

基于分段插值MBPE技术的广义系统函数分析

马嘉俊, 卢万铮, 李寿吉

(空军工程大学电讯工程学院, 陕西西安 710077)

摘要: 提出一种分段插值MBPE技术用于构建天线和散射系统广义系统函数的新思路。分析该系统函数在工作频段内的极点特性, 仍可获得系统的广义谐振频率及品质因数。与标准MBPE技术比较, 分段MBPE可将Padé函数降为4阶, 有效避免高阶矩阵所带来的矩阵奇异, 计算效率低等问题。

关键词: 广义系统函数; MBPE; 谐振; 品质因数

中图分类号: TP911 文献标识码: A 文章编号: 1009-3516(2007)02-0082-04

基于模型的参数估计技术^[1] (Model - Based Parameter Estimation, MBPE) 是一种智能的曲线拟合技术。它采用低阶的解析公式作为拟合模型, 通过匹配在采样点上函数的多阶导数值或多个采样点上的函数值来获得其拟合模型的参数。由于其具有自适应性, 计算效率高, 已被广泛应用于电路和天线等系统参量的快速计算中, 其中一个重要应用就是用于构建电磁开放系统中的联系辐射或散射场的广义系统函数 $H(s)$ ^[2]。通过研究 $H(s)$ 的零极点、留数及时域响应, 就可有效地分析开放空间的目标电磁特性。应用 MBPE 技术在较宽频段内构建广义系统函数时, 通常需要较多的采样点, 可能出现矩阵奇异、计算效率低、结果不可靠等问题。本文提出一种基于分段插值 MBPE 技术^[3] 构建广义系统函数的新方法, 将较宽的频段分为几个小段, 在每小段采用低阶的 MBPE 构建分段系统函数, 分析该分段系统函数在工作频段内的极点特性, 仍可获得系统广义谐振频率及品质因数^[4,5]。

1 理论分析

在 MBPE 中, 系统函数采用 Padé 有理分式形式表示如下:

$$H(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{N_0 + N_1s + N_2s^2 + \cdots + N_ns^n}{D_0 + D_1s + D_2s^2 + \cdots + D_{d-1}s^{d-1} + s^d} \quad (1)$$

式中 $N_i (i=0, \cdots, n)$ 和 $D_j (j=0, \cdots, d-1)$ 分别表示 Padé 有理函数分子和分母多项式的系数, $s = j\omega$ 代表复频率。在一个较宽的频段内构建 $H(s)$ 时, 需要较多的频域采样点, 产生高阶矩阵求逆的问题。如果将计算频段分为几个相互重叠的小段, 在每个小频段内采用低阶的 Padé 有理函数构建分段系统函数, 这样就避免高阶 Padé 函数可能带来的矩阵奇异、计算量大的弊病。下面以 4 阶 Padé 函数为例说明。

这种情况下, 对于每小段需要 4 个采样点 s_1, s_2, s_3, s_4 , 对应 $n=2, d=1$ 的 Padé 有理多项式为

$$H(s) = \frac{N_0 + N_1s + N_2s^2}{D_0 + s} \quad (2)$$

代入式(2), 4 个采样点的值 H_1, H_2, H_3, H_4 可得:

$$H_1 = \frac{N_0 + N_1s_1 + N_2s_1^2}{D_0 + s_1} \quad (3) ;$$

$$H_2 = \frac{N_0 + N_1s_2 + N_2s_2^2}{D_0 + s_2} \quad (4)$$

收稿日期: 2006-06-12

基金项目: 陕西省自然科学基金资助项目(2005F21)

作者简介: 马嘉俊(1978-), 男, 陕西咸阳人, 博士生, 主要从事电磁场数值计算, 广义谐振等研究;

卢万铮(1943-), 男, 四川成都人, 教授, 博士生导师, 主要从事电磁场与微波技术、天线理论等研究。

$$H_3 = \frac{N_0 + N_1 s_3 + N_2 s_3^2}{D_0 + s_3} \quad (5) ;$$

$$H_4 = \frac{N_0 + N_1 s_4 + N_2 s_4^2}{D_0 + s_4} \quad (6)$$

将式(3) - (6)写成矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} 1 & s_1 & s_1^2 & -H_1 \\ 1 & s_2 & s_2^2 & -H_2 \\ 1 & s_3 & s_3^2 & -H_3 \\ 1 & s_4 & s_4^2 & -H_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_0 \\ N_1 \\ N_2 \\ D_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1 s_1 \\ H_2 s_2 \\ H_3 s_3 \\ H_4 s_4 \end{bmatrix} \quad (7)$$

