宽频段空间相干信号三维参数联合估计算法

杜 刚， 张永顺， 姜新迎
(空军工程大学 导弹学院，陕西 三原 713800)

摘 要:基于非均匀的L型阵列,提出一种宽频段相干信号频率和二维到达角联合估计的新方法——JSDOA算法。该算法利用阵列时空数据构造了一个平滑的波达矩阵,通过对其进行特征分解估计出相干信号的三维参数。该算法能精确地估计具有相同数字频率的相干信号的三维参数,避免了阵列孔径损失,具有计算量小,三维参数自动配对的优点。计算机仿真结果验证了算法的有效性。

关键词:宽频段;相干源;三维参数估计;平滑技术
中图分类号: TN911.7　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1009-3516(2008)02-0036-03

利用阵列信号处理技术估计信号的三维参数(信号频率、方位角及俯仰角)是无线通信领域的一个研究热点。与一维参数[1]的估计相比,多维参数的估计更适合实际应用环境,可更全面地反映信号特征。针对宽频段(2 GHz-18 GHz)信号的多维参数估计,国内外学者提出了一些有效的方法[2-5]。这些方法都是在信号源相互独立的条件下提出的,但由于时间欠采样,信号可能会有相同的数字频率,从而使信号具有相干信号的特征。虽然对于相干信号的参数估计,也出现了一些有效的方法[6-10],但它们只能估计空间相干信号的一维或两维参数。因此,针对宽频段相干信号的三维参数估计,现有的算法都不能正常工作。

基于非均匀的L型阵列,针对具有相同数字频率的宽频段相干信号,本文提出了一种信号频率与二维到达角联合估计的算法——JSDOA算法。该算法能精确估计具有相同数字频率的相干信号的三维参数,无需谱峰搜索,具有计算量小,三维参数自动配对的优点。另外,JSDOA算法通过增加延迟抽头级数解相干,因此避免了通常的降维解相干算法引起的阵列孔径损失。计算机仿真结果验证了算法的有效性。

1 阵列数据模型

阵列结构是如图1所示的L型阵列,其由两个非均匀阵列X和Y组成,每个阵列有M个阵元。阵元间距$d \gg \lambda/2$,其中λ是频段高端频率对应的波长,否则,将导致阵元在物理安置上的困难和频段低端阵元间耦合的严重加剧。阵列X的所有第$2n+1$个阵元和第$2n+2(n \geqslant 0)$个阵元的间距相等,即$d_{2n+2}-d_{2n+1}=d_{\Delta 1}$;所有第$2n$个阵元和第$2n+1(n \geqslant 1)$个阵元的间距也相等,即$d_{2n+1}-d_{2n}=d_{\Delta 2}$。阵列$Y$与阵列$X$有类似的结构。另外,每个阵元的输出被分成16个带宽为1 GHz的子频段,并且都被下变频到0 GHz-1 GHz的基频段上。每个基频段的输出与延迟时间为τ的L级延迟器相连。下面只考虑相同子频段的输出信号。假设每个阵列中的第k个阵元到其第一个阵元的距离为d_k。空间

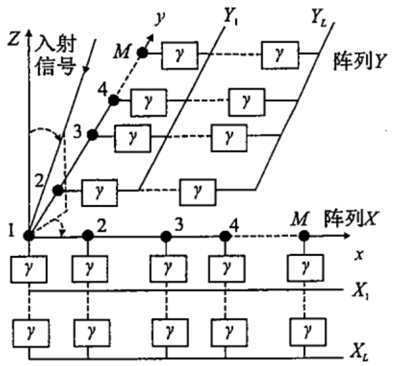

图1 非均匀L型阵列
Fig. 1 Nonuniform L-shaped array

收稿日期:2007-05-16
基金项目:国家"863"计划资助项目(2006AA701307)
作者简介:杜 刚(1980-),男,山东济宁人,博士生,主要从事空间谱估计、阵列信号处理研究;
E-mail:dug1982@163.com
张永顺(1965-),男,陕西咸阳人,教授,博士生导师,主要从事雷达、电子对抗等技术研究.

