

## 组合导航系统中模糊自适应卡尔曼滤波器的设计

缙 娜<sup>1</sup>, 王 睿<sup>1</sup>, 郭相科<sup>1</sup>, 冯晓林<sup>2</sup>

(1. 空军工程大学导弹学院, 陕西三原 713800; 2. 中国试飞院, 陕西阎良 710089)

摘 要: 为了解决常规卡尔曼滤波法存在的不足, 给出了用模糊推理系统与卡尔曼法相结合的方法。该方法通过监视理论残差和实际残差的协方差一致程度, 应用模糊系统不断调整滤波器的增益系数, 对卡尔曼滤波器进行在线自适应控制, 最终实现最优估计。通过对 INS/GPS 组合导航系统的计算机仿真, 结果表明该方法是有效、实用的。

关键词: 模糊推理系统; 自适应卡尔曼滤波; 组合导航

中图分类号: TP273 文献标识码: A 文章编号: 1009-3516(2007)02-0036-04

在组合导航系统中, 卡尔曼滤波技术得到广泛应用。卡尔曼滤波是关于状态最优估计的有效方法。当组合系统的数学模型精确已知, 并忽略计算误差时, 用常规卡尔曼滤波对系统的状态进行估计, 可以得到状态的精确估计值。建立组合导航系统准确的数学模型需要大量试验, 尤其建立准确的系统噪声和量测噪声的统计特性很困难。为此, 通常采用自适应滤波技术, 在进行滤波的同时, 利用观测数据带来的信息, 不断在线估计和修正模型参数、噪声统计特性以提高滤波精度, 得到对象状态的最优估值。本文将卡尔曼滤波与模糊逻辑方法组合使用, 根据实时得到的量测新息的实际方差与理论方差的差值, 由设计的模糊系统在线实时调整量测噪声矩阵。这使滤波算法不需要得到准确的量测噪声矩阵的先验知识, 且对于时变的量测噪声也能得到准确的估计值。

## 1 常规卡尔曼滤波算法

系统的状态方程和观测方程如下:

$$\begin{aligned} X(k+1) &= \Phi(k)X(k) + G(k)\omega(k) \\ Z(k) &= H(k)X(k) + v(k) \end{aligned} \quad (1)$$

式中:  $X(k)$  为系统状态向量;  $Z(k)$  为量测向量;  $G(k)$  为系统噪声矩阵;  $\omega(k)$  为系统噪声向量;  $v(k)$  为系统的量测噪声向量,  $\omega(k)$ 、 $v(k)$  是不相关的高斯白噪声序列, 其均值、方差分别为  $E[\omega(k)] = 0$ ,  $E[\omega(k)\omega^T(j)] = Q(k)\delta_{kj}$ ;  $E[v(k)] = 0$ ,  $E[v(k)v^T(j)] = R(k)\delta_{kj}$ ;  $\text{cov}[\omega(k)v(j)] = 0$ 。具体的卡尔曼滤波器的时间更新方程及量测更新方程见文献[1]。其中, 定义  $r(k+1) = Z(k+1) - H(k+1)\hat{X}(K+1/K)$  为残差。

## 2 模糊自适应卡尔曼滤波器

### 2.1 模糊自适应卡尔曼滤波器设计

本文采用 Sugeno 型模糊逻辑系统, 其设计过程分为 3 部分: 模糊化过程、模糊控制规则生成过程、反模糊化过程。模糊化过程实际就是建立模糊系统的过程, 它包括以下 3 个步骤: 论域量化、模糊划分、模糊表达<sup>[2]</sup>。

收稿日期: 2006-05-11

基金项目: 航空基金资助项目(619010803-1)

作者简介: 缙 娜(1981-), 女, 陕西三原人, 硕士生, 主要从事信号与信息处理研究。

模糊逻辑系统的输入量为残差方差,残差的大小反映了模型依赖量测值的程度。假设  $N$  表示一段时间内的统计数,则残差的理论方差可表示为  $C_r(k) = \frac{1}{N} \sum_{i=i_0}^k r_i r_i^T, i_0 = k - N + 1$ 。按照文献[3]中的模糊方法,对残差方差进行模糊化,可得  $C_r(k)$  在论域上的模糊子集相应隶属度函数如图1,隶属度用  $\mu(0 < \mu < 1)$  表示。

