

# 遗传牛顿插值算法在地形可视化中的应用

马 飞, 华继学, 吴 静

(空军工程大学 导弹学院, 陕西 三原 713800)

**摘要:**在虚拟战场环境背景下,针对地形可视化中的特殊要求,基于牛顿插值算法计算出所要补充的地形数据,利用遗传算法对插值数据进行优化选择。试验结果表明,该方法是一种简单快速,信息不失真,有着实用价值的地形数据插值方法。

**关键词:**遗传算法;牛顿插值法;科学计算可视化

**中图分类号:** TP391    **文献标识码:**A    **文章编号:**1009-3516(2007)05-0087-04

在三维空间利用牛顿插值法可以计算出多个插值点的值,但是存在的问题是,牛顿插值法计算出的数据保证了计算方向上数据变化的基本趋势,但是计算出的某些数值和真实值相差较远,这样在最后三维数据场可视化的结果中会出现“尖锐”,影响可视化的最后结果。遗传算法较好的兼顾到三维数据局部数据的变化趋势,但是它的这种优化淡化了数据变化的方向性,所以先利用牛顿插值法分别计算出地形数据在3个坐标方向地形数据的变化趋势,再利用遗传算法优化计算出的插值数据,兼顾到局部地形数据的变化趋势,使得插值数据满足更接近真实数据的要求。

## 1 科学计算可视化在三维地形数据场的应用

科学计算可视化(Visualization in Scientific Computing)指的是运用计算机图形学和图像处理技术,将科学计算过程中及计算结果的数据转换为图形及图像在屏幕上显示出来并进行交互处理的理论、方法和技术。它不仅包括科学计算数据的可视化,而且包括工程计算数据的可视化,如有限元分析结果等,也包括测量数据的可视化,如用于三维地形数据的可视化,就是最为活跃的领域之一<sup>[1]</sup>。地形作为一种非常复杂的自然景物,是科学计算可视化表达的一个重要对象<sup>[2]</sup>。由于地形起伏千差万别,用基于抽象符号的二维图形图像,难以满足用户对地理空间世界的地物实体直观理解和空间分析的需要。三维图形图像从空间的角度显示地形地物的三维可视化效果,从而有利于解决人们在综合信息处理、评价分析和决策方面的需求<sup>[3]</sup>。目前虚拟战场环境已成为虚拟现实技术的一个重要研究方向,其中三维地形的生成是虚拟战场环境的重要基础,三维地形模型直接为虚拟战场环境视景仿真服务。然而,仿真的应用目的直接决定三维地形模型所需的精细程度。“如果仿真应用系统的侧重点在于作战方案评估,则作战模型及其数据的合理性就至关重要,不能有较大的偏差,否则就得不出正确的作战方案结论。”<sup>[4]</sup>我们可以通过一些数学方法人为的去补充一些细节数据,来满足作战和训练的要求。

## 2 基于遗传算法的牛顿插值法

### 2.1 牛顿插值法

牛顿插值多项式<sup>[5]</sup>实质是拉格朗日插值零次式、一次式的推广,其形式为

收稿日期:2007-01-15

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50505051)

作者简介:马 飞(1979-),男,河南郑州人,硕士生,主要从事智能信息处理研究.

$$N_n(x) = f(x_0) + f(x_0, x_1)(x - x_0) + f(x_0, x_1, x_2)(x - x_0)(x - x_1) + \cdots + f(x_0, x_1, \dots, x_n)(x - x_0)(x - x_1) \cdots (x - x_{n-1}) \quad (1)$$

由此,显然牛顿插值多项式满足递推关系式:

$$N_n(x) = N_{n-1}(x) + f(x_0, x_1, \dots, x_n)(x - x_0)(x - x_1) \cdots (x - x_{n-1}) \quad (2)$$

其中  $N_n(x)$  比  $N_{n-1}(x)$  多出的一项可以看成  $N_{n-1}(x)$  的实际误差估计值。

## 2.2 基于遗传算法的牛顿插值法

### 2.2.1 三维空间映射到二维空间后的牛顿插值

由于本文是在三维空间中绘制图形,其中纬度映射为  $X$  轴,经度映射为  $Y$  轴,高度映射为  $Z$  轴,对三维空间进行牛顿插值首先要把数据映射到二维平面上,分别在  $X-Y$ ,  $X-Z$ ,  $Y-Z$  平面上进行插值计算。插值计算公式参见式(1)。下面以  $X-Z$  平面为例计算牛顿插值,计算出差商如表 1 所示。

