姜义武
(空军工程大学 导弹学院, 陕西 三原 713800)

摘要: 鉴于引起 PIM 电平的因素很复杂, 难以建立器件的准确电路模型, 无法使用常用非线性电路的分析方法这一问题, 针对无源器件弱非线性特点, 采用幂级数表征其传递函数, 建立了一种预测高阶 PIM 电平的数学模型, 利用低阶产物电平的测量值预测高阶产物的电平, 并对该数学模型进行了验证。结果表明, 该模型计算简单, 便于编程, 准确可行。

关键词: 幂级数法; PIM; 预测模型; 高阶产物

中图分类号: TN72 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2008)02-0064-04

PIM (Passive Intermodulation) 电平一般比热噪声电平低, 远远低于发射功率电平, 在发射频段上检测不到, 它们不影响发射信号的质量。但是, 这些微弱的交调产物落入接收频段, 如果耦合到大功率卫星接收机中, 就会远远超过接收机热噪声的最低限度, 大大降低接收机的灵敏度, 并减少卫星容量, 甚至使卫星失效^[1-3]。一般说来, 随着 PIM 阶次的升高, PIM 功率电平迅速减小, 因此, 高阶 PIM 电平很低, 难以测量。如何对高阶 PIM 电平进行有效的预测, 是 PIM 问题研究中的一个重要课题。鉴于引起 PIM 的因素很复杂, 难以建立器件的准确电路模型, 很难用一个确切的数学模型来描述这种非线性。因此, 对于 PIM 电平的预测无法使用常用的非线性电路的分析方法。对于这个问题, 目前是这样解决的: 先测量出低阶 (一般是 3 阶) 互调产物的功率电平, 再利用适当的方法, 进行曲线拟合, 得出输入输出之间的对应关系, 从而对高阶互调产物的功率电平进行预测。本文采用幂级数法来进行高阶 PIM 电平的预测。

1 任意载波输入的数学模型

幂级数法是拟合曲线的基本方法, 该方法被广泛用来分析互调问题^[4-6]。幂级数法预测高阶互调产物电平的基本原理是: 先测量出低阶 (一般是 3 阶) 互调产物的功率电平, 再利用幂级数进行曲线拟合, 分析输入输出之间的一一对应关系, 对高阶互调产物的功率电平进行预测。

用幂级数法进行分析时, 通常是将输出展开, 进行三角化简, 将相同频率项合并。但即使是对于最简单的问题 (如输入双载波的情况), 这种方法也很繁琐^[7]。从双载波输入情况的分析可以看出, 其实我们对输出的完全展开并不感兴趣, 而只是对输出中的某个特定频率的幅度值感兴趣。因此, 我们给出了一种计算非线性器件输出中任一频率幅度的数学公式。这种公式的优点是既便于手工计算, 也易于编程, 并且它可以用来计算任意载波的情形。

设某一非线性器件输入为 x , 输出为 y , 用幂级数表示为

$$y = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k \quad (1)$$

若 $x = x_1 + x_2 + \dots + x_M, x_i = E_i \cos \theta_i, \theta_i = \omega_i t (i = 1, 2, \dots, M)$ (忽略了相位项), 则

收稿日期: 2007-03-29

基金项目: 国家重点实验室预研基金资助项目 (99JS63.2JB2202)

作者简介: 梁建刚 (1975-), 男, 安徽肥东人, 讲师, 博士, 主要从事微波电路与系统研究;

E-mail: cat-liang1975@163.com

王积勤 (1935-), 男, 山东龙口人, 教授, 博士生导师, 主要从事微波电路与系统研究。

$$y = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \left(\sum_{i=1}^M x_i \right)^k \tag{2}$$

由多项式定理得^[8]

$$\left(\sum_{i=1}^M x_i \right)^k = \sum_{n_1, n_2, \dots, n_M} \frac{k! x_1^{n_1} x_2^{n_2} \dots x_M^{n_M}}{n_1! n_2! \dots n_M!} \tag{3}$$

式中, n_1, n_2, \dots, n_M 为非负整数, 且满足 $n_1 + n_2 + \dots + n_M = k$ 。式(3)的分子可写成:

$$x_1^{n_1} x_2^{n_2} \dots x_M^{n_M} = \left[\prod_{i=1}^M E_i^{n_i} \right] \left[\prod_{i=1}^M (\cos \theta_i)^{n_i} \right] \tag{4}$$