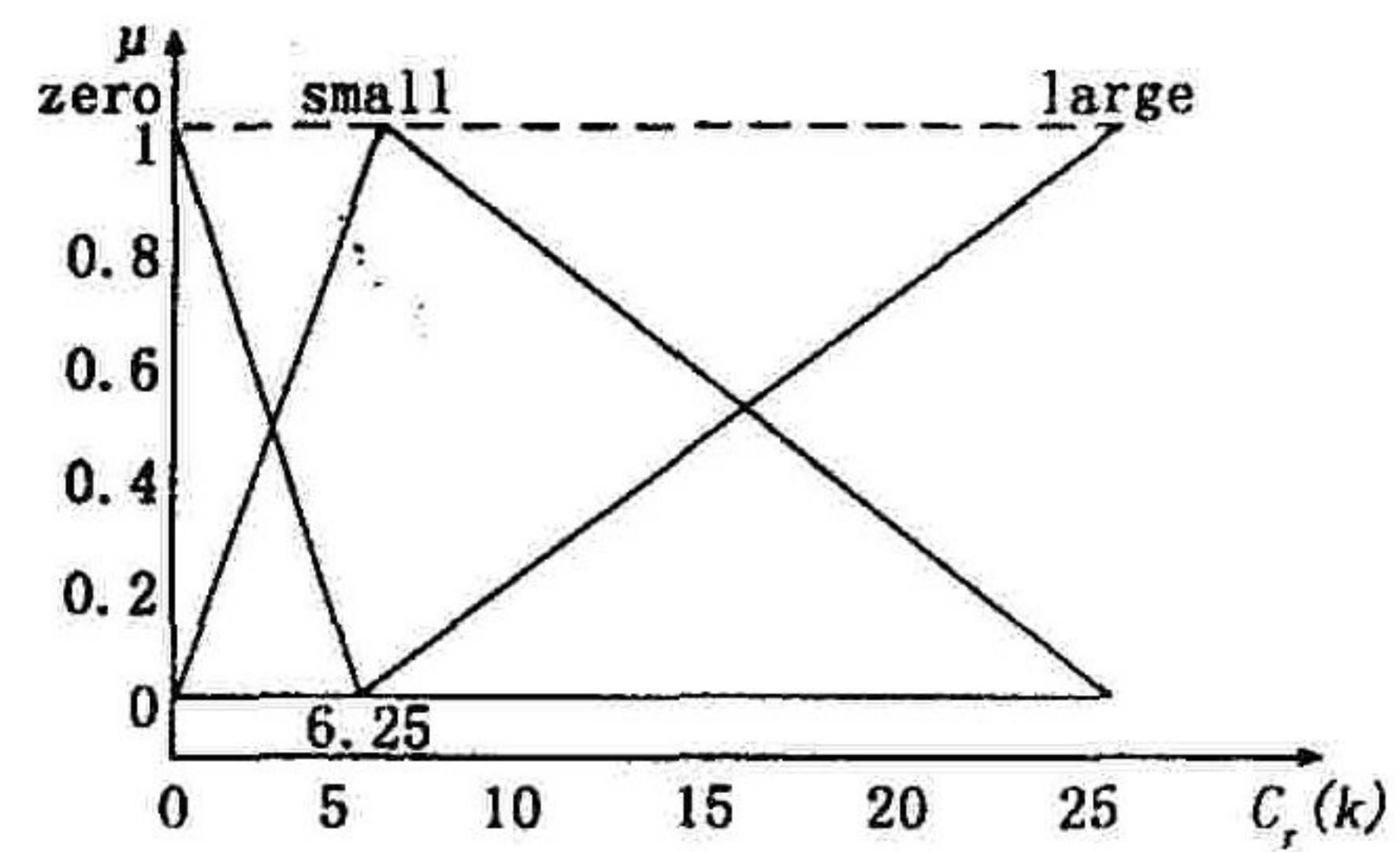


图1 残差协方差隶属度函数

在模糊系统设计中,输出规则的设计是至关重要的一个环节,它的选择和确定主要依靠经验和工程知识。在本系统设计中,利用 MATLAB 和 FUZZY 工具箱得到的 Sugeno 型模糊逻辑系统的输出规则如下:

$$\text{if average is A then } \alpha = f_A(\text{average}) \quad (2)$$

其中:average 表示残差的方差;A 表示“zero”、“small”或“large”; $f_A(\text{average})$  是 average 的线性函数; $\alpha$  表示增益矩阵的加权系数,它是用残差方差的函数形式来表示的。

