CSD编码中共享子表达式统计特性的研究

熊 伟[1,2]， 胡永辉[1]， 梁 青[3]
(1. 中国科学院国家授时中心，陕西 西安 710600;2.空军工程大学 电讯工程学院，陕西 西安 710077;3.西安邮电学院 电子与信息工程系，陕西 西安 710061)

摘　要:针对线性DSP变换的无乘法器实现提出主要基于移位相加、CSD编码和共享子表达式的思想,高效的数字表示系统能够降低乘法模块的复杂度。根据CSD表示法和共享子表达式的概念,研究了10位CSD编码的统计规律,得出了5项共享子表达式消除法。通过有限冲击响应滤波器(FIR)的设计与实现验证了此方法比一般的方法能减少加法器个数的结论。

关键词:CSD;多常数乘法;共享子表达式
中图分类号: TN919　**文献标识码**:A　**文章编号**:1009-3516(2007)04-0058-04

目前大多数便携式嵌入式系统如移动电话、数码相机等都要完成庞大的数据计算,这些数据计算多数情况下要由用户的硬件来实现以满足性能和功率的要求。因此,有必要研究数据计算的优化问题,它能够降低硬件的复杂度和功率的损耗[1,2]。数字信号处理中常含有乘-累加(MAC)操作,如有限冲击响应滤波器(FIR)、快速傅里叶变换(FFT)等,常系数的乘法能够通过移位相加的方法来简化乘法运算[3]。近年来,人们通过改变常系数的表示来降低数位为1的个数进行了大量的研究,CSD编码就是其中一种有效的方法,常系数用CSD编码表示后,非零数位平均比用二进制表示少33%[4]。在此基础上,利用子表达式对常系数乘法进行数字变换,使得面积、功率和速度各指标能够高效硬件实现。本文从实际应用出发,查找了常用的子表达式,并对出现的概率进行了研究,得到了出现概率最高的5项共享子表达式,通过实验验证了该5项子表达式可以进一步减少累加次数的结论。

1　CSD编码

CSD编码是一种非传统定点数表示法,与传统的二进制有所不同,每个数位允许有多个数字,而且有正负符号。此编码的缺点是占用了较多的存储空间,优点是处理速度较快。

1.1　有符号数字(SD)编码

一个数的SD编码允许用负号来表示该数是负值。若基数为$r(r\geqslant 2)$,一个有符号整数X的n位SD编码表示为$X=(x_{n-1},\cdots,x_1,x_0)_{SD}$,其代数值为$X=\sum_{i=0}^{n-1}x_i\times r^i$,每一个数位$x_i$的取值集合为$\{-\alpha,-\alpha+1,\cdots,-1,0,1,\cdots,\alpha-1,\alpha\}$,它包含有$2\alpha+1$个数值。$\alpha$的取值范围应满足如下不等式:$\lceil\frac{r-1}{2}\rceil\leqslant\alpha\leqslant r-1$。若要取得最小冗余性(Minimum Redundance),则须取$\alpha=\lceil\frac{r-1}{2}\rceil$。取此最小值的目的在于运算方便,并且节约存储空间[4]。如SD2(基数为2)的数位取值集合为$\{-1,0,1\}$(-1也可用$\bar{1}$表示)。因为SD编码的每个数位允许有正负符号,故一个数值的SD编码可以有多种表示。例如$(-7)_{10}$的SD2编码可以是$(0\bar{1}\bar{1}\bar{1})_{SD}$、$(\bar{1}001)_{SD}$、$(\bar{1}1\bar{1}\bar{1})_{SD}$或$(\bar{1}00\bar{1})_{SD}$等形式。

收稿日期:2006-11-20
基金项目:陕西省教育厅科学研究计划项目(06JK198)
作者简介:熊 伟(1965-),男,安徽凤阳人,副教授,博士生,主要从事数字通信和EDA的研究.