有 N 个远场窄带信号源入射到此阵列,信源的频率和入射角分别为 $\{(f_1,\theta_1,\varphi_1),(f_2,\theta_2,\varphi_2),\cdots,(f_N,\theta_N,\varphi_N)\}$ 。其中,θ_i 和 $\varphi_i(i=1,2,\cdots,N)$ 分别被称为方位角和俯仰角。阵元上的加性噪声为零均值的时空高斯白噪声,方差为 σ^2,且与信号源不相关。

设 $x_i(t)$ 和 $y_i(t)(i=1,2,\cdots,M)$ 分别为阵列 X 和 Y 的第 i 个阵元的接收信号,并以原点处的阵元为参考阵元,则 L 型阵列的接收信号为

$$\boldsymbol{D}(t)=\boldsymbol{AS}(t)+\boldsymbol{N}(t) \tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{D}(t)=[x_1(t),\cdots,x_M(t),y_1(t),y_m(t)]^{\mathrm{T}}$;$\boldsymbol{A}=[a_1,a_2,\cdots,a_N]=[\boldsymbol{A}_1^{\mathrm{T}},\boldsymbol{A}_2^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$;$\boldsymbol{A}_1=[a_{x1},a_{x2},\cdots,a_{xN}]$,$\boldsymbol{a}_{xi}=[1,\exp(-\mathrm{j}\xi_{2i}),\cdots,\exp(-\mathrm{j}\xi_{Mi})]^{\mathrm{T}}$,$\xi_{ji}=2\pi f_i k_i d_j\cos\theta_i\sin\varphi_i/c$;$\boldsymbol{A}_2=[a_{y1},a_{y2},\cdots,a_{yN}]$,$\boldsymbol{a}_{yi}=[\exp(-\mathrm{j}\gamma_{2i}),\cdots,\exp(-\mathrm{j}\gamma_{Mi})]^{\mathrm{T}}$,$\gamma_{ji}=2\pi f_i k_i d_j\sin\theta_i\sin\varphi_i/c$,$j=2,3,\cdots,M$,$i=1,2\cdots,N$; $\boldsymbol{S}(t)$ 是 $N\times1$ 信号矢量,$\boldsymbol{N}(t)$ 是 $(2M-1)\times1$ 噪声矢量,上标 T 表示矩阵转置, k_i 为第 i 个信号基带频率在频率混叠函数中的斜率[2],C 为电磁波的传播速度。

L 型阵列的第 i 级延迟器输出数据向量 $\boldsymbol{D}^i(t)$ 的矩阵形式为

$$\boldsymbol{D}^i(t)=[\boldsymbol{X}_i^{\mathrm{T}},\boldsymbol{Y}_i^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{A\Phi}_\tau^{(i)}\boldsymbol{S}(t)+\boldsymbol{N}(t-i\tau),i=1,2,\cdots,L \tag{2}$$

式中:$\boldsymbol{\Phi}_\tau=\mathrm{diag}\{\phi_1,\phi_2,\cdots,\phi_N\}$,$\phi_j=\exp(-\mathrm{j}2\pi k_j F_j\tau)$,$j=1,2,\cdots,N$, F_j 为第 j 个信号的基带频率, $\boldsymbol{X}_i$ 和 $\boldsymbol{Y}_i$,$(i=1,2,\cdots,L)$ 分别是阵列 X 和 Y 的第 i 级延迟器输出数据组成的 $M\times1$ 和 $(M-1)\times1$ 矢量。

2　宽频段相干信号频率和二维到达角的联合估计

由于时间欠采样,信号可能会有相同的数字频率,从而具有相干信号的特征。为了估计宽频段相干信号的频率及二维到达角,提出了一种联合平滑算法——JSDOA 算法。

利用 L 型阵列及 L 级延迟器的输出,定义平滑的自协方差矩阵和互协方差矩阵分别为

$$\boldsymbol{R}_{XS}=\frac{1}{L}\sum_{i=0}^{L-1}E[\boldsymbol{D}^i(t)(\boldsymbol{D}^i(t))^{\mathrm{H}}]=\boldsymbol{AR}_{SS}\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}+\sigma^2\boldsymbol{I}=\boldsymbol{R}_{XS}^0+\sigma^2\boldsymbol{I} \tag{3}$$

$$\boldsymbol{R}_{YS}=\frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}E[\boldsymbol{D}^i(t)(\boldsymbol{D}^{i-1}(t))^{\mathrm{H}}]=\boldsymbol{A\Phi}_\tau\boldsymbol{R}_{SS}\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}} \tag{4}$$