解式(7)可得到4个未知系数 N_0, N_1, N_2, D_0

若将所求解的频段划分为 $(n-1)$ 小段 $[\xi_1, \xi_2], [\xi_2, \xi_3], \dots, [\xi_{n-1}, \xi_n]$, 由式(7)求得每个小段的4阶 Padé 函数, 从而得到该系统在整个频段 $[\xi_1, \xi_n]$ 上的分段系统函数:

$$H_i(s) = \frac{N_{0i} + N_{1i}s + N_{2i}s^2}{D_{0i} + s} \quad \xi_i \leq s \leq \xi_{i+1}, i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (8)$$

求得 $H(s)$ 的极点, 根据极点与系统的谐振频率 ω_0 和品质因数 Q 间的关系^[2]:

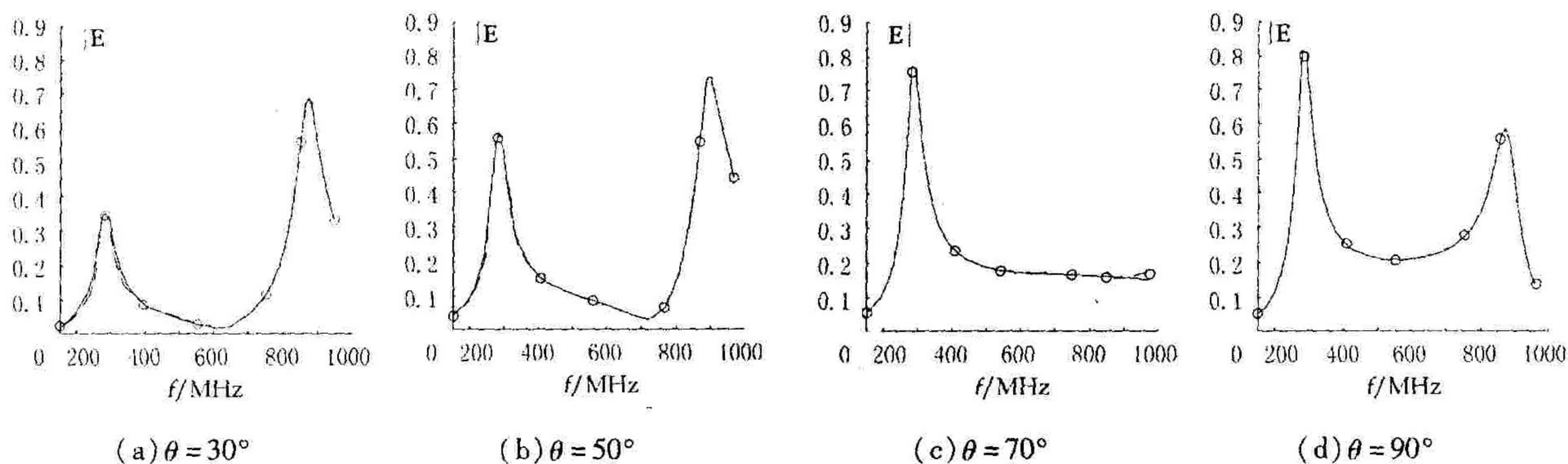
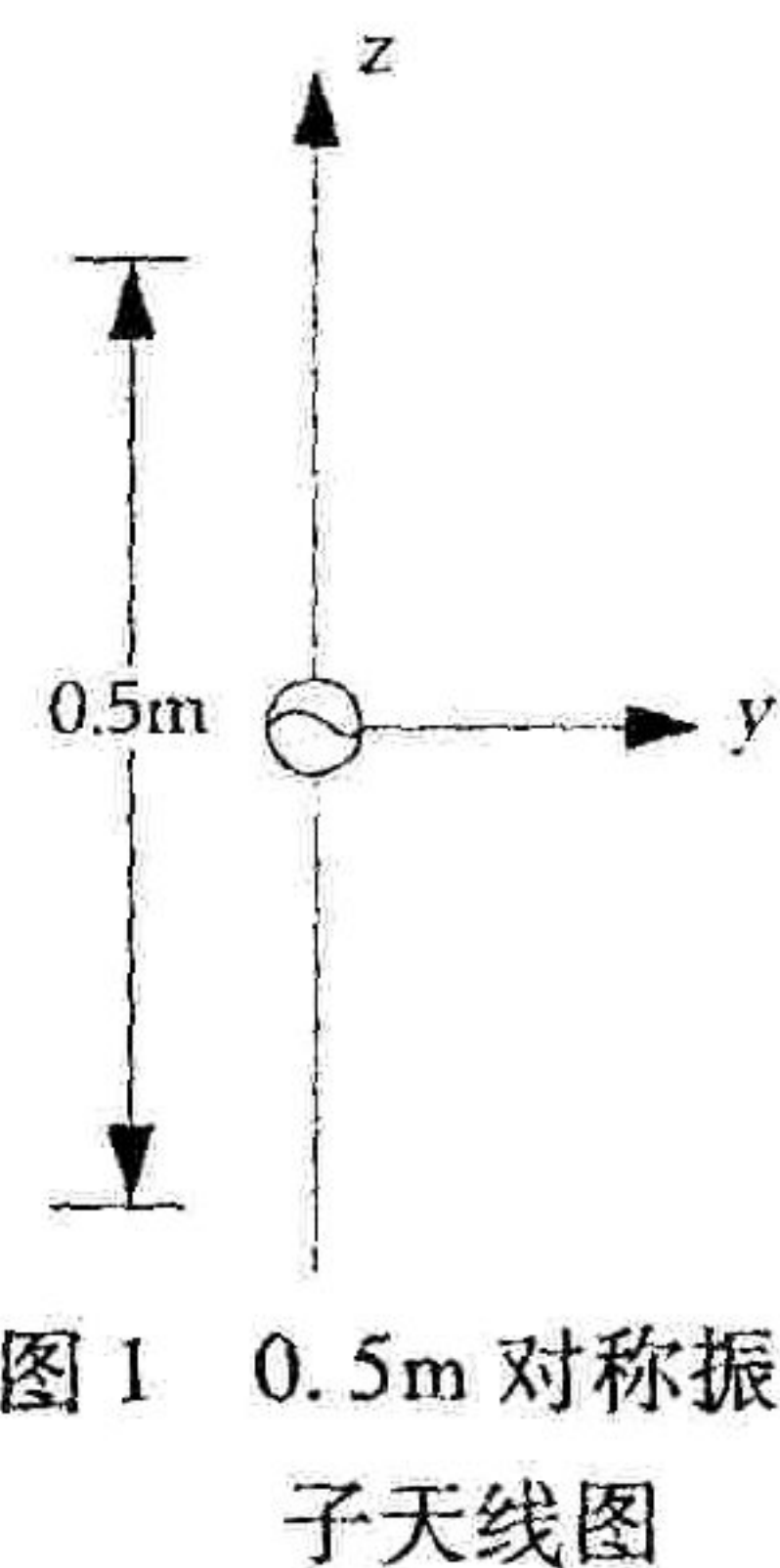
$$s = \alpha + j\beta = -\frac{\omega_0}{2Q} + j\omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} \quad (9)$$

$$\text{解得 } Q = \sqrt{\left(\frac{\beta}{2\alpha}\right)^2 + \frac{1}{4}}, \quad \omega_0 = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \quad (10)$$

2 计算实例

算例1:分析如图1所示的0.5 m对称振子天线,振子天线的半径 $a = 0.01$ m,采用中心理想电压源馈电,工作频率范围为150 ~ 950 MHz。利用分段 MBPE 技术构建远区电场的广义系统函数频率响应曲线如图2所示。

图中虚线为矩量法计算的远区电场频率响应曲线。从 MOM 计算结果中提取7个采样点(图中圆圈表示),将150 ~ 950 MHz 频率范围内分为2段:150 ~ 550 MHz 内采样点为150、280、400、550 MHz;550 ~ 950 MHz 内采样点为550、750、850、950 MHz。在每个分段采用4阶 MBPE 技术构建,分别计算 $\theta = 30^\circ, 50^\circ, 70^\circ, 90^\circ$ 。方向远区电场频率响应特性,计算结果与 MOM 结果一致。