1.2 CSD 编码及其性质

具有最少非零元素的 SD 码称为正则有符号数字表示法,也称为 CSD(Canonical Signed Digit)。通过概念可以看出,$(-7)_{10}$的 SD2 编码中只有$(\bar{1}001)_{SD}$为 CSD 编码。Reitwiesner[5]讨论了 CSD 编码具有以下性质:① CSD 编码中不存在连续两个非零位。即相邻两个数位不可能是 11、1 -1、-11 或 -1 -1。② 一个数的 CSD 编码中含有非零位是该数其它表示法中最少的,因而被称为正则的。③ 一个数的 CSD 编码是惟一的。④ 在区间[-1,1)中的 W 位 CSD 编码中,平均每个数的非零位数为 $W/3+1/9+0(2^{-W})$。所以,CSD 编码中的非零位数比 2 的补码数中的非零位数少 33%。

2 共享子表达式

算法级的强度缩减可以用来减少加法和乘法的次数,通过子表达式消除来重组计算,从而使按照速度、功耗和面积评价的计算性能得到改善[6-8]。从本质上,子表达式消除法是检查常数乘法中移位 - 加的实现、同时寻找冗余操作的过程。一旦找到这种冗余操作,只需进行一次计算;得到的结果便可在整个常数乘法中共享。

2.1 共享子表达式的确定

为了更加全面地统计 CSD 编码中可能出现的共享子表达式,对共享子表达式做了如下 2 点规定:

1)通过移位而完全相同的两个子表达式含有相同的共享子表达式。如 101000 和 001010 含有相同的共享子表达式 101。

2)具有不同符号的子表达式含有相同的共享子表达式。如 10 - 1000 和 00 - 1010 含有相同的共享子表达式 10 - 1。根据此规则,可查找出数位为 N 可能存在的共享子表达式。如 $N=8$ 可能存在的共享子表达式有 101, 1001, 10001, 100001, 1000001, 10000001, 10101, 101001, 1010001, 10100001, 100101, 1001001, 10010001, 1000101, 10001001,以及它们非零位逐位单独取反。

2.2 子表达式的统计特性

在实际应用中,有相当多的数字信号都是经过模数转换的话音信号,而将话音信号转换为数字信号的模数转换器常用的是 8 位或 10 位。因此,本文重点研究 10 位以内的 CSD 编码中共享子表达式的统计规律。统计时一是对于出现 10101 的情况,仅统计 101 一次,即对于同一个常数的 CSD 编码中仅统计不重叠的子表达式的个数;同理对于 $10\bar{1}01$,也仅统计 $10\bar{1}$ 出现 1 次。二是因为 $10\bar{1}=-\bar{1}01$,所以统计 $10\bar{1}$时,含有 $\bar{1}01$ 出现的次数。同理,统计 101 时,含有 $\bar{1}0\bar{1}$出现的次数;统计 $\bar{1}0101$ 时,含有 $10\bar{1}0\bar{1}$出现的次数。三是某些共享子表达式,由于出现的次数很少不在统计表中出现。四是单独 1 出现的次数最多,一个 CSD 编码中有多少非零数位就有多少单独出现 1 的情况,故统计时也未考虑。由此得到 10 位 CSD 编码中共享子表达式出现的次数见表 1。

表 1　共享子表达式统计表

位数	101	$10\bar{1}$	1001	$100\bar{1}$	10001	$1000\bar{1}$	10101	$\bar{1}0101$	$10\bar{1}01$	$1010\bar{1}$
7	47	67	21	32	7	12	8	13	12	7
8	116	151	50	71	20	28	17	34	28	22
9	267	332	119	161	56	61	45	77	64	52
10	584	738	275	355	121	147	106	166	142	122

除了单独的 1 出现的次数最多外,通过表 1 可以看出, 101 和 $10\bar{1}$出现的次数也很多,符合 K. K. Parch[8]提出的观点,所有的 CSD 系数都可以由 3 种简单表达式即 101 、$10\bar{1}$ 和 1"构成"。此外, 1001 和 $100\bar{1}$也出现的次数较多。所以就可以由 101、$10\bar{1}$、1001 、$100\bar{1}$和 1 构成最基本的共享子表达式,所有的 CSD 系数都可以由此 5 项简单表达式来构成。

