

# 基于小波多分辨率分析的机动目标跟踪算法

王睿<sup>1</sup>, 缪娜<sup>2</sup>, 苏蓉<sup>3</sup>

(1. 空军工程大学 导弹学院, 陕西 三原 713800; 2. 空军 93861 部队, 陕西 三原 713800; 3. 中国飞行试验研究院, 陕西 西安 710089)

**摘要:**研究了一种基于多分辨率分解的机动目标跟踪算法,该算法利用小波中的经典算法——Mallat 算法对单一分辨率的量测数据进行多尺度分解,将分解得到的多分辨率量测数据用于目标状态更新。仿真结果表明,该算法具有较好的跟踪性能。

**关键词:**多分辨率;小波变换,目标跟踪

中图分类号: TP273 文献标识码:A 文章编号:1009-3516(2007)05-0029-04

小波理论近年来不断被成熟和完善,应用也越来越广泛。如今已成功地应用于信号分析、图像处理等方面。Hong<sup>[1-3]</sup>首先将小波变换用于目标跟踪,取得了较好的滤波效果。“当前”统计模型具有良好的实用性,因此本文采用它来模拟目标的加速度,提出一种基于小波变换的机动目标自适应跟踪算法。通过与传统目标跟踪算法的比较,证明了提出算法的有效性。

## 1 系统跟踪模型的建立

离散时间动态方程和观测方程为

$$X(k+1) = F(k)X(k) + G(k)\bar{a} + W(k) \quad (1)$$

$$Z(k) = C(k)X(k) + V(k) \quad (2)$$

式中: $X(k)$ 为系统的状态变量,  $F(k)$ 为状态转移矩阵,  $G(k)$ 为输入控制矩阵。 $W(k) \sim N[0, Q(k)\delta_{kl}]$ 为模型噪声,  $V(k) \sim N[0, R(k)\delta_{kl}]$ 为观测噪声,  $C(k)$ 为观测矩阵。

$$C(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

取  $X = [x \ \dot{x} \ \ddot{x} \ y \ \dot{y} \ \ddot{y}]^T = [\dot{x} \ \ddot{x} \ \dot{a}_x \ y \ \dot{y} \ \ddot{y} \ \dot{a}_y]^T$ 。采用“当前”统计模型<sup>[4]</sup>,则系统的状态方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{a}_x \\ y \\ \dot{y} \\ \ddot{y} \\ \dot{a}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \\ y \\ \dot{y} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha_1 \bar{\alpha}_x \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{ax} \\ w_{ay} \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中:  $w_{ax}, w_{ay}$  分别为  $(0, \sigma_{ax}^2)$  和  $(0, \sigma_{ay}^2)$  的高斯白噪声;  $\alpha_1, \alpha_2$  分别为目标机动频率;  $\bar{\alpha}_x, \bar{\alpha}_y$  分别为机动目标“当前”的加速度在  $x, y$  方向分量的均值,即

$$\begin{cases} \bar{\alpha}_x(k) = \hat{x}(k/k-1) \\ \bar{\alpha}_y(k) = \hat{y}(k/k-1) \end{cases}$$

收稿日期:2006-11-28

基金项目:航空基金资助项目(619010803-1)

作者简介:王睿(1964-),女,陕西三原人,副教授,博士生,主要从事雷达信息处理和信息融合研究。

上文中的状态转移阵  $F(k)$ , 输入控制阵  $G(k)$  及系统噪声协方差阵  $Q(k)$  与参考文献[5]相同。

## 2 Mallat 算法及多分辨级系统描述

以观测信号为例来说明 Mallat<sup>[6-8]</sup>算法的分解和重构过程。

对于给定的分辨级为  $i$  的信号序列  $z(i,n)$ , 利用 Mallat 算法对它进行塔式分解, 所获得分辨率级为  $i-1$  的低频信号序列和高频信号序列分别为

$$z_L(i-1,n) = \sum_k h(2n-k)z(i,k) \quad (4) \quad z_H(i-1,n) = \sum_k g(2n-k)z(i,k) \quad (5)$$