.....MOM; —MBPE(4-Point Fitting); O Fitting Frequencies

图2 对称振子天线广义系统函数频率响应电场特性图

表1给出分段 MBPE 技术和 $n=3, d=3$ 阶标准 MBPE 两种方法构建系统函数($\theta = 30^\circ$)的极点分布情况。由表1可以看出,分段 MBPE 技术构建的广义系统函数,同样可以有效发现系统函数的复本征极点 $-24.45 + j283.19$ 和 $-35.23 + j869.64$ 。由本征极点计算的谐振频率和品质因数均与标准 MBPE 技术构建的系统函数结果近似相等,说明分段 MBPE 技术用于构建广义系统函数计算系统广义谐振频率与品质因数的有效性。

表 1 对称振子天线广义系统函数极点、谐振频率及品质因数

$E(s) _{\theta=30^\circ}$	极点		谐振频率		品质因数	
	分段 MBPE	MBPE	分段 MBPE	MBPE	分段 MBPE	MBPE
1	$-24.45 + j283.19$	$-22.20 + j281.59$	284.25	282.46	5.81	6.36
2	$-35.23 + j869.64$	$-35.26 + j868.7$	870.35	869.42	12.35	12.33
3	-	$224.14 + j721.38$	-	-	-	-

算例 2: 研究如图 3 所示的双导体散射结构, 两个金属散射体的尺寸为: $T_1 = T_2 = 1.8 \text{ m}$, $W_1 = W_2 = 1.96 \text{ m}$, $L_1 = L_2 = 6.3 \text{ m}$, 两个导体相距 $d = 1.2 \text{ m}$ 。归一化入射平面波 $E = e^{-jk \cdot r}$ 激励, 入射方向为 $\hat{k} = \hat{x}$, 选取观察点 $p(-0.6, 0.0, 3.45)$ 处的散射电场 $E_{\text{scat}}(p)$ 作为广义系统函数, 其中有两个极化分量 E_{scat}^x 和 E_{scat}^z 。利用分段 MBPE 技术分别构建 x 方向和 z 方向上的广义系统函数频率响应分别如图 4 所示。

