

LDPC 乘积码性能分析

吴晓丽^{1,2}, 葛建华², 岳安军²

(1. 西安电子科技大学 ISN 国家重点实验室, 陕西 西安 710071;

2. 空军工程大学 电讯工程学院, 陕西 西安 710077)

摘要:提出了一种 LDPC 乘积码的编码和译码方法,在编码端,用误码性能好的 LDPC 码代替扩展的 BCH 码构成 LDPC 乘积码,提高用扩展的 BCH 码构成的 Turbo 乘积码(TPC)的误码性能;另一方面,用短的 LDPC 码以乘积码的编码方式构成长码,降低了 LDPC 码的编码复杂度。计算机仿真结果显示,LDPC 乘积码在信噪比小于 3.5dB 时,其误码率低于 BCH 乘积码,但在信噪比大于 3.5 dB 时,其误码率高于 BCH 乘积码,与等长的 LDPC 码相比,LDPC 乘积码在低信噪比时,性能较好,但在高信噪比性能较差。

关键词:LDPC 码;Turbo 迭代译码;Turbo 乘积码;可信传播译码算法

中图分类号: NT911.22 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2007)03-0084-03

以扩展的 BCH 码或校验码作为分量码的 Turbo 乘积码(TPC)^[1-2]以其灵活的码长和码速,较短的译码延时成为 3G 的标准^[3]。LDPC 码^[4]是当前最好的纠错码之一,其误码性能接近香农界,LDPC 码是一个线性码,具有灵活的码长和码速,LDPC 码采用的并行译码方式使得 LDPC 码具有较低的译码延时,而且,在低信噪比时,LDPC 码的误码率比扩展的 BCH 码和校验码低,但其编码复杂度随着码长的增加呈指数增长。许多文章旨在降低其编码复杂度^[5-8]。本文提出了一种用短的 LDPC 码作为分量码构成乘积码的编码和译码方法,一方面,提高乘积码的误码性能,另一方面,将较长的 LDPC 码并行分解成较短的 LDPC 码,以乘积码的编码方式构成长码,降低了编码复杂性。

1 系统模型

信息进入 LDPC 乘积码编码器进行编码,为了与以扩展的 BCH 码作分量码的乘积码作比较,我们选择与扩展的 BCH 码相同码长和码率的非规则 LDPC 码作分量码构成 LDPC 乘积码,输出的码字经过 QPSK 调制后,进入高斯白噪声信道。在接收端,迭加了噪声的信号经过 QPSK 软解调后,再经过 LDPC 乘积码译码器迭代译码输出

1.1 LDPC 乘积码编码器

矩阵形式的二维 LDPC 乘积码编码器是先将串行输入的信息经过串并变换变成 $k_1 \times k_2$ 的矩阵形式,然后第 m 行($m=1, \dots, k_2$)的 k_1 位信息经过行编码器变成 n_1 位码元,完成了行编码,再将第 n 列($n=1, \dots, k_1$)的 k_2 信息经过列编码器变成 n_2 位码元,由行编码器产生的 $n_1 - k_1$ 位校验信息也进行编码,产生校验位校验信息,这样,就完成了乘积编码的全过程,此时, $k_1 \times k_2$ 位信息变成了 $n_1 \times n_2$ 位码元,码长为 $n_1 \times n_2$,信息长度为 $k_1 \times k_2$,码率 $R = R_1 \times R_2$, 其中 $R_i = k_i/n_i$ ($i=1,2$)。由于 LDPC 码固有的交织性能,编码输出的码元不再需要交织。

1.2 LDPC 乘积码译码器

收稿日期:2006-09-06

收稿日期:国家自然科学基金资助项目(60332030,60496316)

作者简介:吴晓丽(1964-),女,陕西铜川人,博士生,主要从事信道编码研究;

葛建华(1961-),男,江苏南通人,教授,博士生导师,主要从事数字通信研究。

LDPC 乘积码译码器如图 1 所示。

设:信息矩阵为

$$M = (m_{ij}), (m_{ij} = 0, 1), (i = 1, \dots, k_2, j = 1, \dots, k_1) \quad (1)$$

码元矩阵为

$$C = (c_{ij}), (c_{ij} = 0, 1), (i = 1, \dots, n_2, j = 1, \dots, n_1) \quad (2)$$

经过 QPSK 软解调后输出矩阵为

$$Y = (y_{ij}) = C + N = (c_{ij} + n_{ij}), (i = 1, \dots, n_2, j = 1, \dots, n_1) \quad (3)$$

