

基于 LMI 方法的网络化控制系统的鲁棒容错控制

李 炜, 李亚洁, 刘微容

(兰州理工大学 电气工程与信息工程学院, 甘肃 兰州 730050)

摘 要:在网络化控制系统(NCS)中,针对时延和不同步对系统性能产生的影响,将时延的不确定性转换为系统状态方程系数矩阵的不确定性,将网络化控制系统的状态向量扩张为增广状态向量。基于 Lyapunov 稳定性理论和 LMI 方法,推证出了保证闭环网络化控制系统在执行器或传感器发生失效故障时仍渐近稳定的充分条件,并通过求解线性矩阵不等式组方便地得到了容错控制器的设计结果。最后用仿真算例验证了此种方法的可行性和有效性。

关键词:容错控制;网络化控制系统;鲁棒性;线性矩阵不等式

中图分类号: TP202 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2007)04-0027-05

随着控制对象的日益复杂化以及计算机、通信和传感技术的迅猛发展,使得现代控制系统的结构逐渐趋于分布化,因此网络化控制系统(NCS)已经成为工业界和学术界的研究热点之一^[1-2]。所谓网络化控制系统就是通过一个实时网络构成的闭环控制系统,其突出特点是反馈控制系统中的控制回路是通过网络信道连接而成的闭环^[3]。在工程实践中,NCS 不仅规模大、结构复杂,而且对安全性、可靠性要求很高,但由于无法避免各种不确定性因素造成的建模标称模型和实际系统的不符,或传感器和执行器等部件发生故障,系统常常会失去所期望的动静特性乃至失稳,因此,近几年来网络化控制系统的鲁棒容错控制问题引起了控制界的关注。文献[4]、[5]针对网络时滞、不同步、丢包等现象,基于 LMI 方法研究了网络化控制系统的 H_∞ 鲁棒控制问题,通过求解线性矩阵不等式得到状态反馈矩阵。文献[6]研究了不确定网络化控制系统的鲁棒容错控制,采用 Lyapunov 方法给出传感器或执行器失效时系统鲁棒容错控制的充分条件,但文中未给出状态反馈矩阵的设计方法,缺乏构造性。文献[7]研究了一类网络化控制系统的建模与控制问题,将在一个采样周期内不能成导时延的影响,针对此类传感器“故障”的时变特性,利用切换系统的理论,研究了控制器和观测器的协同设计方法,但所研究的网络仅存在于控制器与传感器之间,对于控制器和执行器之间存在网络的问题未见涉及。

1 网络的时延和 NCS 数学模型

1.1 网络时延分析与假设

由于网络化控制系统中通信带宽有限且信息源众多,因此信息传输不可避免地存在着各种延迟,网络化控制系统中的延迟包括:被控对象与控制器之间数据传输的时延;控制器进行控制时的时延;控制器与被控对象之间命令传输的时延;被控对象从接收命令到执行命令的时延。网络化控制系统的延迟分布和工作时序可用图 1、2 表示。

图中,若假设该系统的采样周期为 h ,在任意一个采样周期的起始时刻,控制器向被控对象发出采样命令,命令经网络时延 τ_1 ,才能送到被控对象;被控对象立即进行采样,采样时间为 τ_2 ;被控对象将采样数据传送到控制器,但是要经过网络时延 τ_3 才能送达控制器;此时,控制器经过时间 τ_4 计算出了下一步的执行命

收稿日期:2007-03-24

基金项目:甘肃省自然科学基金资助项目(3ZS051-A25-032),甘肃省教育厅高等学校研究生导师科研项目(050301),兰州理工大学特色学术梯队基金项目(0950)

作者简介:李 炜(1963-),女,陕西西安人,教授,主要从事工业过程先进控制、故障诊断与容错控制研究。

令。到 $kh + \tau'$ 的时刻发出此条执行命令,发出的执行命令又经过网络时延 τ_5 被送到被控对象;被控对象经过解释编译时间 τ_6 开始执行这条命令。同时还假设 $\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 < \tau'$, 控制器到 τ' 时刻发出执行命令,有助于消除 τ_1, τ_2, τ_3 和 τ_4 的不确定性对系统控制性能的影响,但同时造成了控制器与被控对象之间的不同步。

