第8卷第3期 空军工程大学学报(自然科学版) Vol.8 No.3
2007年6月 JOURNAL OF AIR FORCE ENGINEERING UNIVERSITY(NATURAL SCIENCE EDITION) Jun. 2007

一种D-S证据推理的BPA获取方法

路艳丽， 雷英杰， 李兆渊
(空军工程大学 计算机工程系，陕西 三原 713800)

摘 要:针对多传感器数据融合中D-S证据推理方法的基本概率赋值获取存在主观性的问题，结合粗糙集理论，通过定义规则强度和决策扩充规则，提出一种基于决策表的证据获取和基本概率赋值客观确定方法，并以具体算例验证了方法的正确性和有效性。

关键词:粗糙集;D-S证据理论;基本概率赋值

中图分类号: TP391 **文献标识码**:A **文章编号**:1009-3516(2007)03-0039-04

D-S证据推理是一种常用的不确定性推理方法，可以很好地发挥多传感器的联合作用[1]，但在实际应用中仍存在一些问题，其中之一就是基本概率赋值(Basic Probability Assignment, BPA)的获取存在主观性。一般来说，基本概率赋值的获取与应用领域密切相关，因而大多基本概率赋值的获取是依靠专家进行指定，或根据某种经验获取基本概率赋值[2,3]，然而在某些情况下，这种仅仅依靠专家经验的基本概率赋值确定方法带有较大的主观性。粗糙集理论作为一种处理不确定性知识的新方法，与D-S证据理论有相互交叠的地方，也有本质的不同。目前，关于粗糙集和D-S证据理论的关系已有一些研究[4-7]，其中文献[4-6]对基于粗糙集的基本概率赋值获取做了研究，文献[4]和文献[5]利用粗糙集解释了信任函数，研究了粗集理论的知识系统证据推理，但其中的条件mass函数获取均没有给出。文献[6]通过对条件属性进行聚类，建立了粗糙集和证据理论的联系，进而利用粗糙集获取基本概率赋值，但处理过程较复杂。对此，本文基于D-S证据推理与粗糙集理论之间的互补性，通过定义规则强度和决策扩充规则，提出一种新的基本概率赋值获取方法。

1 相关概念

定义1(决策表)$S=(U,A,V,f)$ 为一个知识表达系统，其中 $U=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$ 是对象的非空有限集合；A 是属性的非空有限集合；V 是属性集 A 的值域；$f:U\times A\to V$ ：是一个信息函数，$\forall a\in A, x\in U, f(x,a)\in V$。当 $A=C\cup D, C\cap D=\phi, C=\{A_1,A_2,\cdots A_L\}$ 是一个非空、有限的条件属性集，D 为决策属性集，即当知识表达系统 $S=(U,A,V,f)$ 具有条件属性和决策属性时就称为决策表。

若 P 是一族等价关系，$P\neq\varnothing$，则 P 中所有等价关系的交集 $\cap P$ 也是一个等价关系，称为 P 上的不可区分关系，记为 $\mathrm{ind}(P)$ 。上、下近似是粗糙集理论刻画不确定性的基础。对于 $X\subseteq U$ ，R 为 U 上的一个等价关系，$\underline{R}(X)=\{x\in U|[x]_R\subseteq X\}$ 为 X 的 R 下近似集，$\overline{R}(X)=\{x\in U|[x]_R\cap X\neq\varnothing\}$ 为 X 的 R 上近似集。$\mathrm{pos}_R(X)=\underline{R}(X)$ 称为 X 的 R 正域，$\mathrm{neg}_R(X)=U+\overline{R}(X)$ 称为 X 的 R 负域。

D-S证据理论是经典概率论的一种推广，它把命题的不确定性问题转化为集合的不确定问题。其中最基本的概念是辨识框架 $\theta=\{\theta_1,\theta_2,\cdots\cdots,\theta_n\}$，它是一个互不相容事件的完备集合，表示对某些问题的可能答案的一个集合。D-S证据理论基于 2^θ 中的元素进行运算和推理。实际应用中，D-S证据理论的重点在于基本概率赋值BPA(Basic Probability Assignment)、信任函数Bel(Belief Function)及似真度函数Pl(Plausibility

收稿日期:2006-04-14
基金项目:陕西省自然科学基金资助项目(2006F18)
作者简介:路艳丽(1980-)，女，陕西大荔人，博士生，主要从事智能信息处理与信息融合研究；
雷英杰(1956-)，男，陕西渭南人，教授，博士生导师，主要从事智能信息处理与信息融合研究.