根据 Euler 恒等式和二项式定理^[6], 式(4)右边第二项可展开为

$$\prod_{i=1}^M (\cos \theta_i)^{n_i} = \prod_{i=1}^M \left(\frac{1}{2} \right)^{n_i} \sum_{k_i=0}^{n_i} \frac{n_i!}{k_i! (n_i - k_i)!} (e^{j(2k_i - n_i)\theta_i}) \tag{5}$$

由于 $n_1 + n_2 + \dots + n_M = k$, 则

$$\prod_{i=1}^M (\cos \theta_i)^{n_i} = \frac{1}{2^k} \sum_{k_1=0}^{n_1} \sum_{k_2=0}^{n_2} \dots \sum_{k_M=0}^{n_M} \left[\prod_{i=1}^M \frac{n_i!}{k_i! (n_i - k_i)!} \right] e^{[j \sum_{i=1}^M (2k_i - n_i)\theta_i]} \tag{6}$$

于是, 式(3)可展开成如下形式:

$$\left(\sum_{i=1}^M x_i \right)^k = \sum_{n_1, n_2, \dots, n_M} \frac{k! E_1^{n_1} E_2^{n_2} \dots E_M^{n_M}}{2^k} \sum_{k_1=0}^{n_1} \sum_{k_2=0}^{n_2} \dots \sum_{k_M=0}^{n_M} \prod_{i=1}^M \frac{1}{k_i! (n_i - k_i)!} e^{[j \sum_{i=1}^M (2k_i - n_i)\theta_i]} \tag{7}$$

式(7)中包含频率形式为: $\theta = \alpha_1 \theta_1 + \alpha_2 \theta_2 + \dots + \alpha_M \theta_M$, 其中 $\alpha_i (i = 1, 2, \dots, M)$ 是整数。从式(7)可以看出, 通过选择 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M$ 的值, 可以得到一个特定交调频率 θ 的幅度值。而只有满足 $2k_i = n_i \pm \alpha_i$ 的那些项才对选定的交调频率有贡献。若令 V_k^* 表示式(7)中满足上述条件的部分, 则

$$V_k^* = V_k \cos(\alpha_1 \theta_1 + \alpha_2 \theta_2 + \dots + \alpha_M \theta_M) \tag{8}$$

式中,

$$V_k = \sum_{n_1, n_2, \dots, n_M} \frac{k! E_1^{n_1} E_2^{n_2} \dots E_M^{n_M}}{2^{k-1}} \left[\prod_{i=1}^M \frac{1}{\left(\frac{n_i + \alpha_i}{2} \right)! \left(\frac{n_i - \alpha_i}{2} \right)!} \right] \tag{9}$$

当 $\theta = 0$ 时, 式(9)必须除以2。因为, 此时所有的 α 值为零, 即只有一组 k_i 值对 V_k^* 有贡献。这种情形对应着直流项。

从式(9)可以看出, n_i 必须满足如下条件:

$$n_i = |\alpha_i| + 2q_i \quad (q_i \text{ 为非负整数}) \tag{10}$$

交调频率 θ 的阶数定义为

$$N = |\alpha_1| + |\alpha_2| + \dots + |\alpha_M| \tag{11}$$

于是, 有

$$q_1 + q_2 + \dots + q_M = \frac{1}{2}(k - N) \tag{12}$$

对 q_1, q_2, \dots, q_M 求和, 则式(9)变为

$$V_k = \sum_{q_1, q_2, \dots, q_M} \frac{k! E_1^{|\alpha_1| + 2q_1} E_2^{|\alpha_2| + 2q_2} \dots E_M^{|\alpha_M| + 2q_M}}{2^{k-1}} \left[\prod_{i=1}^M \frac{1}{(q_i + |\alpha_i|)! q_i!} \right] \tag{13}$$