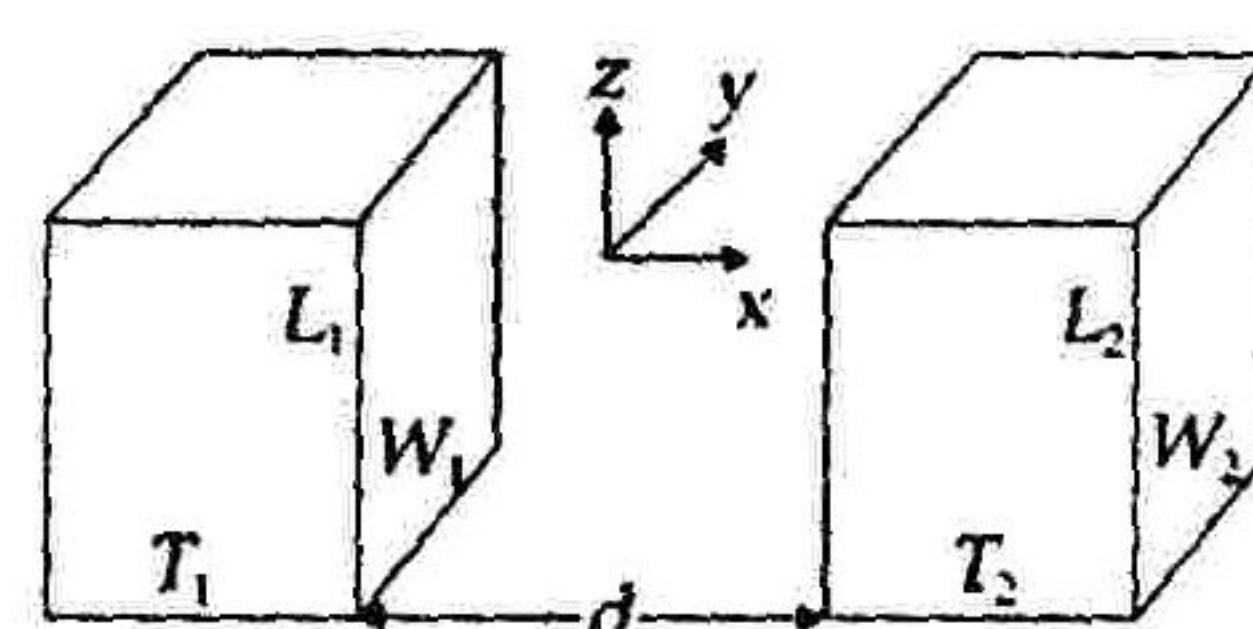


图 3 双导体散射系统

图 4 中虚线为采用 FDTD 方法计算 P 点的散射电场的频率响应曲线。从 FDTD 计算结果中取 10 个采样点(图中圆圈表示), 将计算频段 10~40 MHz 分为 3 段: 10~16.1 MHz 段采样点为 10、11.9、14.4、16.1 MHz; 16.1~22.9 MHz 段采样点为 16.1、17.8、20、22.9 MHz; 22.9~40 MHz 段采样点为 22.9、27.8、33.9、40 MHz。在各分段内采用 4 阶 MBPE 计算结果如图 4 中实线所示。由图可以看出, 两种方法的计算结果符合较好。