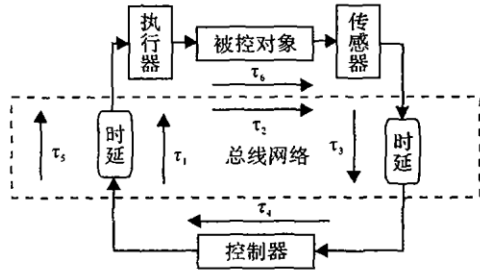


图1 网络化控制系统中的延迟分布

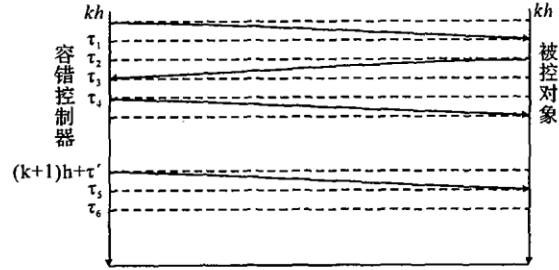


图2 网络化控制系统的工作时序图

针对网络化控制系统的各种时延 $\tau_i (i=1,2,\dots,6)$, 其中 $\tau_1 - \tau_4$ 的不确定性通过上面的假设 ($\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 < \tau'$), 随着控制器在 $kh + \tau'$ 时刻发出执行命令而消除, 因此该系统中只有 τ_5 和 τ_6 不能确切知道。

1.2 NCS 的数学模型

考虑控制对象的状态方程:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1) \quad z = Cx \quad (2)$$

式中: $x \in R^n, u \in R^m, z \in R^l$ 分别为被控对象状态变量, 控制输入、输出; A, B, C 为具有适当维数的系数阵。

基于上述网络时延分析与假设, 由于不能确切的得到 τ_5 和 τ_6 , 因此离散化得到的系统状态方程其参数矩阵具有不确定性, 且将时延的不确定性转化成了参数矩阵的不确定性。另外在消除了时延 $\tau_1 - \tau_4$ 的不确定性的同时, 引入了控制器和被控对象之间的不同步性, 离散化后的系统具有输入时延, 采用增广向量的方法, 可将网络化控制系统的状态向量扩展为增广状态向量, 以此来克服控制器与被控对象之间的不同步对控制系统的影响。具体步骤如下:

离散化式(1)和(2), 并考虑前述网络时延以及控制器与被控对象之间的不同步, 可得

$$x(k+1) = A_d x(k) + \sum_{i=0}^{i=1} B_{di}(\tau_k) u(k-i) \quad (3) \quad z(k) = Cx(k) \quad (4)$$

式中: $A_d = e^{Ah}$; $B_{d0}(\tau_k) = (\int_0^{h-\tau'-\tau} e^{At} dt) B = (\int_0^{h-\tau'} 1 e^{At} dt) B + (\int_{h-\tau'}^{h-\tau'-\tau} e^{At} dt) B$; $B_{d1}(\tau_k) = (\int_{h-\tau'}^h e^{At} dt) B = (\int_{h-\tau'}^h e^{At} dt) B + (\int_{h-\tau'-\tau}^{h-\tau'} e^{At} dt) B$; $\tau = \tau_5 + \tau_6$ 。由于 τ 的不确定性, 可以将 $(\int_{h-\tau'}^{h-\tau'-\tau} e^{At} dt) B$ 和 $(\int_{h-\tau'-\tau}^{h-\tau'} e^{At} dt) B$ 作为不确定项来处理: $B_{d0}(\tau_k) = B_{d0} + \Delta B_0, B_{d1}(\tau_k) = B_{d1} + \Delta B_1$ 。由 ΔB_0 和 ΔB_1 的结构可知, 存在 $H \subset R^{n \times n}, M_1 \subset R^{m \times m}, M_2 \subset R^{m \times m}$ 使得

$$[\Delta B_0, \Delta B_1] = H \Delta_k [M_1, M_2] \quad (5)$$

式中: $\Delta_k \subset R^{n \times n}$ 为未知的时变实值连续矩阵函数, 其元素 Lebesgue 可测, 且满足 $\Delta_k^T \Delta_k \leq I$ 若采用无记忆状态反馈控制律式(6), 则网络化闭环控制系统为式(7)。

$$u(k) = Kx(k) \quad (6) \quad x(k+1) = (A_d + B_{d0}K + \Delta B_0K)x(k) + (B_{d1} + \Delta B_1)Kx(k-1) \quad (7)$$