从这个新的求和公式可以看出, 如果 $(k - N)$ 不是一个非负偶数, 则 $V_k = 0$ 。也就是说, N 阶交调只能由式(1)中 k 大于或等于 N 的各项产生, 并且 k 与 N 的奇偶性相同。考虑到这一点, 结合式(1), 得到 N 阶交调产物总的幅度为

$$V = a_N V_N + a_{N+2} V_{N+2} + a_{N+4} V_{N+4} + \dots \tag{14}$$

根据式(13), 有

$$V = \sum_{L=0}^{\infty} \left(\frac{a_{N+2L} (N + 2L)!}{2^{N+2L-1}} \sum_{q_1, q_2, \dots, q_M} \prod_{i=1}^M \frac{E_i^{|\alpha_i| + 2q_i}}{(q_i + |\alpha_i|)! q_i!} \right) \tag{15}$$

上式只适用于 $\theta \neq 0$ 的情形, 对于 $\theta = 0$ (即 $N = 0$), 对应的直流项为

$$V = \sum_{L=0}^{\infty} \left(\frac{a_{2L} (2L)!}{2^{2L}} \sum_{q_1, q_2, \dots, q_M} \prod_{i=1}^M \frac{E_i^{2q_i}}{(q_i!)} \right) \tag{16}$$

求和是对所有非负整数进行 $q_i (i = 1, 2, \dots, M)$ 的,且满足

$$q_1 + q_2 + \dots + q_M = L \quad (17)$$

2 实例计算

假定输入为: $x = E_1 \cos \theta_1 + E_2 \cos \theta_2$, $\theta_i = \omega_i t (i = 1, 2)$, 并设已测得输出中的3阶交调产物 $\cos(2\theta_1 - \theta_2)$ 的幅度。在这种情况下, $M = 2, N = 3, \alpha_1 = 2, \alpha_2 = -1$, 因此,根据式(15)有

$$V_{IM_3} = \sum_{L=0}^{\infty} \left(\frac{a_{3+2L}(3+2L)!}{2^{2+2L}} \sum_{\substack{q_1, q_2 \\ (q_1+q_2=L)}} \frac{E_1^{2+2q_1} E_2^{1+2q_2}}{(q_1+2)! q_1! (q_2+1)! q_2!} \right) \quad (18)$$

对应不同的输入,可以测得一组3阶产物的幅度值,根据式(18),可以得出一组方程,解这个方程组,可以得到幂级数中各奇次项的系数,进而可以计算出高阶互调产物的幅度。例如,我们现在要计算5阶互调产物 $\cos(3\theta_1 - 2\theta_2)$ 的幅度,这时 $M = 2, N = 5, \alpha_1 = 3, \alpha_2 = -2$, 则有

$$V_{IM_5} = \sum_{L=0}^{\infty} \left(\frac{a_{5+2L}(5+2L)!}{2^{4+2L}} \sum_{\substack{q_1, q_2 \\ (q_1+q_2=L)}} \frac{E_1^{3+2q_1} E_2^{1+2q_2}}{(q_1+3)! q_1! (q_2+2)! q_2!} \right) \quad (19)$$

根据式(18)和(19),利用 Matlab 编程进行计算。

首先,我们利用 HP-EESOF 软件进行一次仿真计算,验证幂级数法预测的准确性和可行性。所选用的器件是一种二极管,其非线性输入输出模型已给定,因此可以得到它在频域上的精确输出。再利用我们编制的程序,根据软件给出的3阶互调产物电平计算5阶互调产物的电平,并进行比较,结果如表1所示。可以看到,软件仿真结果与计算结果之间的误差很小,验证了幂级数法的可行性和正确性。

表1 仿真结果与计算结果比较

Tab. 1 Comparison between simulation results and computation results dBm

输入功率	3阶互调	5阶互调仿真结果	5阶互调计算结果
-5	-76.538 5	-112.321 2	-112.517 7
-6	-79.686 2	-117.673 7	-117.698 9
-7	-82.800 3	-122.944 7	-122.980 0
-8	-85.889 0	-128.154 7	-128.174 6
-9	-88.958 4	-133.318 3	-133.338 2
-10	-92.012 8	-138.446 3	-138.461 4
-11	-95.055 6	-143.546 8	-143.561 7
-12	-98.089 3	-148.625 9	-148.628 0
-13	-101.159 0	-153.688 3	-153.645 1
-14	-104.137 0	-158.737 6	-158.618 9