表 2 给出分段 MBPE 技术和 $n=5$ 、 $d=4$ 阶标准 MBPE 两种方法构建的系统函数 E_x 的极点分布情况。

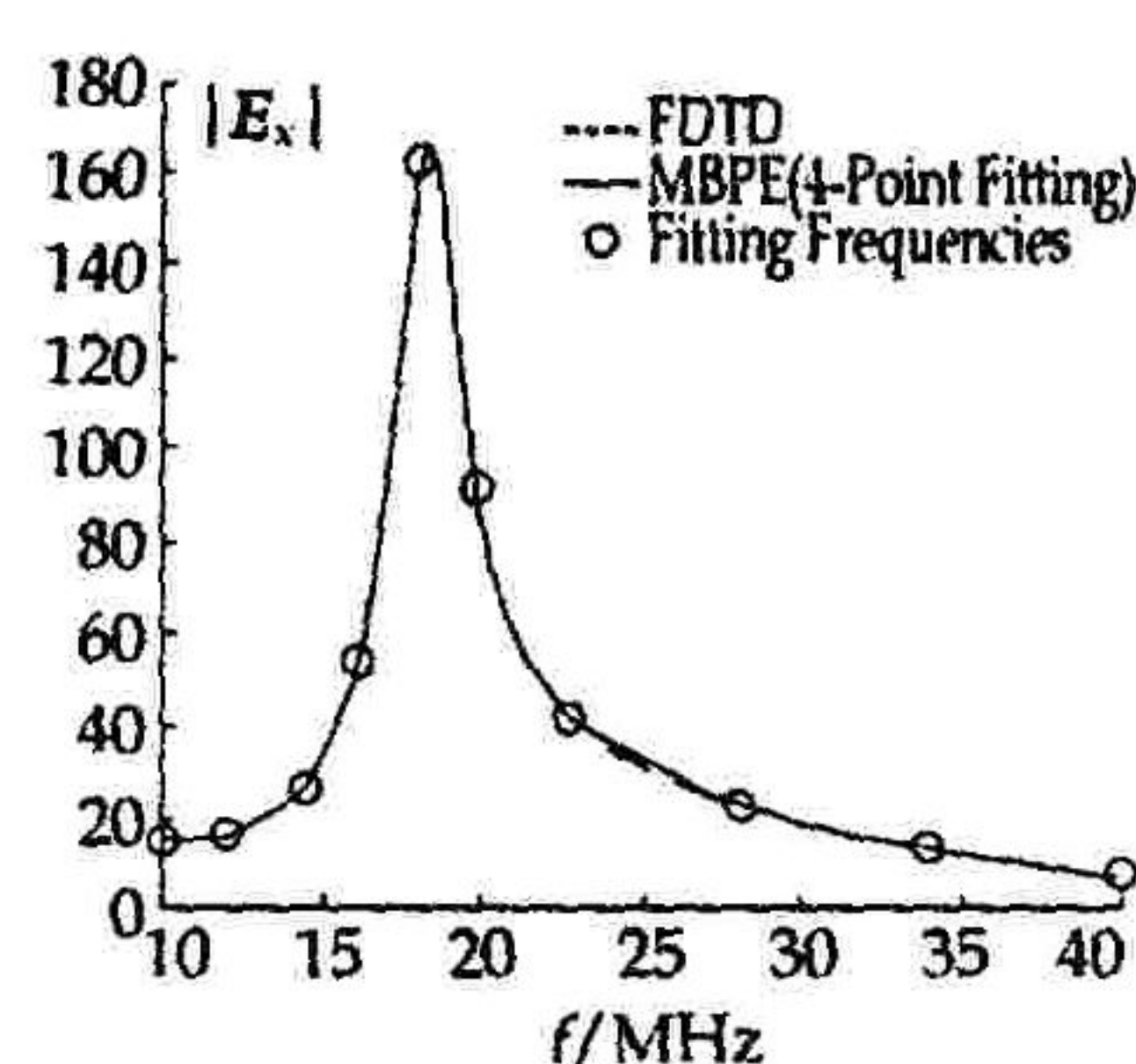
(a) E_x 分量

表 2 对称振子天线广义系统函数极点、谐振频率及品质因数

$E_x(s)$	极点		谐振频率		品质因数	
	分段 MBPE	MBPE	分段 MBPE	MBPE	分段 MBPE	MBPE
1	$-1.16 + j16.74$	$-5.36 + j13.75$	16.78	14.76	7.22	1.38
2	$-0.90 + j18.22$	$-0.91 + j18.17$	18.23	18.19	10.11	10.0
3	$-9.19 + j24.08$	$-23.88 + j0.15$	25.78	23.88	1.40	0.5
4	-	$-10.00 + j30.05$	-	31.68	-	1.58

两种不同阶的 MBPE 技术, 都有效发现了该系统的本征复极点 $-0.90 + j18.2$, 计算的谐振频率和品质因数结果也近似相等, 说明了分段 MBPE 技术构建的系统函数的有效性。