1.3 引理

引理 1^[8] (schur 补引理) 若已知 3 个矩阵 $Z_1 = Z_1^T, 0 < Z_2 = Z_2^T, Z_3$ 则 $Z_1 + Z_3^T Z_2^{-1} Z_3 < 0$, 当且仅当

$$\begin{pmatrix} Z_1 & Z_3^T \\ Z_3 & -Z_2 \end{pmatrix} < 0 \quad \text{or} \quad \begin{pmatrix} -Z_2 & Z_3 \\ Z_3^T & Z_1 \end{pmatrix} < 0$$

引理 2^[9] 给定矩阵 Z_1, Z_2 和 Z_3 , 若 $Z_1 + \epsilon^{-1} Z_3 Z_3^T + \epsilon Z_2 Z_2^T < 0, \exists \epsilon > 0$, 当且仅当 $Z_1 + Z_3 \Delta_k Z_2 + Z_2^T \Delta_k^T Z_3^T < 0$, 对于 $\forall \Delta_k^T \Delta_k \leq I$ 。

2 主要结果

2.1 执行器失效故障时 NCS 鲁棒容错控制

考虑执行器可能发生失效故障情形, 引入开关阵 L , 并把它放在输入阵和反馈增益阵之间, 其形式为

$$L = \text{diag}(l_1, l_2, \dots, l_m), \quad \text{其中: } l_i = \begin{cases} 1, & \text{第 } i \text{ 个执行器正常} \\ 0, & \text{第 } i \text{ 个执行器失效} \end{cases}$$

$L \in \Omega$, Ω 为执行器开关矩阵 L 的对角元素任取 0 或 1 的各种组合的对角阵集合 (除 $L=0$ 外), 表示所有可能的执行器失效故障模式的集合。则网络化闭环故障系统为

$$x(k+1) = (A_d + B_{d0}LK + \Delta B_0LK)x(k) + (B_{d1} + \Delta B_1)LKx(k-1) \quad (8)$$

针对执行器失效故障的网络化控制系统鲁棒容错控制的设计目标是: 确定状态反馈增益矩阵 K , 使得对所有可能的执行器失效故障 $L \in \Omega$, 网络化控制系统具有鲁棒完整性。

定理 1 对于任意可能的执行器失效故障模式 $L \in \Omega$, 若存在矩阵 Y 和正定对称矩阵 X, \hat{Q} , 以及正常数 $\alpha > 0$, 使得由式(3)、(4), 采样周期 h 和网络通信时延 $\tau = \tau_5 + \tau_6$ 决定的网络化控制系统, 当采用无记忆状态反馈控制律 $u(k) = Kx(k)$ 时, 满足线性矩阵不等式(9), 则网络化闭环故障系统(8)渐近稳定, 即在网络通信时延 $\tau = \tau_5 + \tau_6$ 存在不确定性的条件下, 网络化闭环故障系统具有鲁棒完整性。控制器增益矩阵可通过 $K = YX^{-1}$ 求取。

$$\begin{pmatrix} \hat{Q} - X & 0 & (A_d X + B_{d0}LY)^T & (M_1LY)^T \\ 0 & -\hat{Q} & (B_{d1}LY)^T & (M_2LY)^T \\ (A_d X + B_{d0}LY) & (B_{d1}LY) & -X + \alpha HH^T & 0 \\ M_1LY & M_2LY & 0 & -\alpha I \end{pmatrix} < 0 \quad (9)$$

证明: 设系统(7)的 lyapunov 函数为

$$V(k) = V_1(k) + V_2(k) = x^T(k)Px(k) + x^T(k-1)Qx(k-1) \quad (10)$$

式中: 矩阵 P 和 Q 均是正定对称矩阵。则 $V(k)$ 沿系统(8)的差分为

$$\Delta V(k) = V(k+1) - V(k) = x^T(k+1)Px(k+1) + x^T(k)Qx(k) - x^T(k)Px(k) - x^T(k-1)Qx(k-1) = [(A_d + B_{d0}LK + \Delta B_0LK)x(k) + (B_{d1} + \Delta B_1)LKx(k-1)]^T P [(A_d + B_{d0}LK + \Delta B_0LK)x(k) + (B_{d1} + \Delta B_1)LKx(k-1)] + x^T(k)Qx(k) - x^T(k)Px(k) - x^T(k-1)Qx(k-1) = [x^T(k), x^T(k-1)] \Phi \begin{bmatrix} x(k) \\ x(k-1) \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中: $\Phi = \begin{pmatrix} T & S \\ S^T & R \end{pmatrix}$; $T = (A_d + B_{d0}LK + \Delta B_0LK)^T P (A_d + B_{d0}LK + \Delta B_0LK) + Q - P$; $S = (A_d + B_{d0}LK + \Delta B_0LK)^T P (B_{d1} + \Delta B_1)LK$; $P = K^T L (B_{d1} + \Delta B_1)^T P (B_{d1} + \Delta B_1)LK - Q$ 。