3 实验验证

下面通过一个实际滤波器的设计来验证本文提出的方法。用频率取样法设计的一个线性相位 FIR 带通

数字滤波器,其通带频率为 1 000 - 1 400 Hz,采样频率 f_s =6 600 Hz ,阶数 N = 33。

首先通过 MATLAB 编程可得冲击脉冲响应 $h(n)$。$h(n)$ 及其 2 的补码和 CSD 编码见表 2。

表 2 $h(n)$ 及其 2 的补码和相应的 CSD 编码

$h(i)$	常系数	放大 10000	二进制数	2 的补码 (12 位)	CSD 编码
$h(0)$,$h(32)$	-0.050 5	-505	-00111111001	111000000111	-100000100-1
$h(1)$,$h(31)$	0.007 9	79	00001001111	000001001111	101000-1
$h(2)$,$h(30)$	0.045 2	452	00111000100	000111000100	100-1000100
$h(3)$,$h(29)$	0.022 7	227	00011100011	000011100011	100-10010-1
$h(4)$,$h(28)$	-0.007 8	-78	-00001001110	111110110010	-10-10010
$h(5)$,$h(27)$	0.000 0	0	00000000000	000000000000	0
$h(6)$,$h(26)$	0.008 7	87	00001010111	000001010111	10-10-100-1
$h(7)$,$h(25)$	-0.028 4	-284	-00100011100	111011100100	-100-100100
$h(8)$,$h(24)$	-0.063 7	-637	-01001111101	110110000011	-10-1000010-1
$h(9)$,$h(23)$	-0.012 7	-127	-00001111111	111110000001	-10000001
$h(10)$,$h(22)$	0.093 3	933	01110100101	001110100101	100-10100101
$h(11)$,$h(21)$	0.110 1	1 101	10001001101	010001001101	10001010-101
$h(12)$,$h(20)$	-0.021 1	-211	-00011010011	111100101101	-1010-10-101
$h(13)$,$h(19)$	-0.156 0	-1 560	-11000011000	100111101000	-101000-101000
$h(14)$,$h(18)$	-0.113 4	-1134	-10001101110	101110010010	-100-10010010
$h(15)$,$h(17)$	0.074 6	746	01011101010	101011101010	10-100-101010
$h(16)$	0.181 8	1 818	11100011010	011100011010	100-10010-1010

然后根据表 2 统计子表达式出现的次数,子表达式 101 共出现 7 次,10-1 共出现 11 次,1001 共出现 5 次,100-1 共出现 7 次,这些共享子表达式出现的次数越多,越能减少加法运算的次数。再统计计算所需加法运算的次数,若用二进制表示常系数,则需要 71 次加法运算,若采用 CSD 编码,则需要 46 次加法运算;若采用 K. K. Parch 提出的方法,则需要 30 次加法运算;若采用本文提出方法,则仅需 25 次加法运算。通过对比可见,采用 CSD 编码能比二进制表示减少 35.2% 的加法操作,采用 K. K. Parch 提出的方法能比 CSD 编码减少 34.8% 的加法操作,采用本文提出的 5 项共享子表达式消除法能比 K. K. Parch 提出的方法减少 16.6% 的加法操作。

4 结论

本文讨论的是无乘法器结构的常系数乘法问题的数值优化问题。基于移位相加、CSD 编码和共享子表达式的思想,根据现实情况,本文重点研究了 10 位 CSD 编码中共享子表达式的统计规律,得到出现次数较多的 5 项共享子表达式,即 101、$10\bar{1}$、1001 、$100\bar{1}$ 和 1。并将之应用到 FIR 滤波器的实现中,进一步减少加法器的个数。通过比较可以看出,本文提出的 5 项共享子表达式消除法抛弃了烦琐的子表达式搜索方法,能够进一步减少加法器的个数。

参考文献:

[1] Puschel M, Singer B, Xiong J, et al. SPIRAL: A Generator for Platform - Adapted Libraries of Signal Processing Algorithms [J]. Journal of High Performance Computing and Applications, 2004.