### 2.2 模糊自适应卡尔曼滤波算法

根据测量数据的好坏程度推理加权于增益矩阵  $K(k+1)$  的系数,同时也自适应地调整了系统和量测的噪声值,使系统模型和实际模型更接近,也就使得卡尔曼滤具有了自适应能力并使最终的估计精度更高。因此,设计自适应卡尔曼滤波器如下:

$$\begin{cases} \hat{X}(k+1/k) = \Phi(k) \hat{X}(k/k) \\ P(k+1/k) = \Phi(k) P(k) \Phi^T(k) + Q(k) \\ K(k+1) = P(k+1/k) H^T(k+1) [H(k+1) P(k+1/k) H^T(k+1) + R(k+1)]^{-1} \\ \hat{X}(k+1/k+1) = \hat{X}(k+1/k) + \alpha K(k+1) [Z(k+1) - H(k+1) \hat{X}(k+1/k)] \\ P(k+1/k+1) = [I - K(k+1) H(k+1)] P(k+1/k) \end{cases} \quad (3)$$

其中,  $\alpha$  表示增益矩阵的加权系数。当残差方差为 0 时表示正在进行最优估计,  $\alpha$  应为 1;当残差方差远远偏离 0 时,该测量时刻的数据应视为无效,则  $\alpha$  应取为 0;其余情况下  $0 < \alpha < 1$ ,用以调整增益矩阵  $K(k+1)$ 。

由于增益矩阵与量测噪声直接相关,从以上所建立的数学模型可知,当加权系数  $\alpha$  增大时,相当于增大了增益系数  $K(k+1)$  的值。而由公式

$$K(k+1) = P(k+1/k) H^T(k+1) [H(k+1) P(k+1/k) H^T(k+1) + R(k+1)]^{-1}$$

可知,这相当于增大了量测噪声  $R(k+1)$  的值。

通过在滤波器的每一采样点监控残差,得到方差。残差的实际方差计算为:  $P_r(k) = H(k) [\Phi(k) P(k-1/k-1) \Phi^T(k) + Q(k)] H^T(k) + R(k)$ ,从公式看到可以利用  $R(k)$  来改变  $P_r(k)$ 。用  $CHA(k)$  表示残差协方差实际值与理论值的一致程度,则  $CHA(k) = P_r(k) - C_r(k)$ 。根据以上分析有:若  $CHA(k)$  大于 0,则实际值大于理论值,应减小  $R(k)$ ,也就是减小  $\alpha$  的值;反之应增大  $\alpha$ ;若等于 0,  $\alpha$  不变。将 FIS 每次运算得到的  $\alpha$  代入滤波公式,即可相应改变滤波器的滤波精度。

### 3 基于模糊自适应卡尔曼滤波的组合导航系统

采用输出校正的 INS/GPS 组合导航系统易于工程实现,且滤波故障不会影响 INS 与 GPS。基于模糊自适应卡尔曼滤波的组合导航系统结构如图 2 所示。模糊推理系统(FIS)根据模糊规则由此值得到调整系数  $\alpha$ ,再通过  $\alpha$  调整自适应卡尔曼滤波器得到最优状态。