其中 $N = (n_{ij})$ 为干扰信号矩阵, n_{ij} 是均值为 0, 单边功率谱密度为 N_0 高斯白噪声的采样值。

LDPC 乘积码译码器采用内外分别迭代的迭代译码算法。首先,假定发送信息是等概的,即假定先验信息为 0, LDPC 乘积码译码器利用接收信息矩阵 $Y = (y_{ij})$ 和先验信息 0, 经过 LDPC 码的可信传播迭代译码算法先进行行译码, 得到发送信息的对数似然比矩阵 L_m , 并以此作为列译码的先验信息矩阵 $Y = (y_{ij})$, 再利用接收信息矩阵 L_m 和先验信息矩阵进行列译码, 得到发送信息的对数似然比矩阵 L'_m , 并以此作为行译码的先验信息矩阵, 如此迭代, 直到满足要求或达到迭代次数。最后, 采用硬判决得到信息矩阵 M' 。

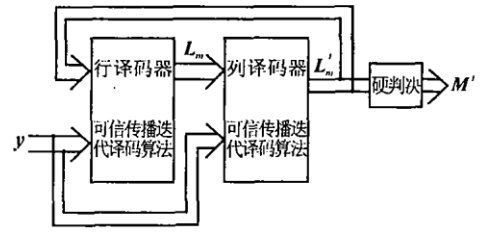


图 1 乘积码译码器

2 仿真和性能比较

先选择码长 L 为 63, 码率 R 为 0.714 的扩展 BCH(64, 45) 码和非规则 LDPC(64, 18) 码(度分布分别为 $\lambda(x) = 0.42591x + 0.57409x^2, \rho(x) = 0.24123x + 0.75877x^2$) 两种一维码作比较, 扩展 BCH 码采用最佳的迭代译码算法^[9], 非规则 LDPC 码可信传播迭代译码算法^[10], 这两种码在 QPSK 调制下基于高斯白噪声信道的误码性能如图 2 所示。

以上述两种码作为分量码, 构成(64, 45) × (64, 45) 扩展的 BCH 乘积码和(64, 18) × (64, 18) 非规则的 LDPC 乘积码, 在 QPSK 调制下基于高斯白噪声信道的误码性能如图 3 所示。

LDPC 乘积码与同长度的 LDPC 码, 在 QPSK 调制下基于高斯白噪声信道的误码性能如图 4 示。

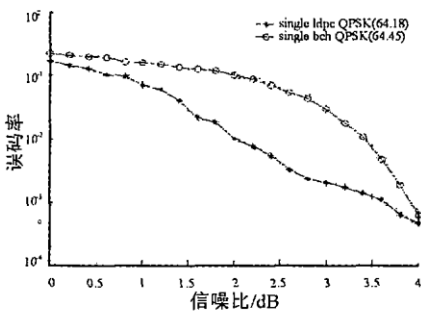


图 2 同长度、同码率的扩展 BCH 码和非规则 LDPC 码的误码性能比较

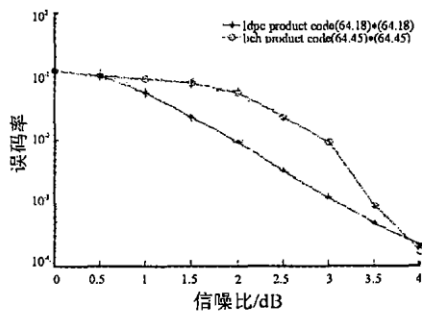


图 3 同长度、同码率的 BCH 乘积码和 LDPC 乘积码的误码性能比较

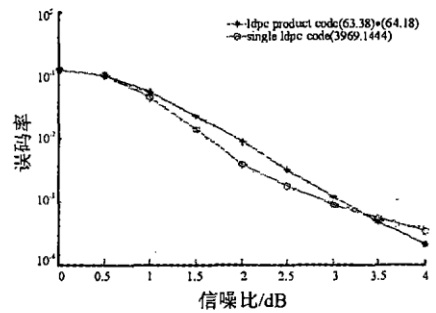


图 4 同长度、同码率的 LDPC 码和 LDPC 乘积码的误码性能比较

从图 2 可以看出, 在低信噪比情况下, 相同码长、码率的 LDPC 码的误比特性能要比扩展的 BCH 码误比特性能要好, 在误码率 $BER = 10^{-2}$ 时增益达到 1.5 dB, 随着信噪比的提高, 其误码性能与 BCH 码性能逐渐接近; 从图 3 可以看出, 以 LDPC 码作分量码所构成的 LDPC 乘积码的误比特性能在低信噪比时, 优于以扩展的 BCH 码作分量码所构成的 BCH 乘积码, 在误码率 $BER = 10^{-2}$ 时增益达到 1 dB, 随着信噪比的提高, 其误码性能与 BCH 乘积码性能接近, 在高信噪比情况下, 性能比 BCH 乘积码要差; 图 4 说明了基于高斯白噪声信道的 LDPC 乘积码在 QPSK 调制下在信噪比为 0.5 - 3.5 dB 的范围内, 其误比特性能高于同长度的 LDPC 码, 但在信噪比大于 3.5 dB 以后, 其误比特性能低于同长度的 LDPC 码。