式中:$\boldsymbol{D}^0(t)=\boldsymbol{D}(t)$,$\boldsymbol{R}_{SS}=\frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}\boldsymbol{\Phi}_\tau^{(i-1)}\boldsymbol{R}_S(\boldsymbol{\Phi}_\tau^{(i-1)})^{\mathrm{H}}$, $\boldsymbol{R}_S$ 为信号源的协方差矩阵, $\boldsymbol{I}$ 为相应阶次的单位阵,上标 H 表示矩阵共轭转置。

可以证明[6],如果阵列的阵元数 $M>(N+1)/2$,则当延迟器的级数 $L\geqslant N$ 时,平滑后的信源协方差矩阵 $\boldsymbol{R}_{SS}$ 是满秩的。

定义平滑的波达矩阵 $\boldsymbol{R}_{TS}$ 为

$$\boldsymbol{R}_{TS}=\boldsymbol{R}_{YS}\times[\boldsymbol{R}_{XS}^0]^+ \tag{5}$$

式中:$[\cdot]^+$ 表示伪逆矩阵;$[\boldsymbol{R}_{XS}^0]^+=\sum_{i=1}^{N}\lambda_i^{-1}\boldsymbol{v}_i\boldsymbol{v}_i^{\mathrm{H}}$,$\lambda_i$、$\boldsymbol{v}_i$ 分别为矩阵 $\boldsymbol{R}_{XS}^0$ 的非零特征值及其对应的特征向量。

定理1　如果 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{R}_{SS}$ 满秩, $\boldsymbol{\Phi}_\tau$ 无相同的对角元素,则平滑矩阵 $\boldsymbol{R}_{TS}$ 的 N 个非零特征值等于 $\boldsymbol{\Phi}_\tau$ 的 N 个对角元素,而与这些特征值对应的特征向量等于相应的阵列流形矢量 $\boldsymbol{a}_i$,即 $\boldsymbol{R}_{TS}\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A\Phi}_\tau$。

定理 1 的证明见文献[7]。从定理 1 可以看出,通过对矩阵 $\boldsymbol{R}_{TS}$ 进行特征分解,可以求得矩阵 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{\Phi}_\tau$。通过矩阵 $\boldsymbol{\Phi}_\tau$,就可以求出信号的基带频率以及其在频率混叠函数中的斜率,进而通过所在子频段,得到信号的实际频率。另外,根据矩阵 $\boldsymbol{A}$,还可以求出 4 个相位关系:$\Psi_{1i}=\arg(\exp(\mathrm{j}2\pi d_{\Delta1}\cos\theta_i\sin\varphi_i/\lambda_i))$,$\Psi_{2i}=\arg(\exp(\mathrm{j}2\pi d_{\Delta2}\cos\theta_i\sin\varphi_i/\lambda_i))$,$\Psi_{3i}=\arg(\exp(\mathrm{j}2\pi d_{\Delta1}\sin\theta_i\sin\varphi_i/\lambda_i))$,$\Psi_{4i}=\arg(\exp(\mathrm{j}2\pi d_{\Delta2}\sin\theta_i\sin\varphi_i/\lambda_i))$,$i=1,2,\cdots,N$,其中, $\arg(\cdot)$ 表示取复角。由于 $d_{\Delta1}$ 和 $d_{\Delta2}$ 远大于信号的半波长,所以将会出现严重的角度模糊。因此,采用一种基于整数搜索的角度解模糊算法[2]求解 $\cos\theta_i\sin\varphi_i$ 和 $\sin\theta_i\sin\varphi_i$,$i=1,2,\cdots,N$。最后,通过求解联立方程可得二维到达角。根据定理 1 可知,信号的三维参数通过矩阵特征值与特征向量的对应关系自动配对。

