基于数值拟合的直觉模糊近似推理方法

李晓漫[1,2]，　雷英杰[1]
(1. 空军工程大学 导弹学院，陕西 三原 713800;2. 空军93861部队，陕西 三原 713800)

摘　要:基于直觉模糊集和数值拟合技术,考虑其隶属度与非隶属度两个因素的影响,提出了一种直觉模糊集的近似推理算法。首先给出了直觉模糊集的定义,推导出了一种数值拟合方法,讨论了GMP问题和GMT问题的一般推理过程。其次,重点研究了基于直觉模糊逻辑的近似推理方法。最后以具体算例验证了所提方法的正确性和有效性。

关键词:直觉模糊集(IFS);近似推理;数值拟合
中图分类号: TP182　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1009-3516(2008)01-0082-04

直觉模糊集IFS[1-3]是对Zadeh模糊集理论最有影响的一种扩充和发展,直觉模糊逻辑也是对模糊逻辑的扩充和发展,直觉模糊集增加了一个新的属性参数——非隶属度函数[4-5],进而还可以描述"非此非彼"的"模糊概念",更加细腻地刻画客观世界的模糊性本质,因而引起众多关注。针对直觉模糊逻辑推理[5-10],许多学者基于直觉模糊集理论提出了多种近似推理算法。本文利用数值拟合技术,提出一种直觉模糊的近似推理方法。

1　理论基础

1.1　直觉模糊集定义

定义(Atanassov直觉模糊集[1])　设X是一个给定论域,则X上的一个直觉模糊集A为

$$A=\{\langle x,\mu_A(x),\gamma_A(x)\rangle \mid x\in X\} \tag{1}$$

式中,$\mu_A(x):X\to[0,1]$和$\gamma_A(x):X\to[0,1]$分别代表A的隶属函数$\mu_A(x)$和非隶属函数$\gamma_A(x)$,且对于A上的所有$x\in X$,$0\leqslant\mu_A(x)+\gamma_A(x)\leqslant 1$成立。

当X为连续空间时,$A=\int_X\langle\mu_A(x),\gamma_A(x)\rangle/x,\mid x\in X$;

当$X=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$为离散空间时,$A=\sum\langle\mu_A(x_i),\gamma_A(x_i)\rangle/x_i,\mid x_i\in X$。

对于一个模糊集$A\in F(U)$,其单一隶属度$\mu_A(x)\in[0,1]$,$\forall x\in U$既包含了支持x的证据$\mu_A(x)$,也包含了反对x的证据$1-\mu_A(x)$,它不可能表示既不支持也不反对的"非此非彼"的中立状态的证据。而一个直觉模糊集$A\in \mathrm{IFS}(U)$,其隶属度$\mu_A(x)\in[0,1]$,$\forall x\in U$与非隶属度$\gamma_A(x)\in[0,1]$,$\forall x\in U$及其直觉指数$\pi_A(x)\in[0,1]$,$\forall x\in U$则可分别表示对象x属于直觉模糊集A的支持、反对、中立这3种证据的程度。

对于直觉模糊集$A=\{\langle\mu_A(x),\gamma_A(x)\rangle\mid x\in X\}$,记$A^p=\{\langle\mu_A^p(x),\gamma_A^p(x)\rangle\mid x\in X\}$,其中$p$为任意正数。即$A^p$也是一个直觉模糊集。对于正整数$p$,则$A^p=$ very A;对于正整数p,则$A^{1/p}=$ more or less A。

1.2　数值拟合方法

定理1　若函数为$y=x^k$(k为待定指数)是利用最小二乘法,由数据$(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$拟合得到,则

收稿日期:2007-01-08
基金项目:国家自然科学基金资助项目(60773209);陕西省自然科学基金资助项目(2006F18)
作者简介:李晓漫(1972-),女,陕西咸阳人,硕士生,主要从事智能信息处理研究. E-mail:lixiaoman@163.com

$$k = \frac{\sum_{i=1}^{n} \ln x_i \ln y_i}{\sum_{i=1}^{n} \ln^2 x_i} \tag{2}$$

证明　由 $y = x^k$ 和 $y_i = x_i^k$,得

$$\ln y = k\ln x, \ln y_i = k\ln x_i$$

设误差平方和为

$$L = \sum_{i=1}^{n} (\ln y_i - k\ln x_i)^2$$

现在利用最小二乘法估计 k ,由 $\frac{dL}{dk} = 0$ 得

$$-\sum_{i=1}^{n} 2(\ln y_i - k\ln x_i)\ln x_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} \ln y_i \ln x_i - k\sum_{i=1}^{n} \ln^2 x_i = 0$$