式中:  $h(n)$  和  $g(n)$  分别为低通滤波器和高通滤波器的脉冲响应。

重构是分解的逆过程, 重构算法为

$$z(i,n) = \sum_k h(2k-n)z_L(i-1,k) + \sum_k g(2k-n)z_H(i-1,k) \quad (6)$$

多分辨级动态系统描述为

$$\begin{cases} X(N,k+1) = F(N)X(N,k) + G(N)\bar{a}(N) + W(N,k) \\ Z(i,k) = C(i)X(i,k) + V(i,k), i = N, N-1, \dots, 1 \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $i$  为分辨级(最高分辨级是  $N$ )。

## 3 算法流程

1) 初始化。将状态向量在分辨级  $i$  上分割成块长度为  $M_i = 2^{i-1}$  的数据块  $X_m(i)$ <sup>[9-12]</sup>。假设在最高分辨级  $N$  上, 第  $m$  个数据块  $X_m(N)$  的最优估计值  $\hat{X}_{m/m}(N)$  和估计误差方差  $P_{m/m}(N)$  已得到。数据块初始值  $\hat{X}_{0/0}(N)$  及误差协方差阵  $P_{0/0}(N)$  为

$$\begin{aligned} \hat{X}_{0/0}(N) &= \begin{bmatrix} \hat{X}_{0/0}(N,1) \\ \hat{X}_{0/0}(N,2) \\ \vdots \\ \hat{X}_{0/0}(N,M_N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ F^2 \\ \vdots \\ F^{M_N} \end{bmatrix} x_0 \\ P_{0/0}(N) &= E\{[X_{0/0}(N) - \hat{X}_{0/0}(N)][X_{0/0}(N) - \hat{X}_{0/0}(N)]^T\} = \begin{bmatrix} F & F \\ F^2 & F^2 \\ \vdots & \vdots \\ F^{M_N} & F^{M_N} \end{bmatrix} P_0 \begin{bmatrix} F & F \\ F^2 & F^2 \\ \vdots & \vdots \\ F^{M_N} & F^{M_N} \end{bmatrix} + Q_0 \end{aligned}$$

式中:  $Q_0 = \text{diag}[Q(0), Q(1), \dots, Q(M_N-1)]$

2) 由第  $m$  块的值预测第  $m+1$  块的值。在最高分辨级  $N$  上, 若已得到第  $m$  块的估计值  $\hat{X}_{m/m}(N)$  和  $P_{m/m}(N)$ , 对  $m+1$  块的估计值进行预测, 可得到  $\hat{X}_{m+1/m}(N)$  和  $P_{m+1/m}(N)$

$$\hat{X}_{m+1/m}(N) = F_m(N)\hat{X}_{m/m}(N) + G_m(N)\bar{a}_m(N) \quad (8)$$

$$P_{m+1/m}(N) = F_m(N)P_{m/m}(N)F_m^T(N) + Q_m(N) \quad (9)$$

式中:

$$\begin{cases} Q_m(N) = \text{diag}[Q(mM_N+1), Q(mM_N+2), \dots, Q(mM_N+2M_N-1)] \\ F_m(N) = \text{diag}[F_N^M, F_N^M, \dots, F_N^M], G_m(N) = \text{diag}[G_N^M, G_N^M, \dots, G_N^M] \\ \bar{a}_m(N) = [\bar{a}(N, nM_N+1), \bar{a}(N, nM_N+2), \dots, \bar{a}(N, mM_N+M_N)] \\ \hat{Z}_{m+1/m}(N) = G_m(N)\hat{X}_{m+1/m}(N), C_m(N) = \text{diag}[C(N), C(N), \dots, C(N)] \end{cases}$$

3) 从高分辨级向低分辨级分解。用小波变换将  $\hat{X}_{m+1/m}(N)$  分解到分辨级  $i$  ( $i = N-1, N-2, \dots, 1$ ) 上, 生成  $\hat{X}_{m+1/m}(i)$ :

$$\hat{X}_{m+1/m}(i) = L_i^T \text{diag}[H_i, H_i, \dots, H_i] L_{i+1} \hat{X}_{L_{i+1}/m}(i+1) = L_i^T \text{diag}\left[\prod_{j=N-i}^i H_j, \dots, \prod_{j=N-1}^i H_j\right] L_N \hat{X}_{m+1/m}(N) \quad (10)$$

$$P_{m+1/m}(i) = L_i^T \text{diag}[H_i, \dots, H_i] L_{i+1} P_{m+1/m}(i+1) = L_{i+1}^T \text{diag}[H_i^T, \dots, H_i^T] L_i \quad (11)$$