为了正确估计信号的频率和二维到达角,阵元间距 $d_{\Delta1}$ 和 $d_{\Delta2}$ 的选取需要满足一定的条件,具体的限制条件见文献[2]。

3 仿真计算

采用图 1 所示的非均匀阵列结构。3 个相干信号源的频率、方位角和俯仰角分别为 (6.1 GHz,40°,50°),(6.4 GHz,30°,70°)和(6.9 GHz,60°,20°)。阵元数 $M=6$,选取阵元间距 $d_{\Delta 1}=5.84$ cm,$d_{\Delta 2}=7.62$ cm,延迟时间 $\tau=0.5$ ns,延迟级数 $L=4$。快拍数为 200,Monte - Carlo 实验次数为 50。假定采样频率为 250 MHz,则这 3 个信号具有相同的数字频率。图 2 给出了频率估计的偏差。图 3 和图 4 分别给出了方位角和俯仰角估计的偏差和方差。

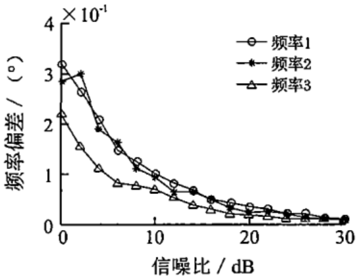

图 2 频率的偏差

Fig. 2 Deviation of frequency

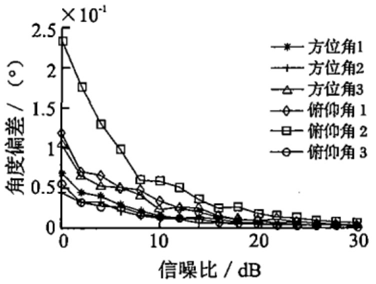

图 3 二维角度的偏差

Fig. 3 Deviation of 2 - D angles

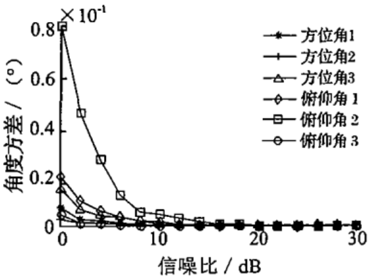

图 4 二维角度的方差

Fig. 4 Variance of 2 - D angles

从仿真结果可以看出,当空间入射信号含有相同数字频率的相干信号源时,JSDOA 算法能够精确地估计出相干信号的频率和二维到达角,并且随着信噪比的提高,三维参数估计的性能也越来越好。可见,JSDOA 算法利用延迟抽头级数解相干是有效的,它避免了通常的降维解相干算法引起的阵列孔径损失。

4 结论

本文提出了一种信号频率与二维到达角联合估计的算法。该算法能精确估计具有相同数字频率的宽频段相干信号的三维参数,无需谱峰搜索,具有计算量小,三维参数自动配对的优点。另外,算法通过增加延迟抽头级数解相干,因此避免了通常的降维解相干算法引起的阵列孔径损失。当然,该算法也能估计独立信号源的三维参数。计算机仿真结果验证了算法的有效性。

参考文献:

[1] 韩仲祥,夏军利.基于正交子空间波达方向的新算法[J].空军工程大学学报:自然科学版,2002,3(4):30-32.
HANG Zhongxiang,XIA Junli. A New Method Based on Orthogonal Subspace for Estimation of the Direction of Signals [J]. Journal of Air Force Engineering University:Natural Science Edition,2002,3(4):30-32. (in Chinese)

[2] Zoltowski M D, Mathews C P. Real - time Frequency and 2 - D Angle Estimation with Sub - Nyquist Spatio - Temporal Sampling [J]. IEEE Trans, 1994, SP- 42(10): 2781-2797.

[3] 斯德谊,刘荣科,程岱松,等.时空欠采样宽频段信号频率和二维角估计方法[J].电子学报,2000,28(3):9-12.
SI Deyi,LIU Rongke,CHENG Daisong,et al. Frequency and 2D Angle Estimation of Wide Frequency Band Signals with Sub Nyquist Spatio - temporal Sampling[J]. Acta Electronica Sinica,2000,28(3):9-12. (in Chinese)

[4] 王建英,王激扬,陈天麒.宽频段空间信号频率、二维到达角和极化联合估计[J].中国科学,2001,31(6):526-532.
WANG Jiangying,WANG Jiyang,CHEN Tianqi. Joint Estimation of Frequencies,Two - dimensional AOAs and Polarization for Spatial Broad - band Signals[J]. Science in China,2001,31(6):526-532. (in Chinese)