在此基础上,利用文献[9]中的一组3阶互调产物测量数据对5阶互调产物的电平进行预测,其结果如表2所示。

表2 预测结果与实验数据的比较

Tab. 2 Comparison between prediction and measurement data dBm

输入功率	3阶测量值	5阶测量值	5阶预测值
46	-95	-138	-129.53
50	-85	-124	-117.63
53	-77	-110	-103.36
56	-70	-100	-90.03

从表2可知预测结果与测量值有一定的误差,误差的主要原因有:①测量误差的影响。这是造成计算结果误差的最主要的因素。由于PIM的电平本身就比较低,尤其是高阶PIM的电平更低,同时高阶互调产物在低阶互调产物中所占的比例也比较小,所以较小的测量误差也会引起预测值的误差。为了提高准确度,减小误差,可取多组测量值进行平均。②根据无源互调的理论^[10],在同一互调频率上可能同时存在多个互调产物,通常假定某频率点上的总IM电平是受最低阶PIM控制的。因此,也存在一定的误差。③采用幂级数

法时,幂级数项数的选取对计算结果也存在一定的影响。理论上,所取项数越多,计算精度越高。但在实际计算中,项数的选取是有限的,这在一定程度上也存在截断误差。

3 结束语

从以上分析可以看出,利用比较容易测量的低阶互调产物来预测高阶互调产物是比较有效的,并且具有一定的可靠性。本文所采用的数学模型计算简单,关系明了,编程容易实现,利用以上数学模型编制的程序可以较准确地预测出各阶PIM产物的功率电平,其精度取决于所取幂级数的项数。

参考文献:

- [1] Lee J. Intermodulation Measurement and Analysis of Some Conducting Meleridls Commonly Used in Aerospace[J]. IEEE - ICC 80,1980,36:256 - 259.
- [2] Rosenberger B. The Measurement of Inlermodulation Products on Passiue Components and Transmission Lines[J]. IEEE MTT - S Symposium,1999,30:57 - 60.
- [3] Sarkozy A Z. Intermodulation Analysis in Communication Satellites[C]. // AIAA 6th Communication Satellite Systems Conference,1976:337 - 355.
- [4] Aspden P L, Anderson A P. Identification of Passive Intermodulation Product Generation on Microwave Reflecting Surfaces [J]. Proceedings of IEEE, 1992,24(16):337 - 342.
- [5] Eng K Y. High - order Intermodulation Effects in Digital Satellite Channels[J]. IEEE Trans On AES, 1981,17(3):438 - 444.
- [6] 费劲峰,王积勤. 甲类固态功放的交调分析与仿真[J]. 空军工程大学学报:自然科学版,2000,1(5):32 - 35.
FEI Jinfeng, WANG Jiqin. Intermodulation Analysis and Simulation of Type - A Solid Dower Amplifier[J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition,2000,1(5):32 - 35. (in Chinese)
- [7] 梁建刚,王积勤. 幂级数法预测高阶PIM电平[J]. 现代电子技术,2001,1(12):53 - 55.
LIANG Jiangan, WANG Jiqin. High Order PIM Level Pnediction Using Power Series Methods[J]. Modern Electron Technique,2001,1(12):53 - 55. (in Chinese)
- [8] 数学手册编写组. 数学手册[M]. 北京:人民教育出版社,1979.
Math Compiling Group. Math Mannual[M]. Beijing:The People's Education Publishing House,1979. (in Chinese)
- [9] Jargon J A, Degroot D C. NIST Unveils Status of PIM Testing [J]. Microwaves & RF, 2000,12(1):72 - 81.
- [10] Eng K Y. The order - and - Type Prediction Problem Arising from Passive Intermodulation Interference in Communications Satellites [J], IEEE Trans on COM, 1981,12(3):549 - 555.

(编辑:田新华)

A Mathematic Model for High - order PIM Level Prediction

LIANG Jian - gang, WANG Ji - qin, JIANG Yi - wu

(The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, Shaanxi, China)

Abstract: In view of the weak non - linear characteristic of passive devices, power series is adopted to character its transfer function, and a mathematic model is built to predict the level of high - order PIM products by using the measurement values of lower - order PIM products. The mathematic model is tested and the results show that it is simple in calculation and easy to program. Furthermore, it is validated.

Key words: power series method; passive inter - modulation; prediction model; high - order product