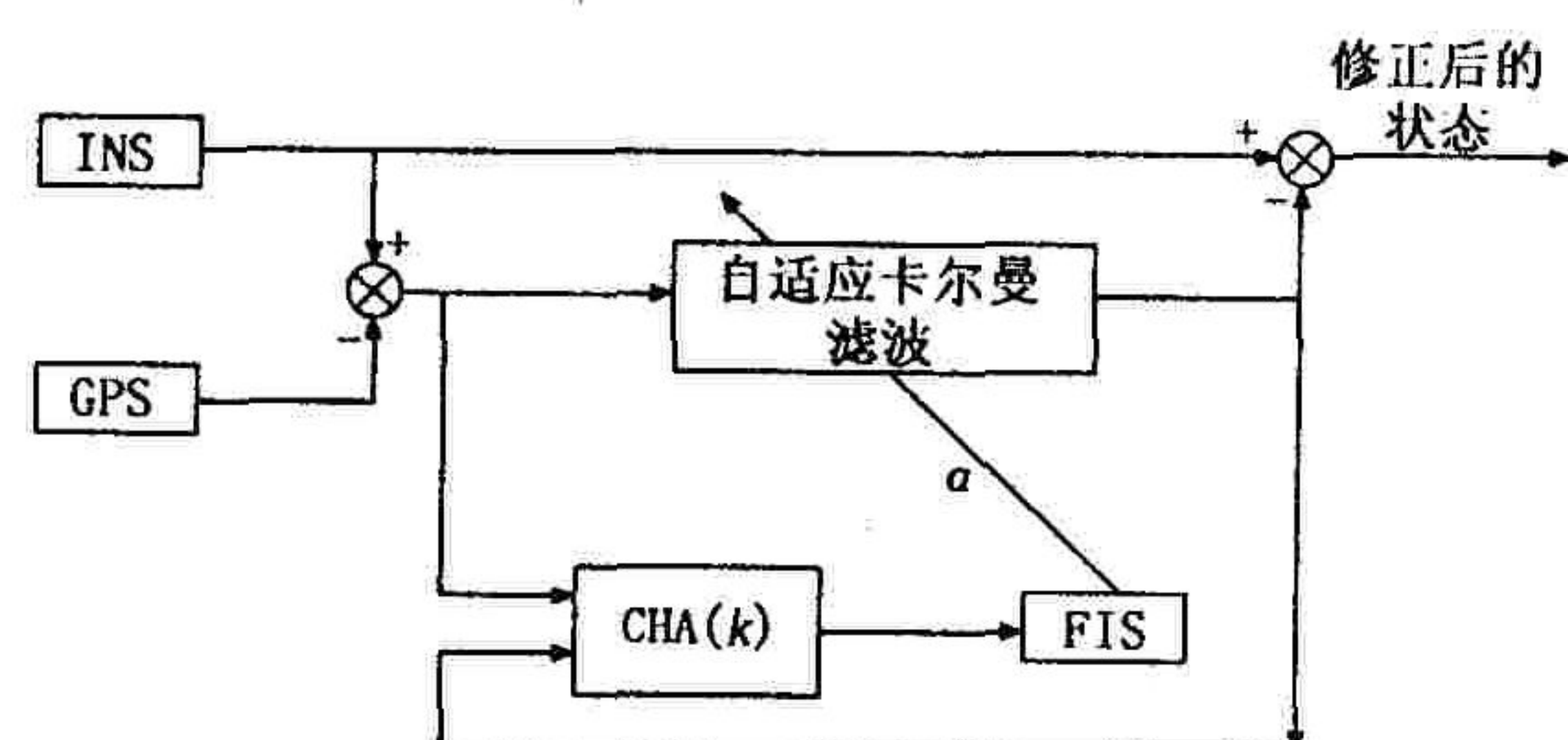


图2 基于模糊自适应卡尔曼滤波器的组合导航系统

## 4 系统仿真

在东北地理坐标系中,为了确定载体的位置和速度,考虑到 GPS 不能给出姿态信息<sup>[4]</sup>,选取系统状态向量为  $X = [\delta\varphi \ \delta\lambda \ \delta V_e \ \delta V_n]$ ,其中, $\delta\varphi, \delta\lambda$  分别为载体的纬度和经度误差,  $\delta V_e, \delta V_n$  分别为载体的东向和北向速度误差,INS 系统和 GPS 系统测量出的纬度误差、经度误差、东向速度误差、北向速度误差作为观测矢量。

分别可以得到两子系统的状态方程和量测方程为

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = A(t)X(t) + G(t)\omega(t) \\ Z(t) = H(t)X(t) + v(t) \end{cases}$$

### 4.1 GPS 系统的数学模型

$A_{GPS} = [0_{2 \times 2} \ D]$ ,采用定常速度模型。其中  $D$  为

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ M+R & 1 \\ 0 & (N+R)\cos\Phi \end{bmatrix}, H_{GPS} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$G(t) = [1 \ 1 \ 1 \ 1]^T$ 。 $M, N$  分别表示地球椭球的子午圈,卯酉圈曲率半径。此处把地球近似看成是一个半径为  $R$  的球体,则  $M = N = R$ 。

### 4.2 INS 系统的数学模型

INS 系统的数学模型为

$$A_{INS}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & a_{14} \\ a_{21} & 0 & a_{23} & 0 \\ a_{31} & 0 & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & 0 & a_{43} & 0 \end{bmatrix}$$

其中: $a_{14} = 1/R$ ;  $a_{21} = \dot{\lambda} \tan(\varphi)$ ;  $a_{23} = 1/[R \cos(\varphi)]$ ;  $a_{31} = 2w_e V_n \cos(\varphi) + V_n \dot{\lambda} \cos(\varphi)$ ;  $a_{33} = \dot{\lambda} \tan(\varphi)$ ;  $a_{34} = (2w_e + \dot{\lambda}) \sin(\varphi)$ ;  $a_{41} = -2w_e V_e \cos(\varphi) - V_n \dot{\lambda} \cos(\varphi)$ ;  $a_{43} = -2(w_e - \dot{\lambda}) \sin(\varphi)$ ;  $w_e$  为地球自转角速率; $R$  为地球半径; $\dot{\lambda} = \frac{V_e}{R \cos(\varphi)}$ ;  $\dot{\varphi} = \frac{V_n}{R}$ 。