Function)的确定,核心是证据组合。

定义 2(基本概率赋值[1]) 设 θ 为一辨识框架,则函数 $m:2^{\theta}\to[0,1]$ 在满足条件:$n(\varnothing)=0$、$\sum_{A\subset U}m(A)=1$ 时,称 $m(A)$ 为基本概率赋值。

$m(A)$ 表示指派给命题 A 本身的置信度,即支持 A 本身发生的程度,而不支持任何 A 的真子集。信任函数 $\mathrm{Bel}(A)$ 表示给予命题 A 的全部置信程度,即 A 中全部子集对应的基本置信度之和,即 $\mathrm{Bel}(A)=\sum_{A\subset U}m(B)$ 。$\mathrm{Pl}(A)$ 表示不反对命题 A 发生的程度,即与 A 的交集非空的全部集合所对应的基本概率赋值之和,即 。$\mathrm{Pl}(A)=\sum_{B\cap A\neq\phi}m(B)$。$[\mathrm{Bel}(A),\mathrm{Pl}(A)]$ 构成不确定区间,表示对 A 的不确定性度量。通过组合规则减小不确定区间是证据理论的目的之一。

2 基于决策表的 BPA 获取

$S=(U,C,D,V,f)$ 为一个决策表,这里将条件属性和决策属性分别标记,其中 C 为条件属性集,D 为决策属性集,因为多决策属性也可转化为单决策属性进行处理,所以这里基于多条件属性和单决策属性的决策表进行研究。条件属性 $C=\{A_1,A_2,\cdots,A_L\}$,决策属性用 D 表示,一个属性对应 U 上的一个等价关系,因此对于 C 中的任意一个属性 $R(R\in C)$,R 就是 U 上的一个等价关系。同理 D 也是 U 上的一个等价关系。条件属性 R 对论域 U 的划分为 $U/R=\{R_1,R_2,\cdots,R_k\}$,$R$ 的值域 $V_R=\{r_1,r_2,\cdots,r_k\}$,其中同一个等价类中的对象具有相同的属性值,若 $x\in U,y\in U,f(x,R)=f(y,R)$,则 x 与 y 在 R 上属于同一等价类。决策属性 D 对论域 U 的划分为 $U/D=\{D_1,D_2,\cdots,D_m\}$,$D$ 的值域 $V_D=\{d_1,d_2,\cdots,d_m\}$,若 $x\in U,y\in U,f(x,D)=f(y,D)$,则 x 与 y 在 D 上属于同一等价类。

2.1 规则强度与决策扩充规则

下面给出规则强度的定义。这里的规则定义为一个蕴含式 $\alpha\to\beta$,α 和 β 分别称为规则的前件和后件,表现在决策表中就是决策表中的一行。为了便于描述,这里把规则表示为 $f(x,C)\to f(x,D)$,其中 $x\in U$,C 为条件属性集,D 为决策属性。$f(x,C)$ 和 $f(x,D)$ 分别表示对 x 的所有条件属性值和决策属性值的描述。

定义 3(规则强度) 决策表 $S=(U,C,D,V,f)$,$x\in U$,x 关于 C 的不可区分关系 $\mathrm{ind}(C)$ 的上近似为 $\overline{C}x$,x 关于 D 上近似为 $\overline{D}$,则规则 $f(x,C)\to f(x,D)$ 的规则强度为:$\mu=|\overline{C}x\cap\overline{D}x|/|\overline{C}x|$,满足 $0\leqslant\mu\leqslant1$ 。

由定义 3 可以得到多属性决策规则的规则强度和单属性决策规则的规则强度。

性质 1 多属性规则 $f(x,E)\to f(x,D)$ 的规则强度为

$$\mu=|\overline{E}x\cap\overline{D}x|/|\overline{E}x|=|[x]_E\cap[x]_D|/|[x]_E| \tag{1}$$

其中 $E\subset C$,这里的 E 为所包含等价关系的不可区分关系 $\mathrm{ind}(E)$。

性质 2 单属性规则 $f(x,R)\to f(x,D)$ 的规则强度为

$$\mu=|\overline{R}x\cap\overline{D}x|/|\overline{R}x|=|[x]_R\cap[x]_D|/|[x]_R| \tag{2}$$