当 $\Phi < 0$ 时, 则有 $\Delta V(k) < 0$, 此时网络化闭环故障系统(8)是渐近稳定的。

为了进一步求解矩阵不等式 $\Phi < 0$, 根据引理 1, $\Phi < 0$ 等价于式(12)

$$\begin{pmatrix} Q - P & 0 & (A_d + B_{d0}LK + \Delta B_0LK)^T \\ 0 & -Q & K^T L (B_{d1} + \Delta B_1)^T \\ (A_d + B_{d0}LK + \Delta B_0LK) & (B_{d1} + \Delta B_1)LK & -P^{-1} \end{pmatrix} < 0 \quad (12)$$

将 $\Delta B_0, \Delta B_1$ 的结构表达式(5)代入式(12)并整理得式(13)。由引理 2, 式(13)等价于式(14)。

$$\begin{pmatrix} Q - P & 0 & (A_d + B_{d0}LK)^T \\ 0 & -Q & (B_{d1}LK)^T \\ (A_d + B_{d0}LK) & (B_{d1}LK) & -P^{-1} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} (M_1LK)^T \\ (M_2LK)^T \\ 0 \end{bmatrix} \Delta_k^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & H^T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ H \end{bmatrix} \Delta [(M_1LK) \ (M_2LK) \ 0] < 0 \quad (13)$$

$$\begin{pmatrix} Q - P & 0 & (A_d + B_{d0}LK)^T \\ 0 & -Q & (B_{d1}LK)^T \\ (A_d + B_{d0}LK) & (B_{d1}LK) & -P^{-1} \end{pmatrix} + \alpha^{-1} \begin{bmatrix} (M_1LK)^T \\ (M_2LK)^T \\ 0 \end{bmatrix} [(M_1LK) \ (M_2LK) \ 0] + \alpha \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & H^T \end{bmatrix} < 0 \quad (14)$$

即

$$\begin{pmatrix} Q - P + \alpha^{-1} (M_1LK)^T M_1LK & \alpha^{-1} (M_1LK)^T M_2LK & (A_d + B_{d0}LK)^T \\ \alpha^{-1} (M_2LK)^T M_1LK & -Q + \alpha^{-1} (M_2LK)^T M_2LK & (B_{d1}LK)^T \\ (A_d + B_{d0}LK) & B_{d1}LK & -P^{-1} + \alpha HH^T \end{pmatrix} < 0 \quad (15)$$

对式(15)两端分别左乘和右乘 $\text{diag}\{X, X, I\}$ 可得

$$\begin{pmatrix} \hat{Q} - X + \alpha^{-1} (M_1LY)^T M_1LY & \alpha^{-1} (M_1LY)^T M_2LY & (A_d X + B_{d0}LY)^T \\ \alpha^{-1} (M_2LY)^T M_1LY & -\hat{Q} + \alpha^{-1} (M_2LY)^T M_2LY & (B_{d1}LY)^T \\ (A_d X + B_{d0}LY) & B_{d1}LY & -X + \alpha HH^T \end{pmatrix} < 0 \quad (16)$$

式中: $Y = KX, X = P^{-1}, XQX = \hat{Q}$ 。再次利用引理 1, 式(16)等价于式(9)。定理证毕。

注: 线性矩阵不等式(9)可以方便地由 Matlab 中的 LMI 来求解^[10], 无需调整任何参数, 这使控制器的设计非常方便。

2.2 传感器失效故障时 NCS 鲁棒容错控制

考虑传感器可能发生失效故障的情形,引入开关矩阵 F ,并把它放在反馈增益阵和状态之间,其形式为

$$F = \text{diag}(f_1, f_2, \dots, f_m), \text{ 其中: } f_i = \begin{cases} 1, & \text{第 } i \text{ 个执行器正常} \\ 0, & \text{第 } i \text{ 个执行器失效} \end{cases}$$