[5] 斯德谊,乐 强,沈士团,等.用均匀圆阵实现宽频段来波信号频率和二维角估计[J].电子科学学刊,1999,21(3):303-306.
SI Deyi,LE Qiang,SHEN Shituan,et al. Real - time Frequency and 2D Angle Estimation of Wide Frequency Band Signals with Uniform Circular Arrays[J]. Journal of Electronic,1999,21(3):303-306. (in Chinese)

[6] Shan T J, Wax M, Kailath T. On Spatial Smoothing for Direction - of - arrival Estimation of Coherent Signals [J]. IEEE Trans, 1985,33(4):806-811.

(下转第 91 页)

[10] Richard P S. 计数组合学[M]. 北京:机械工业出版社, 2004.
Richard P S. Enumerative Combinatorics[M]. Beijing: China Machine Press, 2004. (in Chinese)

(编辑:田新华,徐楠楠)

Computation of k - th Powers of Digital Sums in the Factorial Base

LIANG Fang - chi, JING Ai - wen
(Science Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract: In order to find the rules of the representation for integers under the factorial base, a kind of digital sum function and its characteristics are studied. Let $w\ (m)$ denote the digital sum of integer m $m(0 \leqslant m \leqslant n!\ -1)$ in the factorial base. For any positive integer x and any given integer $k \geqslant 0$, a sharp calculating formula of the k - th power of this function is obtained by a mathematical combination method. These results are of perspective value in coding, cryptography and computation complexity theory.

Key words: factorial base; digital sum; calculating formula

(上接第 38 页)

[7] 殷勤业, 邹理和, Newcomb R W. 一种高分辨率二维信号参数估计方法——波达方向矩阵法[J]. 通信学报, 1991,12(4):1 - 7.
YIN Qinye, ZOU Lihe, Newcomb R W. A High Resolution Approach to 2 - D Signal Parameter Estimation - DOA Matrix Method[J]. Journal on Communications, 1991, 12(4):1 - 7. (in Chinese)
[8] 徐友根,刘志文. 空间相干源信号频率和波达方向的同时估计方法[J]. 电子学报, 2001, 29(9):1179 - 1182.
XU Yougen, LIU Zhiwen. A New Method for Simultaneous Estimation of Frequency and DOA of Emitters[J]. Acta Electronica Sinica. 2001, 29(9):1179 - 1182. (in Chinese)
[9] 曾　超,廖桂生,王洪洋. 一种基于双平行线阵相干源二维波达方向估计的新方法[J]. 雷达科学与技术, 2003, 1(2): 104 - 108.
ZENG Chao, LIAO Guisheng, WANG Hongyang. A New Method for Estimating 2 - D DOA in Coherent Source Environment With Two Parallel Linear Array[J]. Radar Science and Technology, 2003, 1(2):104 - 108. (in Chinese)
[10] 张　辉,葛临东,李　蒙,等. 多径环境二维波达方向估计的子空间平滑算法[J]. 电子学报, 2005, 33(6):1077 - 1080.
ZHANG Hui, GE Lindong, LI Meng, et al. Multipath 2 - D Direction Finding With Subspace Smoothing Algorithm[J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(6):1077 - 1080. (in Chinese)

(编辑:田新华,徐楠楠)

A New Method for Joint Estimation of 3 - D Parameters of Coherent Signals over Wide Frequency Band

DU Gang, ZHANG Yong - shun, JIANG Xin - ying
(Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, China)

Abstract: Based on non - uniform L - shaped array, a new method is presented to estimate the frequency and 2 - D arrival angles of coherent signals over a wide frequency band, which is called joint smoothing DOA (JSDOA) algorithm. The smoothed DOA matrix is constructed by using the temporal and spatial data of L - shaped array, and then 3 - D parameters of coherent signals can be obtained via the analysis of its eigenvalue. The algorithm is precise in estimating 3 - D parameters of coherent signals with same digital frequency, thus avoiding the loss of array aperture with smaller computational load and parameters paired automatically. The simulation results confirm its effectiveness.

Key words: wide frequency band; coherent source; 3 - D parameter estimation; smoothing technique