其余矩阵与 GPS 系统方程相同。

### 4.3 仿真结果

为了说明本方法的有效性,我们选取一段较为完整的飞行轨迹进行系统仿真,总的飞行时间为 802 s,卡尔曼滤波周期选为 0.5 s。初始位置为纬度 45°、经度 125°,初始速度为东向速度 15 m/s、北向速度 0 m/s。为便于对比,我们将常规卡尔曼滤波和模糊自适应卡尔曼滤波的组合导航系统的仿真结果分别在图 3 - 图 6 中示出。

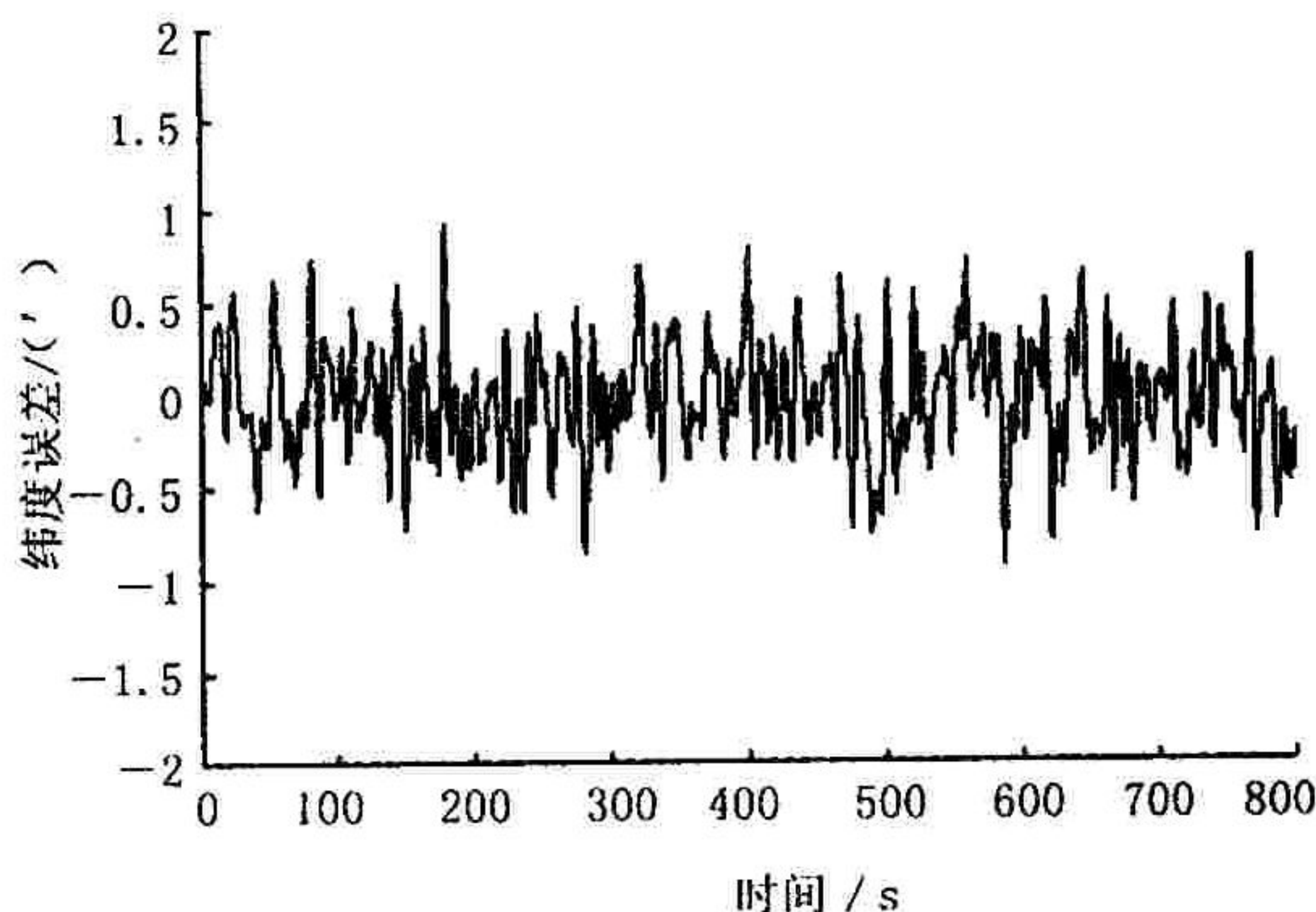


图 3 常规卡尔曼滤波纬度误差

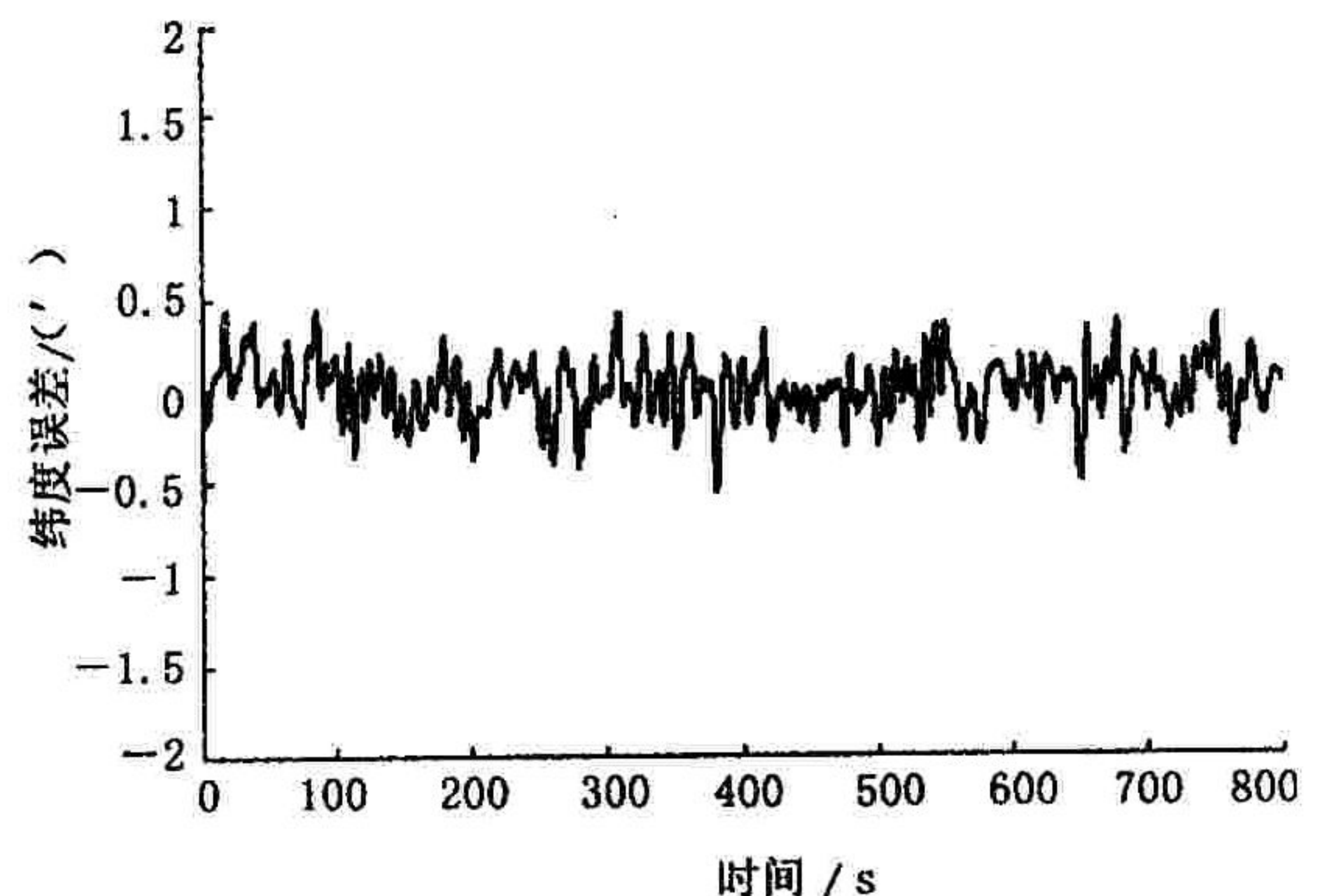


图 4 模糊自适应卡尔曼滤波纬度误差

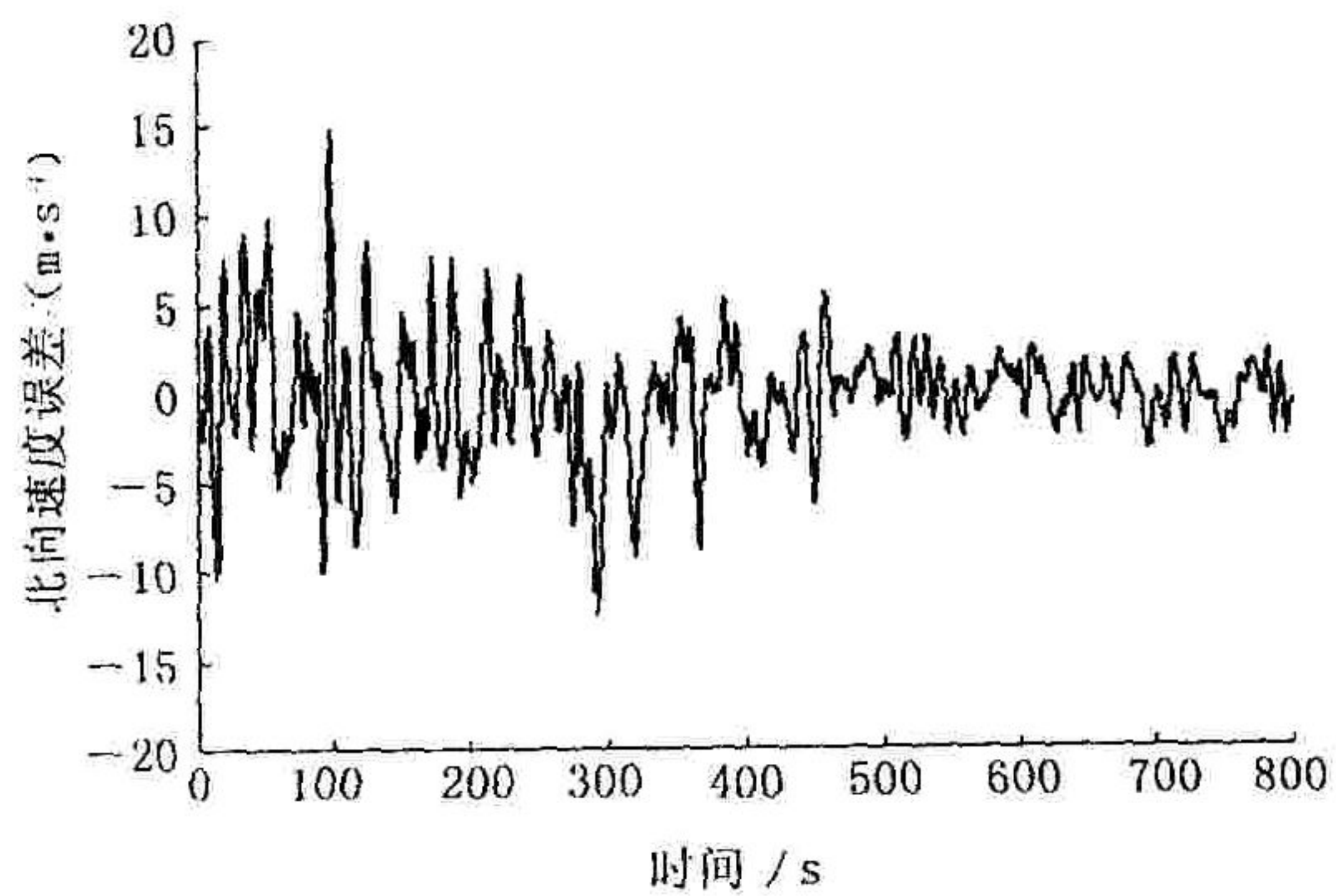


图5 常规卡尔曼滤波算法北向速度误差

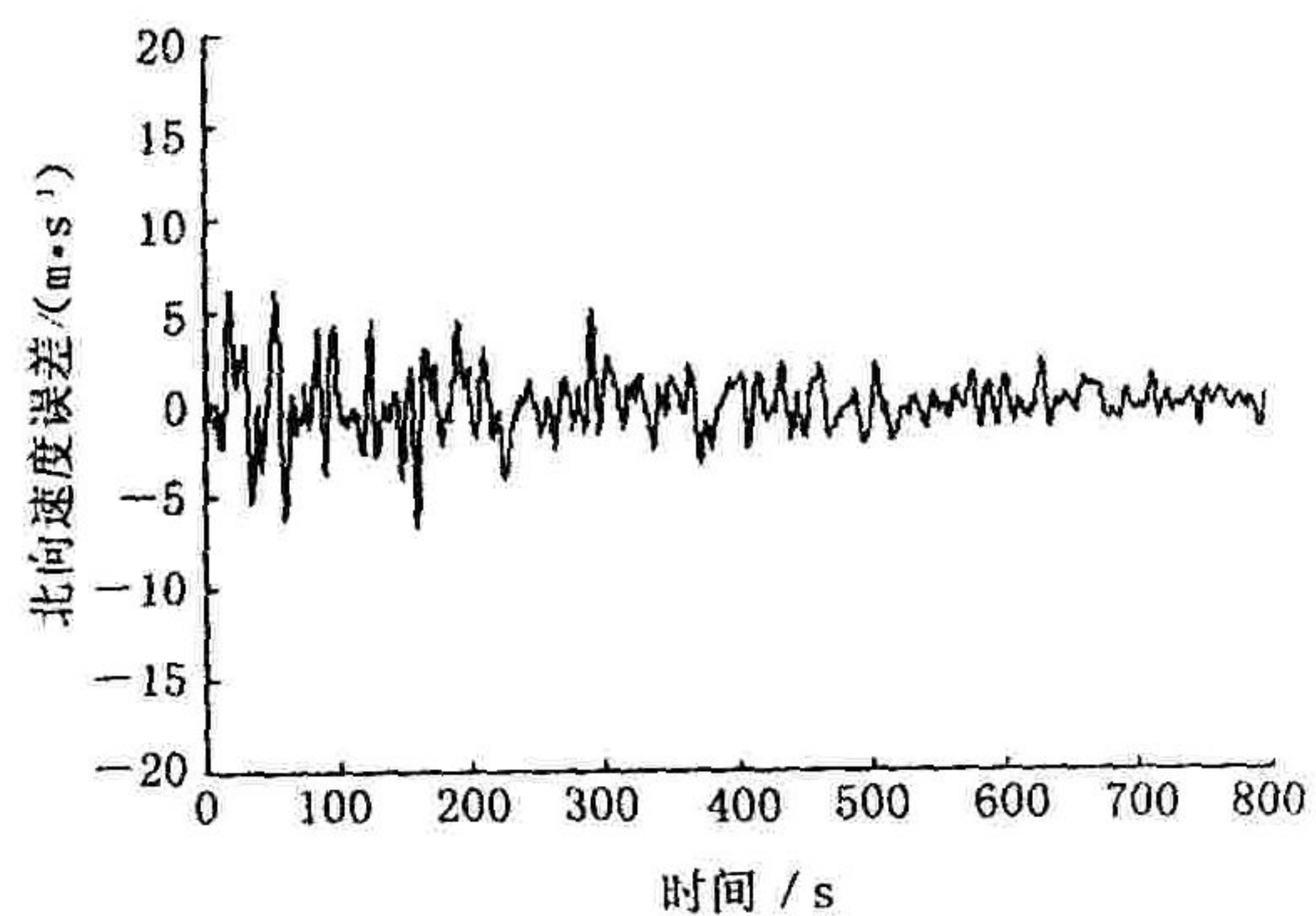


图6 模糊自适应卡尔曼滤波算法北向速度误差