表 1  $X-Z$  平面差商表

$X$	$f(X)$	$N_1$	$N_2$	$N_3$	$N_4$
158.483 0	57.3				
158.482 3	56.4	1 285.714			
158.481 9	55.7	1 750.000	-4.221E+5		
158.481 8	55.6	1 000.000	1.500E+6	-1.617E+8	
158.481 7	55.6	0.000	5.000E+6	-5.833E+9	4.363E+12

根据式(2)计算牛顿插值 4 次式为:  $N_4(x) = 57.3 + (1285.714)x + (-4.221E+5)x(x - 158.4823) + (-1.617E+8)x(x - 158.4823)(x - 158.4819) + (4.363E+12)x(x - 158.4823)(x - 158.4819)(x - 158.4818)$ 。

所以,可以求出  $f(158.4825) \approx N_4(158.4825) = 5.567 \approx 56.57$ 。

综上所述可分别求出在  $X-Y$ ,  $X-Z$ ,  $Y-Z$  平面所有希望得到的插值数据。下面对利用牛顿插值法计算出的插值数据进行 GA 算法优化选择。

### 2.2.2 数据基因的编码

在遗传算法的编码方式中通常采用“0”,“1”编码方式,二进制串 <000000000000000000000000> 和 <111111111111111111111111> 则分别表示区间的两个端点值 -1 和 2,即变化范围在“-1~2”之间<sup>[6]</sup>。

例如,一个二进制串 <1000101110110101000111> 表示实数值 0.637 197。本文以纬度两个端点为例说明如下:

在数值 158.483 0 和 158.482 3 之间分别插入  $X_1, X_2, X_3$  3 个点,计算出  $f(X_1), f(X_2), f(X_3)$  的值分别为  $Z_1, Z_2, Z_3$ ,再分别对  $Z_1, Z_2, Z_3$  进行浮点编码。

### 2.2.3 适应度函数的选择

在遗传算法中,用适应度来度量群体的各个个体在进化过程中的优良程度<sup>[7]</sup>。在本文中,对在解空间中无对应可行解的个体,在计算适应度时,处以一个罚函数,从而降低该个体的适应度。用下式调整个体的适应度:

$$X \text{ 满足约束条件时 } f'(X) = f(X) \quad (3)$$

$$X \text{ 不满足约束条件时 } f'(X) = f(X) - p(X) \quad (4)$$

其中  $f(X)$  为原适应度,  $f'(X)$  为考虑了罚函数后的适应度,  $p(X)$  为罚函数。

### 2.2.4 遗传优化算子的设计

优化算子主要包括选择算子、交叉算子和变异算子。

1) 选择算子。采用比例选择算子,即根据个体适应度在群体适应度所占的比例来决定个体将被选中的概率。即

$$p\{\text{选中 } b_i\} = \frac{f(b_i)}{\sum_{i=1}^n f(b_i)} \quad (5)$$

2) 交叉算子。采用混合交换策略,设  $\{x_i\}$  和  $\{y_i\}$  为两个被选择进行交叉的父代个体。当随机确定交换

点后,则交叉产生的后代个体是  $x_{ai}$  和  $y_{ai}$ ,即

$$x_{ai} = a_i x_i + (1 - a_i) y_i \quad (6)$$

$$y_{ai} = a_i y_i + (1 - a_i) x_i \quad (7)$$

式中  $a_i$  为 [0 1] 中的随机数。

3) 变异算子。采用均匀变异操作。对于父代个体,若  $x_k$  为变异点,其取值范围为  $[U_{\min}^k, U_{\max}^k]$ 。在该点对父体进行均匀变异操作后,新变异点的新基因值为

$$x'_{ik} = U_{\min}^k + r(U_{\max}^k - U_{\min}^k) \quad (8)$$

式中  $r$  为 [0 1] 范围内符合均匀概率分布的随机数。

### 2.2.5 交叉概率 $P_c$ 和变异概率 $P_m$ 的自适应调整

交叉概率  $p_c$  和变异概率  $p_m$  取值过大,虽能产生较多的新个体,但也有可能破坏掉已有的较好模式;取值过小,产生新个体的速率又可能太慢。因此采用交叉概率  $p_c$  和变异概率  $p_m$  都是根据进化代数自适应调整,其公式为

$$p_c = 0.9 - 0.3t/T \quad (9) \qquad p_m = 0.2 - 0.19t/T \quad (10)$$

式(9)、(10)中  $t$  为当前的进化代数;  $T$  为总的进化代数。

### 2.2.6 最终数据计算结果的选定

在实验中分别对  $X-Y, X-Z, Y-Z$  平面插入 3 组数据,对插入的这 3 组数据分别经过以上选择、交叉、变异计算后,可得到一组相对较优的新的空间三维点坐标  $(x_1, y_1, z_1), (x', y', z'), (x'', y'', z''), (x''', y''', z''')$ ,  $(x_2, y_2, z_2)$ , 其中:  $(x_1, y_1, z_1)$  为插值的起点;  $(x_2, y_2, z_2)$  为插值的终点;  $(x', y', z'), (x'', y'', z''), (x''', y''', z''')$  为经过本文所述算法计算出的空间数据。可以对这 3 个数据都采用,也可以根据均方差最小原则选择其中一个,本文采用第二种方法采用均方差最小的那个空间数据插值  $(x', y', z')$ 。