其中 $R\in C$。

多传感器数据融合中,各个传感器提供的信息是不确定的,反映在 D - S 证据理论中就是存在对不确定性的支持度,反映在决策表中就可能是出现不相容规则,即 $\exists y\in U$ 满足 $f(x,R)=f(y,R)$,但是 $f(x,D)\neq f(y,D)$。也即同一个 R 等价类中的对象对应的决策属性值不同。因此我们提出决策扩充规则的概念。

定义 4 (决策扩充规则) 决策表 $S=(U,C,D,V,f)$,$R\in C,x,y\in U$,存在规则 $f(x,R)\to f(x,D)$ 和 $f(y,R)\to f(y,D)$,若 $f(x,R)=f(y,R)$ 且 $f(x,D)\neq f(y,D)$,则决策扩充规则为:$f(x,R)\to\{f(x,D),f(y,D)\}$。性质 3 决策扩充规则 $f(x,R)\to\{f(x,D),f(y,D)\}$ 的规则强度为

$$\mu=\frac{|\overline{R}x\cap\overline{D}x|}{|\overline{R}x|}\cdot\frac{|\overline{R}y\cap\overline{D}y|}{|\overline{R}y|}=\frac{|[x]_R\cap[x]_D|}{|[x]_R|}\cdot\frac{|[y]_R\cap[y]_D|}{|[y]_R|} \tag{3}$$

定义 4 给出的是两条规则的扩充定义,当存在另一个对象 $z\in U$,满足 $f(x,R)=f(z,R)$ 和 $f(x,D)\neq f(z,D)$ 时,则决策扩充规则为:$f(x,R)\to\{f(x,D),f(y,D),f(z,D)\}$,规则强度作相应变化,也即决策扩充规则可以是多条规则的扩充。进一步可以发展 $f(x,R)\to\{f(x,D),f(z,D)\}$,$f(x,R)\to\{f(y,D),f(z,D)\}$ 等决策扩充规则。

2.2 BPA 的获取

对于一个条件属性 $R \in C, U/R = \{R_1, R_2, \cdots, R_k\}, U/D = \{D_1, D_2, \cdots, D_m\}$,设 $P = \{R, D\}$,R 与 D 的不可区分关系为 $\mathrm{ind}(P)$,$\mathrm{ind}(P)$ 对 U 的划分 $U/\mathrm{ind}(P) = U/P = \{P_1, P_2, \cdots, P_t\}$。

假设 $B_j = \{P_i \mid \bigcup_{P_i \subset R_j} P_i = R_j, R_j \in U/R\}$,即 B_j 表示等价类 R_j 的 D 划分。如果 $|B_j| = n$,则因为 D 的值域 $V_D = \{d_1, d_2, \cdots, d_m\}$,所以 $n \leqslant m$。对 B_j 中的任一元素 P_i,P_i 为一个对象的集合,取 P_i 中的任一对象 $x(x \in U, x \in P_i, P_i \subset U)$,计算 x 的规则强度,这样就得到 n 个规则强度。进一步计算决策扩充规则的规则强度,即为所含规则的规则强度的乘积。至此,我们就可以提出基本概率赋值的确定方法。

定理1 设 θ 为一辨识框架,A 为 θ 上的一个命题,也即 $A \subseteq \theta, A \in 2^{\theta}$,决策表 $S = (U, C, D, V, f)$,$R \in C$,决策属性的值域 $V_D = \theta, P = \{R, D\}$, $R_j \in U/R$, $P_j \in U/P, B_j = \{P_i \mid \bigcup_{P_i \subset R_j} P_i = R_j, R_j \in U/R\}$, $|B_j| = n$,则命题 A 的基本概率赋值为

$$m(A) = \frac{\mu_A}{1 + \prod_{i=1}^{n} \mu_i} \tag{4}$$

证明 需证明式(4)满足基本概率赋值定义的3条公理:①$m(A) \geqslant 0$;②$m(\varnothing) = 0$;③$\sum_{A \subset \theta} m(A) = 1$。

1)因为 $0 \leqslant \mu \leqslant 1$,所以 $m(A) = \dfrac{\mu_A}{1 + \prod_{i=1}^{n} \mu_i} \geqslant 0$。