## 5 结论

仿真实验表明,在初始状态相同的情况下,本文给出的模糊自适应卡尔曼滤波算法用于 INS/GPS 组合导航系统比常规卡尔曼滤波法的滤波效果更好。该方法明显减小了有关导航参数的误差值,能根据实际测量值在线不断自适应调整测量噪声,保证了模型的准确性,故滤波误差比常规卡尔曼滤波小得多,因此该方法运用于 INS/GPS 组合导航系统是成功的,有效的。

### 参考文献:

- [1] 杨万海. 多传感器数据融合及其应用[M]. 西安:西安电子科技大学出版社, 2004.
- [2] 王 磊,王为民. 模糊控制理论及其应用[M]. 北京:国防工业出版社, 1997.
- [3] 刘钧圣,朱文彪. 一种模糊自适应 INS/GPS 组合导航方法[J]. 现代防御技术, 2005, 33(5): 25 - 29.
- [4] 刘 勇,武 昌,陈校平,等. 基于 GPS 的仪表着陆系统飞行检验建模[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2006, 7(4): 20 - 22.

(编辑:田新华)

The Design of Fuzzy Adaptive Kalman Filter on Integrated Navigation System

GU Na<sup>1</sup>, WANG Rui<sup>1</sup>, GUO Xiang - ke<sup>1</sup>, FENG Xiao - lin<sup>2</sup>

(1. The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, Shaanxi, China; 2. Chinese Flight Test Establishment, Yah Liang 710089 Shaanxi, China)

Abstract: In order to resolve the shortcomings of the traditional Kalman filtering, a new method is presented in which the fuzzy reasoning system is combined with the traditional Kalman technology. By monitoring the covariance between abstract residual and actual residual, this algorithm modifies recursively the gain coefficient of the filter so as to adaptively control the Kalman filter. Finally the optimal estimate is achieved. The computer simulation results of the INS / GPS integrated navigation system indicate that the algorithm is effective and practical.

Key words: fuzzy reasoning system; adaptive Kalman filter; integrated navigation