LDPC 乘积码的编码复杂度要比 BCH 乘积码高, 其编码复杂度近似正比于

$$\frac{(n_1 - k_1)k_1n_2 + (n_2 - k_2)k_2n_1}{(n_1n_2 - k_1k_2)k_1k_2}$$

, 但在此我们选择相对较短的 LDPC 码(码长度 < 100) 作为分量码来构成 LDPC 乘积码, 其编码复杂度与 BCH 乘积码相差不大。而 LDPC 码的编码复杂度近似正比于 $(n - k)k$, 因此, 在相同码长, 相同码率的条件下, LDPC 码的编码复杂度要比 LDPC 乘积码的编码复杂度高得多。由于 LDPC 乘

积码译码时要进行行列迭代,因此其译码复杂度比 LDPC 码稍高一些。与 BCH 乘积码的译码复杂度相当。

3 结论

本文提出的以具有良好纠错能力的 LDPC 码作为分量码,以乘积码的编码方式构成的 LDPC 乘积码,与 BCH 乘积码和 LDPC 码相比,在低信噪比情况下,具有良好的纠错能力,其编码和译码复杂度与 BCH 乘积码相当,与 LDPC 码相比,其编码复杂度大大降低,译码复杂度稍有提高。说明这种编码形式在低信噪比时是有效的,在低信噪比应用场合,应用 LDPC 乘积码可以提高系统的整体性能。

参考文献:

- [1] Pyndiah R M. Near Optimum Decoding of Product Codes; Block Turbo Codes[J]. IEEE Trans Communication, 1998, 46(8): 1003 - 1010.
- [2] Hewitt E. Turbo Product Codes for LMDS[J]. IEEE Radio and Wireless Conference, 1998, (6): 52 - 56.
- [3] IEEE 802. 16. 3c - 01 - 58r2. Draft Document for SC - FDE PHY Layer System for Sub 11 GHz BWA[EB/OL]. <http://ieee802.org/16,2001,5>.
- [4] MacKay D. Good Error - Correcting Codes Based on Very Sparse Matrices[J]. IEEE Trans Inform Theory, 1999, 45(2): 399 - 431.
- [5] Luby M, Mitzenmacher M, Shokrollahi M A, et al. Efficient Erasure Correcting Codes[J]. IEEE Trans Inform Theory, 2001, 47(2): 569 - 584.
- [6] Kou Y, Lin S, Fossorier M. Low Density Parity Check Codes Based on Finite Geometries: A Rediscovery and More[J]. IEEE Trans Inform Theory, 2001, 47(7): 2711 - 2736.
- [7] Lucas R, Fossorier M, Kou Y, et al. Iterative Decoding of One - Step Majority - Logic Decodable Codes Based on Belief Propagation[J]. IEEE Trans Comm, 2000, 48(6): 931 - 937.
- [8] Garcia - Frias J, Zhong W. Approaching Shannon Performance by Iterative Decoding of Linear Codes With low - Density Generator Matrix[J]. IEEE Trans Comm Letters, 2003, 7(6): 266 - 268.
- [9] Pyndiah R, Glavieux G, Picart A, et al. Near Optimum Decoding of Product Codes[A]. IEEE GLOBE - COM94[C]. San Francisco, CA, GLOBE - Nov. - Dec, 1994, 339 - 343.
- [10] Kschischang F R, Frey B J, Loeliger H A. Factor Graphs and the Sum - Product Algorithm[J]. IEEE Trans Inform Theory, 2001, 47(2): 498 - 519.

(编辑:门向生)

Performance Analysis of LDPC Product Codes

WU Xiao - li^{1,2}, GE Jian - hua², YUE An - jun²

(1. National Key Lab. of ISN, Xidian University, Xi'an 710071, China; 2. The Telecommunication Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

Abstract: A new method of LDPC product encoding and decoding by using the LDPC codes as component code is proposed. On the one hand, a low bit error ratio is obtained compared to the BCH product codes using binary extended BCH codes as component code. On the other hand, long LDPC codes are formed with short LDPC codes in the form of product codes, lowering complexity of long LDPC codes encoding. The simulation result shows that at low SNR, the bit error ratio of LDPC product codes is lower than that of the BCH product codes, at high SNR, the bit error ratio of LDPC product codes is higher than that of the BCH product codes. The same result is obtained compared with the same long LDPC codes. So the LDPC product codes are effective at low SNR.

Key words: LDPC codes; Turbo iterative decoding; Turbo product codes; belief propagation decoding algorithm