2)当 $A = \varnothing$ 时,$\mu_A = 0$,所以 $m(\varnothing) = \dfrac{\mu_\phi}{1 + \prod_{i=1}^{n} \mu_i} = 0$。

3)$B_j = \{P_i \mid \bigcup_{P_i \subset R_j} P_i = R_j, R_j \in U/R\}$,$|B_j| = n$。因为 B_j 表示等价类 R_j 的 D 划分,P_i 中的所有对象对应的 V_D 均相等,取 P_1 的任一对象记为 x_1,根据式(2)计算 x_1 的规则强度 $\mu_{x_1} = |\bar{R}x_1 \cap \bar{D}x_1| / |\bar{R}x_1| = |[x_1]_R \cap [x_1]_D| / |[x_1]_R|$;同理取 $P_2, P_3, \cdots, P_n$ 中任一对象,记为 $x_2, x_3, \cdots, x_n$。

因为 $[x_1]_R \cap [x_1]_D \cup [x_2]_R \cap [x_2]_D \cup [x_3]_R \cap [x_3]_D \cup \cdots \cup [x_n]_R \cap [x_n]_D = [x_1]_R$,所以 $\sum_{i=1}^{n} \mu_{x_1} = 1$。再考虑决策扩充规则 $f(x_1, R) \to \{f(x_1, D), f(x_2, D), \cdots f(x_n, D)\}$,它的规则强度为

$$\mu = \frac{|\bar{R}x_1 \cap \bar{D}x_1|}{|\bar{R}x_1|} \cdot \frac{|\bar{R}x_2 \cap \bar{D}x_2|}{|\bar{R}x_2|} \cdots \frac{|\bar{R}x_n \cap \bar{D}x_n|}{|\bar{R}x_n|} = \prod_{i=1}^{n} \mu_{x_i} \tag{5}$$

因此,根据式(4)取 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 及扩充规则的基本概率赋值,满足

$$\sum_{A \subset \theta} m(A) = (1 + \prod_{i=1}^{n} \mu_i)^{-1} (\prod_{i=1}^{n} \mu_{x_i} + \prod_{i=1}^{n} \mu_i) = 1$$

证毕。

3 算例

对多传感器系统的初始历史数据作离散化预处理后,形成决策表1。传感器系统给出新测数据:r_{11}:1、0。计算证据基本概率赋值。

1)传感器 A。$U/\{A, D\} = \{\{r_1, r_4, r_{10}\}, \{r_2\}, \{r_3\}, \{r_5\}, \{r_6, r_7\}, \{r_8\}, \{r_9\}\}$;$B_1 = \{\{r_1, r_4, r_{10}\}, \{r_6, r_7\}, \{r_8\}\}$;第1次取 r_1,计算 r_1 的规则强度 $\mu_1 = 0.5$;第2次取 r_6,计算 r_6 的规则强度 $\mu_2 = 0.333\,3$;第3次取 r_8,计算 r_8 的规则强度 $\mu_3 = 0.166\,7$;第4次取决策扩充规则,利用式(3)计算其规则强度 $\mu_4 = 0.027\,8$。利用式(4)得到如下证据:$m_A(d_0) = 0.486\,5$; $m_A(d_1) = 0.324\,3$; $m_A(d_3) = 0.162\,2$; $m_A(d_0, d_1, d_3) = 0.027\,0$。

表1 决策表

U	A	B	D
r_1	1	0	d_0
r_2	0	1	d_3
r_3	2	1	d_0
r_4	1	0	d_0
r_5	2	0	d_2
r_6	1	0	d_1
r_7	1	1	d_1
r_8	1	2	d_3
r_9	2	2	d_1
r_{10}	1	1	d_0

2)传感器 B。$U/\{B, D\} = \{\{r_1, r_4, r_{10}\}, \{r_2\}, \{r_3\}, \{r_5\}, \{r_6, r_7\}, \{r_8\}, \{r_9\}\}$;$B_2 = \{\{r_1, r_4\}, \{r_5\}, \{r_6\}\}$;第1次取 r_1,计算 r_1 的规则强度 $\mu_1 = 0.5$;第2次取 r_5,计算 r_5 的规则强度 $\mu_2 = 0.25$;第3次取 r_6,计