式中: $F \in \Phi$, Φ 为传感器开关矩阵 F 的对角元素任取 0 或 1 的各种组合的对角阵集合(除 $F=0$ 外),表示所有可能的传感器失效故障模式的集合。

则网络化闭环故障系统为

$$x(k+1) = (A_d + B_{d0}KF + \Delta B_0KF)x(k) + (B_{d1} + \Delta B_1)KFx(k-1) \quad (17)$$

针对传感器失效故障网络化控制系统鲁棒容错控制的设计目标是:确定状态反馈增益矩阵 K ,使得对所有可能的传感器失效故障 $F \in \Phi$,网络化控制系统具有鲁棒完整性。

定理 2 对于任意可能的传感器失效故障模式 $F \in \Phi$,若存在矩阵 Y 和正定对称矩阵 X, \hat{Q} ,以及正常数 $\beta > 0$,使得由式(3)、(4),采样周期 h 和网络通信时延 $\tau = \tau_5 + \tau_6$ 决定的网络化控制系统,当采用无记忆状态反馈控制律 $u(k) = Kx(k)$ 时,满足矩阵不等式(18),则网络化闭环故障系统(17)渐近稳定,即在网络通信时延 $\tau = \tau_5 + \tau_6$ 存在不确定性的条件下,网络化闭环故障系统具有鲁棒完整性。控制器增益矩阵可通过 $K = YX^{-1}$ 求取。

$$\begin{pmatrix} \hat{Q} - X & 0 & (A_d X + B_{d0} K F X)^T & (M_1 K F X)^T \\ 0 & -\hat{Q} & (B_{d1} K F X)^T & (M_2 K F X)^T \\ (A_d X + B_{d0} K F X) & (B_{d1} K F X) & -X + \beta H H^T & 0 \\ (M_1 K F X) & (M_2 K F X) & 0 & -\beta I \end{pmatrix} < 0 \quad (18)$$

定理 2 的证明类似与定理 1,此处不再赘述。

3 仿真实例

考虑网络化控制系统(3),(4),并采用文献[11]中的模型数据,其中:

$$A_d = \begin{pmatrix} 0.31 & 0.22 \\ 0.32 & 0.28 \end{pmatrix} \quad B_{d0} = \begin{pmatrix} 0.15 & 0.25 \\ 0.16 & 0.06 \end{pmatrix} \quad B_{d1} = \begin{pmatrix} 0.12 & 0.20 \\ 0.15 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0.5 \\ 0.2 & 0.4 \end{pmatrix}$$

$$H = \begin{pmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{pmatrix} \quad \Delta_k = \begin{pmatrix} \sin(0.01t) & 0 \\ 0 & \cos(0.01t) \end{pmatrix} \quad M_1 = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 \\ 0.3 & 0.1 \end{pmatrix} \quad M_2 = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.1 \\ 0.3 & 0.2 \end{pmatrix}$$

针对执行器各种失效故障情形,其中: $L_0 = \text{diag}(1, 1)$ 表示执行器正常情况, $L_1 = \text{diag}(0, 1)$ 和 $L_2 = \text{diag}(1, 0)$ 分别表示执行器 1, 2 发生完全失效故障。引入无记忆状态反馈控制律 $u(k) = kx(k)$,根据定理 1,取 $\alpha = 1$,求解线性矩阵不等式组 LMIs,可得

$$X = \begin{pmatrix} 2.3749 & 0.1197 \\ 0.1197 & 2.3996 \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} -0.8932 & -0.7360 \\ -0.0812 & -0.0544 \end{pmatrix}, \text{ 则 } K = YX^{-1} = \begin{pmatrix} -0.3616 & -0.2887 \\ -0.0331 & -0.0210 \end{pmatrix}$$

假设系统初始条件为 $x(0) = [3, 3]^T$,在执行器为 L_0, L_1, L_2 故障情形下,其状态 x_1, x_2 的零输入响应曲线见图 3、图 4。

图 3、图 4 中,曲线 1 为执行器正常时系统的零输入响应,曲线 2 和曲线 3 分别为执行器发生 L_1 和 L_2 失效故障时状态 x_1 和 x_2 的零输入响应。由仿真结果可以看出,NCS 在含有执行器失效故障时仍是渐近稳定