$$k = \frac{\sum_{i=1}^{n} \ln x_i \ln y_i}{\sum_{i=1}^{n} \ln^2 x_i}$$

定理1给出了一种数据拟合方法。

1.3　推理规则

表1为GMP问题和GMT问题的一般推理过程。

表1　GMT问题的推理过程

Tab. 1　The reasoning course of GMT problems

问题	正向推理GMP	反向推理GMT
规则	$A \to B$	$A \to B$
事实	A^*	B^*
结论	B^*	A^*

表中, A 和 A^* 是论域 U 上的区间值模糊集合, B 和 B^* 是论域 V 上的区间值模糊集合,则

1) 当 $A^* =$ very A 时, $B^* =$ very B;

2) 当 $A^* =$ more or less A 时, $B^* =$ more or less B;

3) 当 $B^* =$ very B 时, $A^* =$ very A;

4) 当 $B^* =$ more or less B 时, $A^* =$ more or less A。

上述的推理算法能够满足以上性质,但是不是通过数值计算来得到,在实际运用中存在一定的局限性。

2　直觉模糊集的近似推理

现在,利用数值拟合技术进行直觉模糊集合的正向近似推理。

定理2　对于正向推理GMP问题,设 A 与 B 是任意两个直觉模糊集,若 $A \to B$,则对于任意的正数 p , $A^p \to B^p$。

证明　对于两个直觉模糊集 A 和 B , $A = \sum_{i=1}^{n} \langle \mu_A(x_i), \gamma_A(x_i) \rangle / x_i$, $|\ x_i \in X$ 和 $B = \sum_{i=1}^{n} \langle \mu_B(y_i), \gamma_B(y_i) \rangle / y_i$, $|\ y_i \in Y, i = 1,2,\cdots,n$,其中 X,Y 分别为 A 和 B 的论域。记 A 和 B 的隶属度序列和非隶属度序列分别为

$$\overline{A} = [\mu_B(x_1), \mu_A(x_2), \cdots, \mu_B(x_n)]; \overline{\overline{A}} = [\gamma_B(x_1), \gamma_A(x_2), \cdots, \gamma_A(x_n)];$$

$$\overline{B} = [\mu_B(y_1), \mu_A(y_2), \cdots, \mu_B(y_n)]; \overline{\overline{B}} = [\gamma_B(y_1), \gamma_A(y_2), \cdots, \gamma_A(y_n)]。$$

记 A^p 的 B^p 隶属度序列和非隶属度序列分别为

$\bar{A}^p = [\mu_A^p(x_1), \mu_A^p(x_2), \cdots, \mu_A^p(x_n)]$;$\bar{\bar{A}}^p = [\gamma_A^p(x_1), \gamma_A^p(x_2), \cdots, \gamma_A^p(x_n)]$;

$\bar{B}^p = [\mu_B^p(x_1), \mu_B^p(x_2), \cdots, \mu_B^p(x_n)]$;$\bar{\bar{B}}^p = [\gamma_B^p(x_1), \gamma_B^p(x_2), \cdots, \gamma_B^p(x_n)]$。

则 A^p 和 B^p 的隶属度序列的对数序列和非隶属度序列的对数序列分别为

$\ln \bar{A}^p = [p\ln\mu_A^p(x_1), p\ln\mu_A^p(x_2), \cdots, p\ln\mu_A^p(x_n)] = p \cdot [\ln\mu_A^p(x_1), \ln\mu_A^p(x_2), \cdots, \ln\mu_A^p(x_n)] = p\ln(\bar{A})$;

$\ln \bar{\bar{A}}^p = [p\ln\gamma_A^p(x_1), p\ln\gamma_A^p(x_2), \cdots, p\ln\gamma_A^p(x_n)] = p \cdot [\ln\gamma_A^p(x_1), \ln\gamma_A^p(x_2), \cdots, \ln\gamma_A^p(x_n)] = p\ln(\bar{\bar{A}})$;

$\ln \bar{B}^p = [p\ln\mu_B^p(x_1), p\ln\mu_B^p(x_2), \cdots, p\ln\mu_B^p(x_n)] = p \cdot [\ln\mu_B^p(x_1), \ln\mu_B^p(x_2), \cdots, \ln\mu_B^p(x_n)] = p\ln(\bar{B})$;

$\ln \bar{\bar{B}}^p = [p\ln\gamma_B^p(x_1), p\ln\gamma_B^p(x_2), \cdots, p\ln\gamma_B^p(x_n)] = p \cdot [\ln\gamma_B^p(x_1), \ln\gamma_B^p(x_2), \cdots, \ln\gamma_B^p(x_n)] = p\ln(\bar{\bar{B}})$;