用小波变换将  $\hat{Z}_{m+1/m}(N)$  分解到分辨级  $i$  ( $i = N-1, \dots, 1$ ) 上,生成  $\hat{Z}_{m+1/m}(i)$ :

$$\hat{Z}_{m+1/m}(i) = L_i^T \text{diag}[H_i, H_i, \dots, H_i] L_{i+1} \hat{Z}_{m+1/m}(i+1) = L_i^T \text{diag}\left[\prod_{j=N-1}^i H_j, \dots, \prod_{j=N-1}^i H_j\right] L_N \hat{Z}_{m+1/m}(N) \quad (12)$$

4)各个分辨级上的数据更新。当第  $m+1$  块的实际测量值  $Z_{m+1}(i)$  到来时,将对状态预测值  $\hat{X}_{m+1/m}(i)$  ( $i = N, N-1, \dots, 1$ ) 进行更新,得到分辨级  $i$  上第  $m+1$  块的最优估计值。在分辨级  $i$  ( $i = N-1, N-2, \dots, 1$ ) 上的滤波公式为:

$$\begin{cases} \hat{X}_{m+1/m}(i) = F_m(i) \hat{X}_{m/m}(i) + G_m(i) \bar{a}(i) \\ \hat{X}_{m+1/m+1}(i) = \hat{X}_{m+1/m}(i) + K_{m+1}(i) [Z_{m+1}(i) - C_{m+1}(i) \hat{X}_{m+1/m}(i)] \\ K_{m+1}(i) = P_{m+1/m}(i) C_{m+1}^T(i) [C_{m+1}(i) P_{m+1/m}(i) C_{m+1}^T(i) + R_{m+1}(i)]^{-1} \\ P_{m+1/m}(i) = F_m(i) P_{m/m}(i) F_{m+1/m}^T(i) + Q_m(i) \\ P_{m+1/m}(i) = [I - K_{m+1}(i) C_{m+1}(i)] P_{m+1/m+1}(i) \end{cases} \quad (13)$$

其中:  $C_{m+1}(i) = \text{diag}[C(i), \dots, C(i)]$ ,  $R_{m+1}(i) = \text{diag}[R(i), \dots, R(i)]$

5)由低分辨级向高分辨级重构。

$$\hat{X}_{m+1/m+1}(N) = L_N^T \text{diag}\left[\left(\prod_{j=N-1}^i H_j\right)^T, \dots, \left(\prod_{j=N-1}^i H_j\right)^T\right] L_i \hat{X}_{m+1/m+1}(i) \quad (14)$$

$$P_{m+1/m+1}(N) = L_N^T \text{diag}[H_i^T, \dots, H_i^T] L_i P_{m+1/m+1}(i) L_i^T \text{diag}[H_i, \dots, H_i] L_N \quad (15)$$

跳转至步骤 2)。

## 4 算法仿真

假设目标在二维平面内运动。系统的状态变量为  $\hat{X}(N, k) = [x(N, k), \dot{x}(N, k), \ddot{x}(N, k), y(N, k), \dot{y}(N, k), \ddot{y}(N, k)]^T$

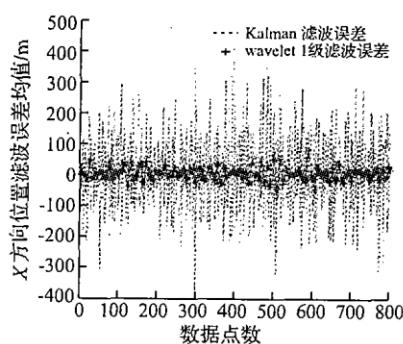
由 2 部雷达对同一目标进行观测,测距误差分别为 200 m 和 100 m,测角误差均为 0.3°。采样周期  $T_1 = T_2 = 1$  s;最大加速度  $a_{\max} = 100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ,  $a_{-\max} = -100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ;目标运动历时 800 s;机动频率  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1/60$ ,分辨级  $N=3$ 。

$$\text{观测矩阵 } C(1, k) = C(2, k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