[2] 彭冬梅,李 彦,何长龙. 基于 DSP 技术的 H.263 视频编码协议算法[J]. 空军工程大学学报:自然科学版,2004,5(1):65-67.

[3] Nguyen H , Chatterjee A. Number - Splitting withShift - and - Add Decomposition for Power andHardware Optimization in Linear DSP Synthesis[J]. IEEE Transactions on Very Large Scale Integration(VLSI) Systems,2000, 8(4):419-424.

[3] Reitwiesner S W. Binary arithmetic[J]. Advances in Computer,1966,(1):231-308.

[4] Sorin Cotofana. Signed Digit Addition and Related Operations with Threshold Logic[J]. IEEE Transactions on Computers , 2000,49(3):193-208.

[5] Hartley R. Subexpression sharing in filters using canonic signed digit multipliers[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II,1996 43(10):677-688.

[6] Pasko R,Schaumont P,Derudder V,et al. A New Algorithm for Elimination of Common Subexpressions[J]. IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems,1999,18(1):58-68..

[7] Costa E da,Flores P,Monteiro J. Maximal Sharing of Partial Terms in MCM under Minimal Signed Digit Representation[M]. [S. I.]:In European Conference on Circuits Theory and Design,2005.

[8] Parch K K. VLSI Digital Signal Processing Systems Design and Implementation [M]. New. Jersey:John Wiley and Sons,Inc, 1999.

(编辑:田新华,徐楠楠)

Research on Statistical Characterization of CSD Code for the sharing of Sub-expressions

XIONG Wei , HU Yong-hui,LIANG Qing

(1. National Time Service Center , the Chinese Academy of Science ,Xi'an,China,710600;2. The Telecommunication Engineering Institute of the Air Force Engineering University , Xi'an,China,710077;3. Department of Electronics and Information Engineering , Xi'an Institute of Posts and Telecommunications , Xi'an,China,710061)

Abstract: This paper presents a novel technique to reduce the number of operations in Multiplierless implementations of linear DSP transforms based on shifting and adding , CSD ,and sub-expressions. The complexity of multiplier blocks can be significantly reduced by using an efficient number system. First it gives the 10-bits CSD representation and definition of Sub-expressions. Then Statistical Characterization of CSD Code is studied , it found that the five-term Sub-expressions elimination . Through the design and implementation of FIR, our method will use the less adders than ordinary schemes.

Keywords: Canonical Signed Digit;Multiple Constant Multiplication ;Common Sub-expression

(上接第 41 页)

[5] 吕文俊,程　勇,程崇虎,等.共面波导馈电小型平面超宽带天线的设计与研究[J].微波学报,2004,20(4):19-23.

[6] 郑秋容,卢万铮,刘　锋.一种可用于卫星通信的微带天线阵元[J].空军工程大学学报:自然科学版,2003,4(2):34-36.

[7] Kin Lu,WONG Chia Luan. Broadband Probe-Fed Patch Antenna with A W-Shaped Ground Plane[J]. IEEE Trans. AP , 2002,50(6):827-831.

[8] Fan Yang, Xue Xia ZHANG, Xiao ning YA. Wide-Band E-Shaped Patch Antennas for Wireless Communications[J]. IEEE Trans. AP, 2001,49(7):1094 -1100.

(编辑:田新华,徐楠楠)

A New Design of Broadband Micro-strip Patch Antenna

GAO Xiang-jun, ZHU Li, ZHAO Hai-zhou

(The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, Shaanxi, China)

Abstract:In this paper, a broadband micro-strip patch antenna is designed and manufactured, which is comprised of many substrates with different thickness and dielectric constants. This antenna is fed, through the coupling slot, by a semi-annular micro-strip line. The simulated and tested results show that the 47% impedance band (VSWR <2) and 8.4dB gain are achieved. This antenna can be widely used in the field of broadband plane array antennas.

Key words:broadband; slot-coupling; semi-annular feed; micro-strip antenna