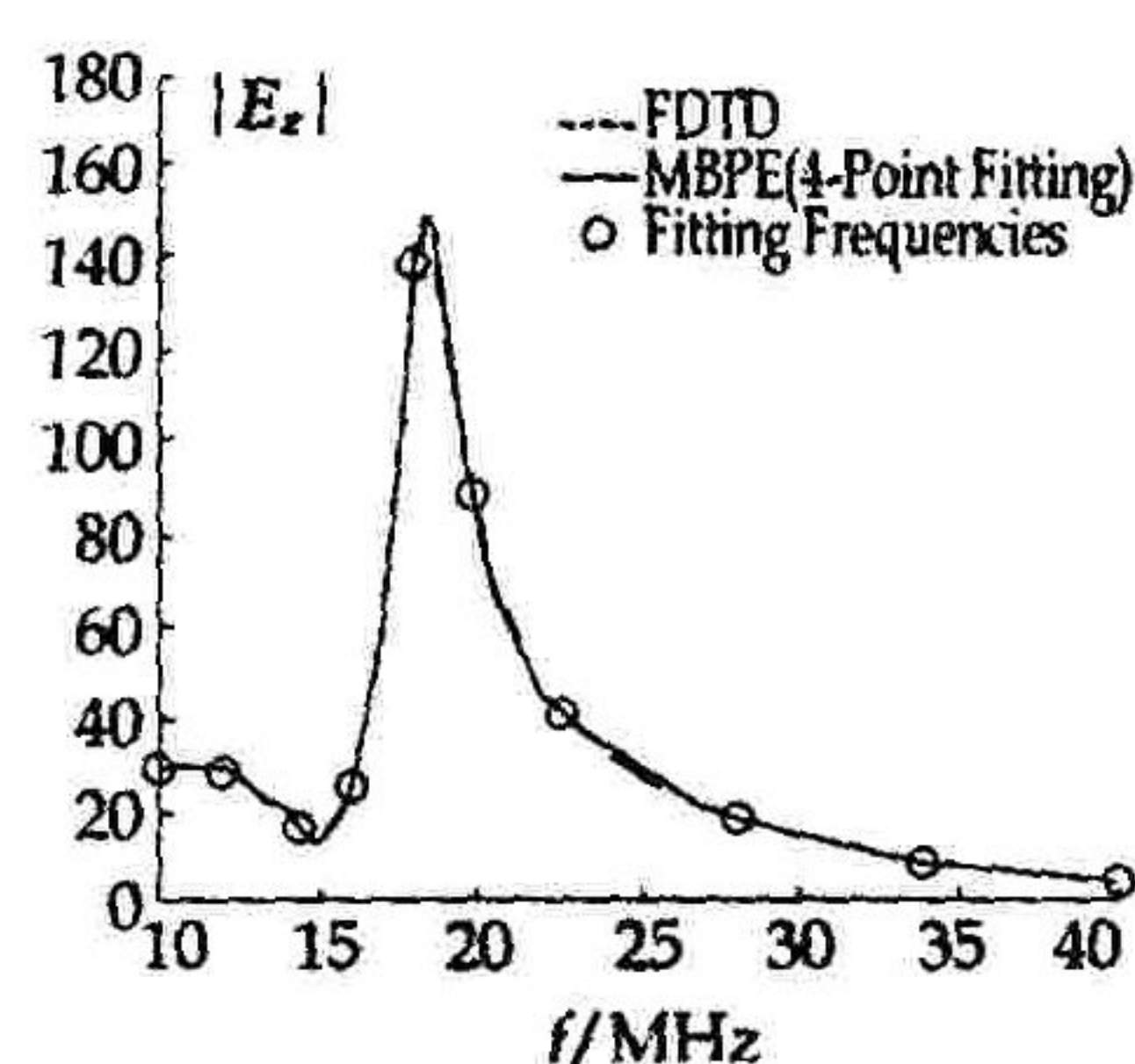
(b) E_z 分量

图 4 双导体广义系统函数频率响应

3 结论

本文提出一种应用分段插值 MBPE 技术用于构建广义系统函数的新思路。应用分段插值 MBPE 技术可以有效降低 Padé 有理分式的阶数, 避免高阶矩阵求逆所带来的计算量大, 结果不可靠等问题。文中计算实例表明分段 MBPE 技术构建的广义系统函数同样能够完整包含系统的本征极点, 对于预测和发现天线与散射系统广义谐振行为提供了一种新思路。

参考文献:

- [1] Werner D H, Allard R J. The Simultaneous Interpolation of Antenna Radiation Patterns in Both the Spatial and Frequency Domains Using Model - Based Parameter Estimation[J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 2000, 48(3): 383 - 392.
- [2] Li L, Liang C H. Analysis of Resonance and Quality Factor of Antenna and Scattering Systems by Using Complex Frequency Method Combined With Model - Based Parameter Estimation[J]. Progress in Electromagnetic Research, 2004, 46: 165 - 188.
- [3] Allard R J, Werner D H. The Model - Based Parameter Estimation of Antenna Radiation Patterns Using Windowed Interpolation

- and Spherical Harmonics[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2003, 51(8):1891-1906.
- [4] Steven R Best. The Foster Reactance Theorem and Quality Factor for Antennas[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2004, 3:306-309.
- [5] Li L, Liu H X, Shi S. Study of Generalized Resonance in Multi-Antenna System and Generalized Foster Reactance Theorem [J]. Progress in Electromagnetic Research, 2005, 52:255-276.

(编辑:门向生)

Analysis of the Generalization System Function Using the
Windowed Interpolation Model -based Parameter Estimation

MA Jia - jun, LU Wan - zheng, LI Shou - ji

(The Telecommunication Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, Shaanxi, China)

Abstract: The generalized system function, associated with the radiated or scattered fields is presented in this paper, which is constructed by applying a windowed interpolation model - based parameter estimation technique. By analyzing the characteristics of poles of this system function in the operational frequency band, the resonant frequency and Q - value of the antenna and scattering systems are determined. Compared with the generalized MBPE procedure, this windowed scheme can reduce Pade function to only four orders, which effectively alleviates the problem such as ill -condition, low calculation efficiency etc. caused by high -order matrix.

Key words: generalized system function ; MBPE ; resonance ; quality factor

公 告

由于稿件和垃圾邮件过多,电子信箱不能及时正常收发邮件,目前暂不接收校内作者网上投稿。校内作者请直接到编辑部送稿或邮寄,校外作者如果邮寄不便,请与编辑部联系改用其他邮箱投稿。

编辑部电话:029-84786434 邮编:710051

通信地址:西安市长乐东路甲字1号空军工程大学学报编辑部