约定:$\ln 0 = 0$。

则利用 $\bar{A}, \bar{A}^p$ 拟合函数 $y = x^k$ 时,即由$[\mu_A(x_1), \mu_A(x_2), \cdots, \mu_A(x_n)]$ 和$[\mu_A^p(x_1), \mu_A^p(x_2), \cdots, \mu_A^p(x_n)]$ 拟合函数 $y = x^k$时,k 的最小二乘法估计为

$$k = \frac{\sum_{i=1}^{n} \ln\mu_A(x_i)\ln\mu_A^p(x_i)}{\sum_{i=1}^{n} \ln^2\mu_A(x_i)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p\ln\mu_A(x_i)}{\sum_{i=1}^{n} \ln^2\mu_A(x_i)} = p$$

同理可得,利用 $\bar{\bar{A}}, \bar{\bar{A}}^p$、$\bar{B}, \bar{B}^p$或 $\bar{\bar{B}}, \bar{\bar{B}}^p$ 拟合函数 $y = x^k$时,k 的最小二乘法估计都为 p。则直觉模糊集 A 与 A^p(B 与 B^p)的隶属度和非隶属度之间存在一个对应 $y = x^p$。根据 GMP 问题的一般推理过程可知,当 $A \to B$,则 $A^p \to B^p$。

可以利用对偶原理容易研究反向推理 GMT 问题(略)。

3 实例分析

在防空武器系统中,有一个目标识别神经网络系统,根据多个雷达站提供的信息对目标进行识别。由于雷达提供的信息往往是很粗略的、不精确的、不完全的,因此识别结果必然存在误差。现在利用直觉模糊近似推理方法对其中的一个子识别系统进行研究。识别规则为

规则:IF x is A THEN y is B

事实:x is A^*

结论:y is B^*

其中,A, A^* 是信息论域 $U = \{x_1, x_2, \cdots, x_{10}\}$ 上的直觉模糊集,B, B^* 是目标论域 $V = \{y_1, y_2, \cdots, y_6\}$ 上的直觉模糊集。设

$A = (0.60, 0.23)/x_1 + (0.70, 0.20)/x_2 + (0.80, 0.10)/x_3 + (0.82, 0.12)/x_4 + (0.6, 0.3)/x_5 + (0.6, 0.2)/x_6 + (0.50, 0.30)/x_7 + (0.55, 0.3)/x_8 + (0.72, 0.12)/x_9 + (0.8, 0.1)/x_{10}$

$A^* = (0.4, 0.43)/x_1 + (0.60, 0.30)/x_2 + (0.70, 0.20)/x_3 + (0.6, 0.32)/x_4 + (0.5, 0.3)/x_5 + (0.7, 0.1)x_6 + (0.65, 0.3)/x_7 + (0.5, 0.3)/x_8 + (0.7, 0.2)/x_9 + (0.6, 0.1)/x_{10}$

$B = (0.4, 0.4)/y_1 + (0.6, 0.3)/y_2 + (0.5, 0.1)/y_3 + (0.6, 0.4)/y_4 + (0.6, 0.3)/y_5 + (0.5, 0.3)/y_6$

则 A, A^* 和 B 的隶属度序列和非隶属度序列为

$\bar{A} = [0.6, 0.7, 0.8, 0.82, 0.6, 0.6, 0.5, 0.55, 0.72, 0.8]$;$\bar{A}^* = [0.4, 0.6, 0.7, 0.6, 0.5, 0.7, 0.65, 0.5, 0.7, 0.6]$;

$\bar{\bar{A}} = [0.23, 0.2, 0.1, 0.12, 0.3, 0.2, 0.3, 0.3, 0.12, 0.1]$;$\bar{\bar{A}}^* = [0.43, 0.3, 0.2, 0.32, 0.3, 0.1, 0.3, 0.3, 0.2, 0.1]$;

$\bar{B} = [0.4, 0.6, 0.5, 0.6, 0.6, 0.5]$;$\bar{\bar{B}} = [0.4, 0.3, 0.1, 0.4, 0.3, 0.3]$。

根据式(2),利用 $\bar{A}, \bar{A}^*$ 拟合函数 $y = x^k$时,得 $k_1 = 1.158\,8$;利用 $\bar{\bar{A}}, \bar{\bar{A}}^*$ 拟合函数 $y = x^k$时,得 $k_2 = 0.833\,3$。取 $k = \frac{k_1 + k_2}{2} = \frac{1.158\,8 + 0.833\,3}{2} = 0.996$,则