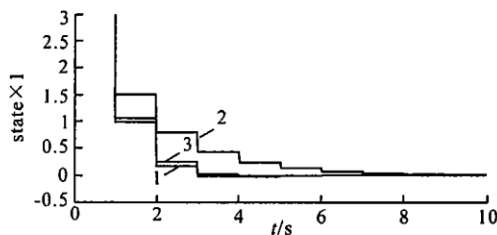


图 3 状态 x_1 的零输入响应

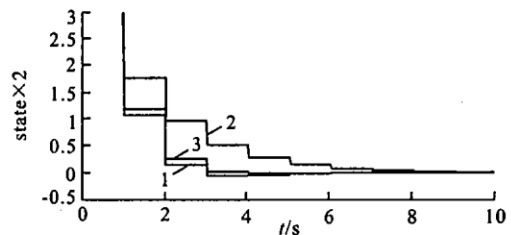


图 4 状态 x_2 的零输入响应

的,说明本文所述方法对于受网络时延和不同步影响的不确定网络化控制系统在执行器发生失效故障时具有鲁棒完整性。由于仿真采用网络化控制系统常用算例,说明文中所提出的方法具有一定的普适性。

4 结论

本文针对执行器失效或传感器的网络化控制系统,通过引入无记忆状态反馈控制律,基于 Lyapunov 稳定性理论和 LMI 方法,推证出了保证闭环网络化控制系统在执行器或传感器发生失效故障时具有鲁棒完整性的充分条件,给出了鲁棒容错控制器的设计方法,设计实例及仿真结果表明该方法的可行性与有效性。此法突出优点是定理中直接给出了控制器的设计方法具有很好的构造性,且求解简单,无需调节任何参数。

参考文献:

- [1] Lius A, Panos Antsaklis. Stability of Model - Based Networked Control Systems With Time - Varying Transmission Times[J]. IEEE Trans. Automatical Control, 2004, 49(9):1562 - 1572.
- [2] Yoo Ho - Jun, Ryu Hee - Seob, Yoo Kyung - Sang, et al. Compensation of Networked Control Systems Using LMI - Based Delay - Dependent Optimization Method. Science, 2002, 16(8):364 - 369.
- [3] 郝学伟, 徐立鸿. 网络化控制系统的网络性能及稳定性分析. 控制工程, 2002, 9(5): 21 - 24.
- [4] 姜培刚, 姜偕富, 李春文等. 基于 LMI 方法的网络化控制系统的 H_{∞} 鲁棒控制方法. 控制与决策, 2004, 19(1):17 - 21.
- [5] Yue Dong, Han Qing - long, Lam James. Networked - Based Robust H_{∞} Control of Systems With Uncertainty[J]. IEEE Trans Automatica, 2005, 41(1):999 - 1007.
- [6] 郑 英, 方华京. 不确定网络化控制系统的鲁棒容错控制[J]. 西安交通大学学报, 2004, 38(8):804 - 807.
- [7] 樊卫华, 蔡 骅, 陈庆伟, 等. MIMO 网络控制系统的容错控制. 系统工程与电子技术, 2005, 27(5):879 - 882.
- [8] Gemain G, Jacques B, Denis A. Robust Stabilization of Discrete - Time Linear Systems With Norm - Bounded Time - Varying Uncertainty[J]. IEEE Trans Systems and Control Letters, 1994, 22(5):327 - 339.
- [9] Mahmoud M S. Robust H_{∞} Control of Discrete Systems With Uncertain Parameters and Unknown Delay[J]. IEEE Trans Automatica, 2000, 36(4):627 - 635.
- [10] 俞 立. 鲁棒控制 - 线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京:清华大学出版社, 2002.
- [11] 于水情. 网络化控制系统的分析与控制[D]. 西安:西安电子科技大学, 2005.

(编辑:姚树峰)

Robust Fault Tolerant Control of Networked Control System Based on LMI Method

LI Wei, LI Ya - jie, LIU Wei - rong

(Department of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

Abstract: For the networked control system (NCS), the uncertainty of network - induced delays is converted to the uncertainty of the parameter matrix, and the states are transformed to the augmented states to eliminate the effect of the asynchronism. Based on Lyapunov stability theory and Linear Matrix Inequality (LMI), the sufficient conditions for closed - loop of networked control system possessing asymptotically stable against sensor or actuator failure are given, and the corresponding design method of robust fault - tolerant controller is presented via solving several linear matrix inequalities. Finally, numerical examples are given to demonstrate the effectiveness and feasibility of the proposed approach.

Key words: fault - tolerant; networked control system; robustness; LMI