算 r_6 的规则强度 $\mu_3=0.25$;第 4 次取决策扩充规则,利用式(3)计算其规则强度 $\mu_4=0.0313$。利用式(4)得到如下证据:$m_A(d_0)=0.4848$; $m_A(d_1)=0.2424$;$m_A(d_3)=0.2424$; $m_A(d_0,d_1,d_3)=0.0304$。

从以上计算结果可以看出,基于决策表对传感器 A 计算出 $m_A(d_0)=0.4865$,对传感器 B 计算出 $m_B(d_0)=0.4848$,二者贴近度达到 99%,为后续的证据组合以及决策提供了基础,说明本文方法是有效的,达到了预期目标。在实际的多传感器数据融合系统中,传感器数量可能更多[9],依据历史数据形成决策表,采用本文方法进行处理,得到的结果就更具可信性,完全可以达到基本概率赋值获取的客观合理性。另外,在处理了新测数据 r_{11}:1、0 之后,决策表得到扩充,形成新的决策表,在下一次新测数据到来时,计算基本概率赋值就使用之前新产生的决策表,如此循环可以提高计算结果的可信性,但会出现决策表过大和数据冗余的问题,针对此问题,可以采用等比例约简的方法,对决策表进行规则约简,从而压缩决策表存储空间,形成更合理有效的决策表,降低计算复杂度。

4 结论

D-S 证据理论是一种常用的不确定性推理方法,但在实际应用中,其基本概率赋值的获取大多依赖领域专家经验来指定,难以避免基本概率赋值主观性较大的问题。针对上述问题,本文利用粗糙集理论处理数据的客观性优势,基于 D-S 证据推理与粗糙集理论之间的互补性,提出了一种改进 D-S 证据理论基本概率赋值获取的方法。本文的主要工作:①定义规则强度和决策扩充规则,给出单属性、多属性规则强度和决策扩充规则强度,建立了粗糙集和证据理论之间的联系;②基于决策表获取客观证据,并给出了确定基本概率赋值的定理。最后,通过算例研究,验证了方法的正确性和有效性,表明本文方法可以有效克服 D-S 证据推理基本概率赋值获取主观性较大的问题。

参考文献:

[1] 杨万海. 多传感器数据融合及其应用[M]. 西安:西安电子科技大学出版社,2004.

[2] 李合平,王志云,黄允华. 基于 D-S 证据理论的雷达故障诊断方法[J]. 系统工程与电子技术,2005,27(8):1379-1383.

[3] 王 勇,韩九强. 基于 Dempster-Shafer 证据理论的虹膜图像分类方法[J]. 西安交通大学学报,2005,39(8):828-831.

[4] Yao Y Y, Pawan Lingras. Interpretations of Belief Functions in The Theory of Rough Sets [J]. Information Sciences, 1998, 104(12): 81-106.

[5] 赵卫东,李旗号. 基于粗集理论的知识系统证据推理研究 [J]. 小型微型计算机系统,2002,23(4):447-449.

[6] 杨善林,刘业政,李亚飞. 基于 Rough Sets 理论的证据获取与合成方法[J]. 管理科学学报,2005,8(5):69-75.

[7] 黄 鹍,陈森发,周振国,等. 基于粗集理论和证据理论的多源信息融合方法[J]. 信息与控制,2004,33(8):422-426.

[8] 邢清华,雷英杰,刘付显. 一种按比例分配冲突度的证据推理组合规则[J]. 控制与决策,2004,19(12):1387-1390.

[9] 刘 红,张小水,李益群. 基于灰色关联分析的多传感器数据融合方法[J]. 空军工程大学学报:自然科学版,2004,5(2):34-36.

(编辑:田新华)

A Method of Getting BPA for D-S Evidence Reasoning

LU Yan-li, LEI Ying-jie, LI Zhao-yuan

(The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, Shaanxi, China)

Abstract: D-S Evidence theory and Rough Sets can complement each other in processing uncertainty information. To the problem of subjectivity in getting Basic Probability Assignment of D-S Evidence theory for multi-sensors data fusion, a new method of getting evidences and objective BPA by decision table is proposed by defining Rule Intensity and Decision Expansion Rule integrated with Rough Sets theory. The correctness and validity of the developed method are verified with a particular instance.

Key words: rough sets; Dempster-Shafer Evidence theory; basic probability assignment