$\bar{B}^k = [0.402, 0.602, 0.501, 0.601, 0.601, 0.501]$;$\bar{\bar{B}}^k = [0.402, 0.301, 0.101, 0.402, 0.301, 0.301]$,即 $B^* = (0.402, 0.402)/y_1 + (0.601, 0.301)/y_2 + (0.501, 0.101)/y_3 + (0.601, 0.402)/y_4 + (0.601, 0.301)/y_5$

$+(0.501,0.301)/y_6$。

从以上计算过程看,利用数据拟合技术可以进行直觉模糊近似推理。

4 结论

本文的主要贡献是:①根据直觉模糊集的定义,推导出了一种数值拟合方法,讨论了 GMP 问题和 GMT 问题的一般推理过程;②提出并推导了基于直觉模糊逻辑的近似推理方法;③以具体算例验证和表明了所提出的推导方法的正确性和有效性,以及对方法进行验证的详细步骤。可以看出,直觉模糊近似推理是对一般模糊推理的有效扩充和发展。

参考文献:

[1] Burillo P, Bustince H. Intuitionistic fuzzy relations (Part I) [J]. Mathware Soft Computing, 1995, (2): 5 - 38.

[2] Bustince H, Burillo P. Intuitionistic fuzzy relations (Part II) [J]. Mathware Soft Computing, 1995, (2): 117 - 148.

[3] Wang Weiqiong, Xin Xiaolong. Distance measure between intuitionistic fuzzy sets [J]. Pattern Recognition Letters, 2005, 26 (13): 2063 - 2069.

[4] 雷英杰,王宝树.直觉模糊关系及其合成运算[J].系统工程理论与实践,2005, 25(2):113 - 118.
LEI Yingjie, WANG Baoshu. On the Intuitionistic Fuzzy Relations With Compositional Operations[J]. Systems Engineering Theory and Practice, 2005, 25(2):113 - 118. (in Chinese)

[5] Bustince H. Application to approximate reasoning based on interval - valued fuzzy sets[J]. International Journal of Approx:mate Reasoning, 2000, 23(2):137 - 209.

[6] 雷英杰,汪竞宇,吉　波.真值限定的直觉模糊推理方法[J].系统工程与电子技术,2006,28(2):234 - 236.
LEI Yingjie, WANG Jingyu, JI Bo. Techniques for Intuitionistic Fuzzy Reasoning With Truth Qualifications[J]. Systems Engineering and electronics, 2006, 28(2):234 - 236. (in Chinese)

[7] 雷英杰,王宝树,路艳丽.基于直觉模糊逻辑的近似推理方法[J].控制与决策,2006,21(3):305 - 310.
LEI Yingjie, WANG Baoshu, LU Yanli. Techniques for Approximate Reasoning Based on Intuitionistic Fuzzy Logic[J]. Control and Decision, 2006, 21(3):305 - 310. (in Chinese)

[8] 雷英杰,王宝树,王晶晶.直觉模糊条件推理与可信度传播[J].电子与信息学报,2006,28(10):1790 - 1793.
LEI Yingjie, WANG Baoshu, WANG Jingjing. Intuitionistic Fuzzy Conditional Reasoning With the Confidence Spreading [J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2006, 28(10):1790 - 1793. (in Chinese)

[9] 雷英杰,王宝树.直觉模糊逻辑的语义算子研究[J].计算机科学,2004,31(11):4 - 6.
LEI Yingjie, WANG Baoshu. On the Semantic Operators for Intuitionistic Fuzzy Logic[J]. Computer Science, 2004, 31(11):4 - 6. (in Chinese)

[10] 雷英杰,李续武,王　坚.直接模糊推理的语义匹配度[J].空军工程大学学报:自然科学版,2005,6(3):42 - 46.
LEI Yingjie, LI Xuwu, WANG Jian. The Semantic Match Degree for Intuitionistic Fuzzy Reasoning[J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2005, 6(3):42 - 46. (in Chinese)

(编辑:田新华)

Approximate Reasoning Method Based on Intuitionistic Fuzzy

LI Xiao - man[1,2], LEI Ying - jie[1]

(1. The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, Shaanxi, China; 2. Unit 93861 of Air Force, Sanyuan 713800, China)

Abstract: Based on IFS and data fitness technique, and in consideration of the effects of both the membership and the non - membership, an approximate reasoning method of IFS is proposed. First, the definition of IFS and a method of data fitness are given. The reasoning process of GMP and GMT is discussed. Second, the emphasized investigation is made on the techniques for approximate reasoning on IFS. Finally, the correctness and validity of the proposed method is verified by a concrete instance.

Key words: intuitionistic fuzzy sets (IFS); approximate reasoning; data fitness