## 3 应用实例与结果对比

本文中涉及的地形数据采用的是 GPS 文本文件数据,其数据格式 \$ GOGGA, <1>, <2>, <3>, <4>, <5>, <6>, <7>, <8>, <9>, <10>, <11>, <12> \* hh, <CR>, <LF>。

图形绘制采用微软的 VC6 和 SGI 公司的 OpenGL 图形接口绘制三角面片实现<sup>[8]</sup>。试验结果见图 1~图 6。

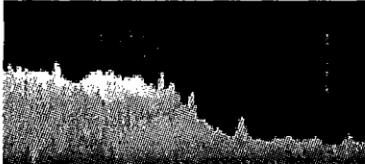


图 1 基于遗传算法牛顿插值正视图

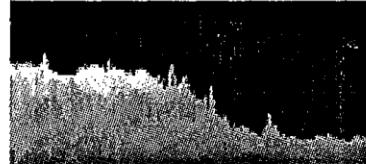


图 2 牛顿插值正视图

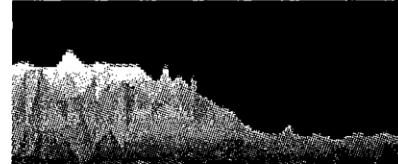


图 3 原始正视图



图 4 基于遗传算法牛顿插值侧视图



图 5 牛顿插值侧视图

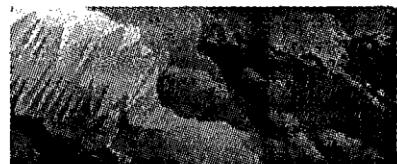


图 6 原始侧视图

通过观察图 2、3、5、6 可知经过基于插值法生成的图形较原始数据图精细,图形质量好,而且发现牛顿插值的图 3、6 由于插值而引起的“尖锐”出现,使用遗传算法的牛顿插值的图 2、5 则没有“尖锐”出现,这说明基于遗传算法的牛顿插值法不仅解决了牛顿插值法不能很好兼顾到三维地形数据局部的变化趋势,而且避免单使用遗传算法降低地形数据变化的方向性问题,得到比较接近真实地形的数据,使得地形数据在尽量少的增加噪声的基础上补偿了地形数据。

## 4 结论

实验结果展示了一个虚拟环境中 3 维中国地形模型的实验结果,该地形模型具有较高逼真程度、仿真性能好等优势,为大型虚拟战场系统的开发和应用打下良好的基础。文中提到的插值算法实现起来比较简单,运行效率也比较高,适合在 3 维环境下对数据进行补偿,是一种优化算法,该方法具有一定的实用价值。

### 参考文献:

- [1] 唐泽圣. 三维数据场可视化 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2000.
- [2] 靳海亮. 基于 VC 和 OpenGL 生成三维真实感地形 [J]. 舰船电子工程, 2005, 25(2): 102 - 106.
- [3] 张恒. 三维大地形模型的生成与管理方法研究 [J]. 系统仿真学报, 2005, 17(2): 388 - 391.
- [4] 王永明. 地形可视化 [J]. 中国图像图形学报, 2000, 5(6): 449 - 456.
- [5] 邓建中, 刘之行. 计算方法 [M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2001.
- [6] 雷英杰, 张善文. Matlab 遗传算法工具箱及应用 [M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2005.
- [7] 周创明, 华继学. 具有禁忌算子的遗传算法目标优化分配 [J]. 空军工程大学学报: 自然科学版, 2005, 6(2): 87 - 90.
- [8] De Floriani Leila, Paola Magillo, Enrico Puppo. VARIANT: a system for terrain modeling at variable resolution [J]. Geo informatics, 2000, 4(3): 287 - 315.

(编辑:田新华)

## Newton Interpolation Based on Genetic Algorithm and its Application in Landform Visualization

MA Fei, HUA Ji-xue, WU Jing

(The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, China)

**Abstract:** Under the virtual battlefield environment background, aimed at the special request in the terrain visualization, this paper calculates the terrain data by using the Newton interpolation algorithm which should be supplemented, and carries on the optimized choice using the genetic algorithm in the interpolation data. The test result shows that this terrain data interpolation method is simple, fast, practical and without information distortion.

**Key words:** genetic algorithm; Newton interpolation; visualization in scientific computing