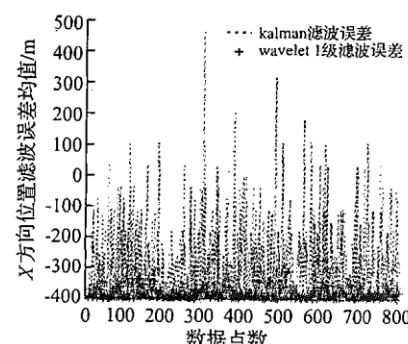
目标运动的起始状态为:  $x_0 = [10000 \ 34 \ 10 \ 30000 \ 55 \ 6]^T$

$$P_0 = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

采用 Monte Carlo 方法对本文给出的算法进行 50 次仿真,并将其结果与卡尔曼滤波算法进行比较。图 1(a)和(b)分别给出了 2 种算法在  $X$  方向位置滤波误差的均值和标准差。



(a) 位置滤波误差



(b) 位置误差标准差

图 1 方向位置滤波误差

## 5 结论

仿真结果表明,基于小波变换的机动目标跟踪算法能将目标运动轨迹从强噪声中提取出来,该算法在最低分辨率上的滤波精度高于在原始分辨率上的卡尔曼滤波算法。

### 参考文献:

- [1] Hong L. Multiresolutional Estimation Using Wavelet Transform[J]. IEEE Trans. on Aerospace and Electronic System, 1993, 29 : 1244 - 1251.
- [2] Hong L. Adaptive Distributed Filetering in Muti - coordinated Wavelets[J]. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, 1991, 27 : 715 - 724.
- [3] Hong L. Distributed Filtering Using Set Models[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electoinc Systems, 1992, 28(4) : 1144 - 1153.
- [4] 周宏仁,敬忠良,王培德. 机动目标跟踪[M]. 北京:国防工业出版社,1994.
- [5] 缪 娜. 试飞推演及评估系统目标跟踪算法研究[D]. 西安:空军工程大学,2007.
- [6] 飞思科技产品研发中心. 小波分析理论与 MATLAB7 实现[M]. 北京:电子工业出版社,2005.
- [7] Ingrid Daubechies. 小波与傅立叶分析基础[M]. 苑国胜,康 健,译. 北京:电子工业出版社,2004.
- [8] Albert Boggess. 小波十讲[M]. 李建平,杨万年,译. 国防工业出版社,2005.
- [9] 文成林,杨秀珍,施晨鸣,等. 基于多传感器的多分辨机动目标跟踪[J]. 河北科技大学学报,2000,21(1) : 12 - 16.
- [10] 文成林,周东华. 多尺度估计理论及其应用[M]. 北京:清华大学出版社,2002.
- [11] 杨万海. 多传感器数据融合及其应用[M]. 西安:西安电子科技大学出版社,2004.
- [12] 焦光龙,冯存前,丁前军. 基于小波分解的超宽带雷达去噪方法[J]. 空军工程大学学报:自然科学版,2005,6(2) : 66 - 68.

(编辑:田新华,徐楠楠)

## An Algorithm Based on Wavelet Multi – resolution Analysis to the Maneuvering Target Tracking

WANG Rui<sup>1</sup>, GOU Na<sup>2</sup>, SU Rong<sup>2</sup>

(1. The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, China; 2. Air Force Unit 93861, Sanyuan 713800, China; 3. Chinese Flight Test Establishment, Xi'an 710089, China)

**Abstract:** An algorithm for maneuvering target tracking using multi – resolution analysis is studied in this paper. The observation data of the mono – resolution are decomposed with the use of a classical algorithm in wavelet transform, Mallat algorithm. The decomposing results are then used to update the states of the target. Simulation results show that the algorithm is perfect in target tracking and economical computation.

**Key words:** multi – resolution analysis; wavelet transform; target tracking